

点 $O(0, 0, 0)$, $A(4, 0, 0)$, $B(2, 2, 4)$ をそれぞれ頂点とする三角形 OAB がある.

1. 辺 OA と辺 OB のなす角度の余弦を求めよ.
2. 三角形 OAB の面積を求めよ.

$\vec{OA} = \vec{A}$, $\vec{OB} = \vec{B}$ とすると, $\vec{A} = (4, 0, 0)$, $\vec{B} = (2, 2, 4)$ となる.

1. 辺 OA と辺 OB のなす角を θ とすると,

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \frac{4 \times 2 + 0 \times 2 + 0 \times 4}{4\sqrt{4 + 4 + 16}} = \frac{2}{\sqrt{24}}$$

となる.

2. 三角形の面積は,

$$S = \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$$

で求められる. $\vec{A} \times \vec{B} = (0, -a_x b_z, a_x b_y) = (0, -16, 8)$ なので,

$$S = \frac{1}{2} \times \sqrt{16^2 + 8^2}$$

と表される.