

傾斜角が θ であるなめらかな斜面を質量 m の質点が静止状態から斜面に沿ってすべり落ちた。

1. 静止状態における運動エネルギー
2. 鉛直方向に $\frac{1}{2}h$ だけすべり落ちたときのポテンシャル・エネルギーの変化
3. 前項における運動エネルギー
4. 鉛直方向に h だけすべり落ちたときのポテンシャル・エネルギーの変化
5. 前項における運動エネルギー

を求めよ。

運動エネルギー K は速度の関数であるため、静止している状態における運動エネルギーは $K = 0$ である。

重力によるポテンシャル・エネルギーを考える際には、座標系に注意をする必要がある。ここでは、鉛直上方に z 軸の正方こうをとる。すると、重力によるポテンシャル・エネルギー U は、

$$U = mgz$$

と表される。保存力のみが働く場合、あとは運動の始点と終点のみを考えればポテンシャル・エネルギーについては理解ができる。すなわち、鉛直方向に h だけ変化があったならば、ポテンシャル・エネルギーの変化 ΔU は、 $\Delta U = mgh$ である。また、保存力のみが働く場合、運動エネルギーとポテンシャル・エネルギーの和は常に一定であるため、ポテンシャル・エネルギーの変化分が全て運動エネルギーに変換される。つまり、

$$\Delta U = \frac{1}{2}mgh \Rightarrow K = \frac{1}{2}mgh \text{ の変化}$$

$$\Delta U = mgh \Rightarrow K = mgh \text{ の変化}$$

となるわけである。