

太陽系の新たな惑星として、

- 質量が地球の5倍
- 公転軌道が真円
- 公転軌道の半径が45 AU

が見つかったとする。この惑星の公転周期は $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ 年である。したがって、この惑星の速さは地球の公転の速さの約 $0.\boxed{4}\boxed{5}$ 倍ということになる。

ケプラーの第3法則によれば、

惑星が太陽の周りを一周する周期（公転周期）の2乗は、楕円軌道の長径の3乗に比例する。このとき、比例定数は太陽系の惑星であれば一致する。

とある。そこで、地球を例にとってこの比例係数を求めてみよう。地球の長径は  $a_e = 1$  AU であり、公転周期は  $T_e = 1$  年である。したがって、比例係数を  $\alpha$  とすると、

$$\alpha = \frac{T_e^2}{a_e^3} = 1$$

となる。新たな惑星が太陽系に属しているのであれば比例係数は共通なので、新たな惑星の公転周期を  $T$ 、楕円軌道の長径（この惑星の場合、公転軌道は真円であるため、円の半径に等しい）を  $a$  とすると、

$$T^2 = \alpha a^3 = 1 \times 45^2$$

となる。したがって、 $T \sim 302$  年であることがわかる。

地球の公転軌道を円で近似できるとすると、地球の公転の角速度  $\omega_e$  と新たな惑星の公転の角速度  $\omega$  は、

$$\omega_e = \frac{2\pi}{1 \text{ 年}}, \quad \omega = \frac{2\pi}{302 \text{ 年}}$$

となるので、地球の速さ  $v_e$  と新たな惑星の速さ  $v$  の比は、

$$\frac{v}{v_e} = \frac{a\omega}{a_e\omega_e}$$

で求めることができる。