物理学2/物理学B

第1回目

運動の法則

運動の法則

運動と力を扱う際の基本法則。

- 第1法則(慣性の法則)
  力が作用しない場合，物体は静止あるいは等速直線運動を続けようとする。

- 第２法則(運動方程式)
  物体に作用する力は，物体の質量と力によって生じる加速度の積に等しい。

- 第３法則(作用反作用の法則)
  力は相互作用である。

運動の法則は「力と運動」の枠組みを与える

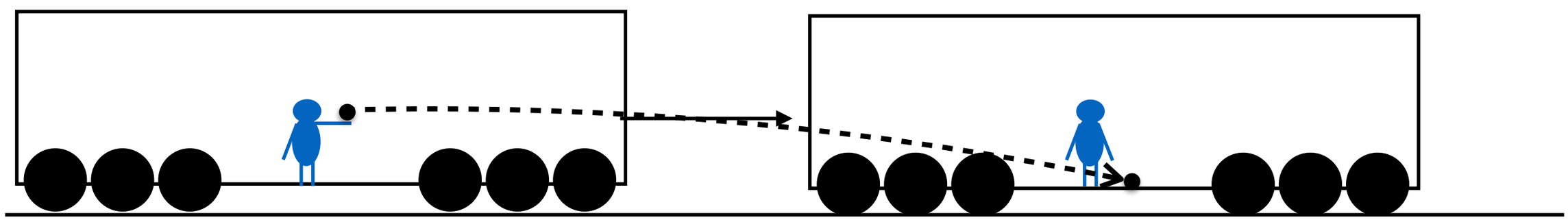
慣性の法則

ガリレイ
(1564-1642)
wikipediaより

自然の本質は，それまでの**運動状態の維持**にある！

- 静止状態にあるものは，「力」を加えない限り，静止を続ける。
- ある速度で動いていたものは，「力」を加えない限り，その速度を維持しようとする(止めるためには力を加えなければならない)

慣性の法則を実感できる例

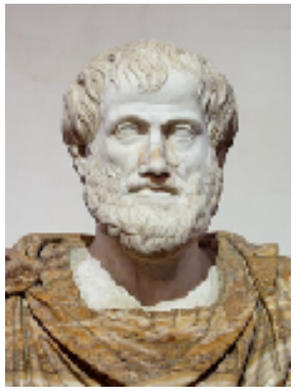


動いている電車の中でものを落とすと…　　自分の足元に落ちる

これは，電車と同じスピードで動いていた「もの」が，
その動きを維持しようとするため

同様に，
電車が急に動き出したときつんのめりそうになるのも，慣性の法則による

運動の法則以前の自然観



アリストテレス
(BC384-BC322)
wikipediaより

アリストテレスの『自然学』
「物体が運動しているなら，そこには力が働いている」
直感的には正しそうな気がするが，これは間違い

手でボールに力を加えると，確かにボールは動きはじめるが，ボールを投げてしまったあとは，ボールは手から離れているのに，水平方向への運動をやめない。
このように，力を加えなくても運動を続ける場合は多々ある。

色々考えてみると，アリストテレス式の運動のとらえ方には矛盾がある

慣性の法則

この法則は，「力」を考えるための舞台を用意してくれる。

力が働かない場合には何が起きるかを宣言した法則

慣性の法則が成立しているような座標系を**慣性系**という。

実は，慣性の法則は物体の運動を記述する座標系を規定する法則

我々の周りに**真の慣性系**(空っぽの世界)は存在しない。
(常に何らかの力が他の物体から作用させられている)

運動方程式

物体に作用する力は，物体の質量と力によって生じる加速度の積に等しい。

この法則によって，「力」という物理量が定義される。

第２法則の内容を式で表すと，

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

あるいは

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

運動方程式

力の単位: 力の単位=質量の単位[kg]×加速度の単位[m/s^2]

$\mathrm{kg{\cdot}m/s^2}$ これには**N(ニュートン)**という別名がついている

$$1\ \mathrm{kg{\cdot}m/s^2} = 1\mathrm{N}$$

1kgの物体に1m/s^{2}の加速度を生じさせる力の大きさが1N

1次元の例

1次元の運動を考える。
x軸上を動く，質量mの物体の運動を調べたところ，時刻tにおけるこの物体の位置が，次のようになった(ただし，bは定数)。

$$x(t) = \frac{bt^3}{6}$$

この物体に作用している力を求めよ。

まずは，物体の加速度を求める。
$x(t)$をtで微分すると速度が，速度をさらにtで微分すると加速度が求まる。

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{bt^2}{2} \qquad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = bt$$

ゆえに，この運動をひきおこしている力は，

$F = ma = mbt$ となる。

運動方程式の2つの側面

物体に作用する力の定義

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

加速度を測定すると，力が分かる

↓

様々な力の<u>普遍的性質</u>を調べる

- どんな物体に作用するか
- どんな大きさ・方向の力か
- いつ作用するか
- …

物体にどんな力が作用するか
があらかじめ分かる

運動を求めるための方程式

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \boxed{\vec{F}}$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m}$$

これを解いて$\vec{r}(t)$を求めると**運動の様子を予言**できる

質量の役割

運動方程式 $\vec{F} = m\dfrac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$

$$\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \frac{\vec{F}}{m}$$

加速度　　分母に質量

質量が大きければ，生じる加速度の大きさが小さくなる

質量が大きいものほど，もともとの運動を維持しようとする性質(慣性)が強い

運動方程式に現れる質量は，正式には**慣性質量**という
一方，重さ(重力の強さ)の指標としての質量は**重力質量**という

実験では慣性質量と重力質量は9桁の精度で一致している
(一致しなければならないという必然性はない)
以下では両者を単に「質量」とよぶことにする

一般相対性理論は慣性質量と重力質量が等価であることを原理として理論が組み立てられている

運動量と力積

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} \longrightarrow \vec{F} = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d(m\vec{v}(t))}{dt}$$

$m\vec{v}(t)$ は$\vec{F}$の原始関数になっている

$$\boxed{\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}dt} = m\vec{v}(t_1) - m\vec{v}(t_0)$$

力積　運動量の変化

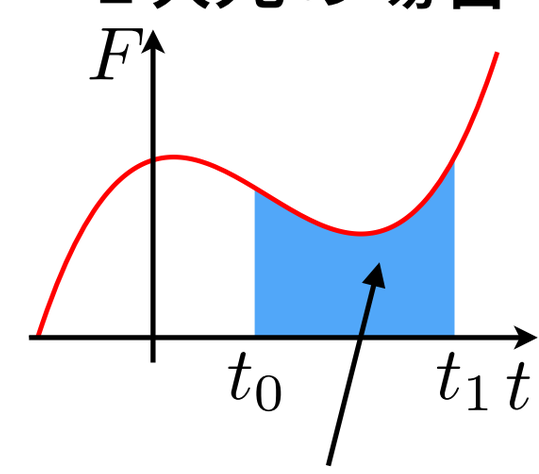
運動量の変化は力積に等しい

質量と速度の積 $\vec{p} = m\vec{v}$ を**運動量**という。

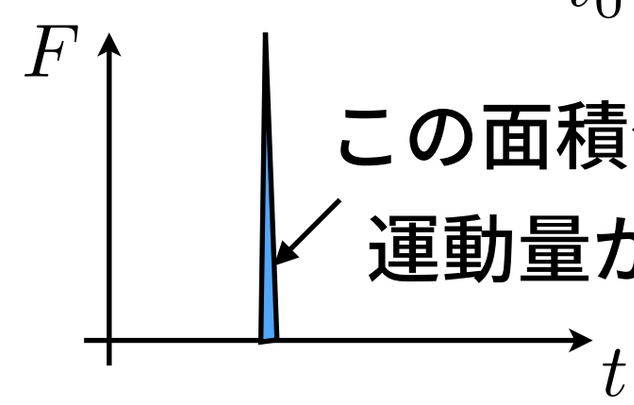
本質的には，力積とは力とその作用している時間の積

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}dt = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{t=t_0}^{t=t_1} \boxed{\vec{F}(t)\Delta t}$$

1次元の場合



例えば，金槌で釘を打つような状況を考える。この場合には，非常に強い力が短時間で作用するが，そのような力(撃力)をあつかう際に，力積を考えるのが便利である。



この面積分だけ運動量が変化

微分形と積分形

第2法則の書き方2種

- 微分形(運動方程式) $$m\frac{d^2\vec{r}}{dt} = \vec{F}$$
- 積分形(力積と運動量変化) $$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}dt = \vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0)$$

物理の法則は基本的に「**局所的**」(足元の情報さえあれば，次のふみだすべき1歩が分かる) ⟶ **微分方程式**が有効

積分形の法則は，各時間において値がどう変化しているか等の局所的なふるまいを問題にしない(積分=和をとってしまっているから)。
大域的な変化が何に関係しているかを表している。

作用・反作用の法則

2つの物体A,Bがあり，AからBに力が作用している場合にはBからAにも力が作用している。これらの力は同一作用線上にあり，互いに大きさが等しく，向きが逆である。

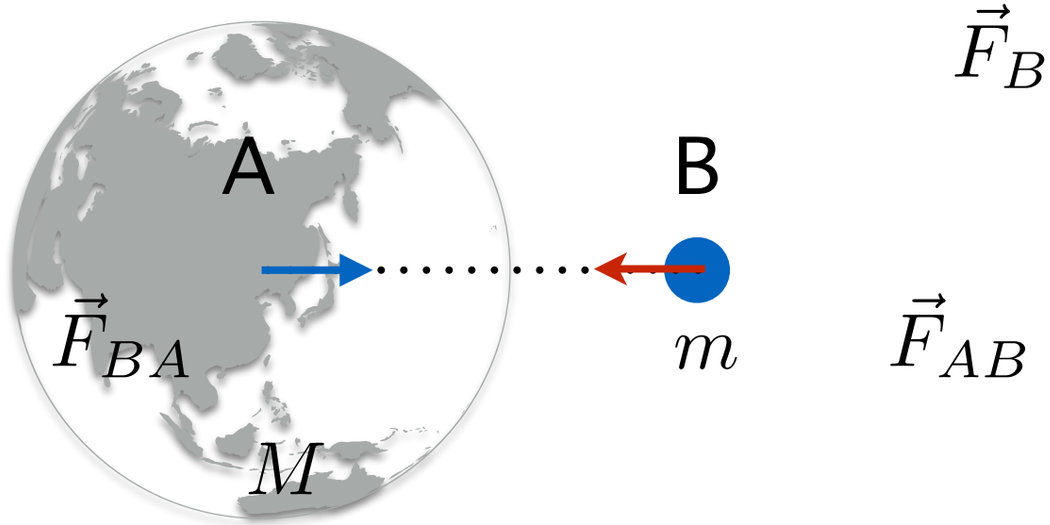
$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

注意：作用を原因として反作用が生じるわけではなく，作用と反作用(どちらを作用と呼ぶかは人間の勝手)は**同時に**発生している。

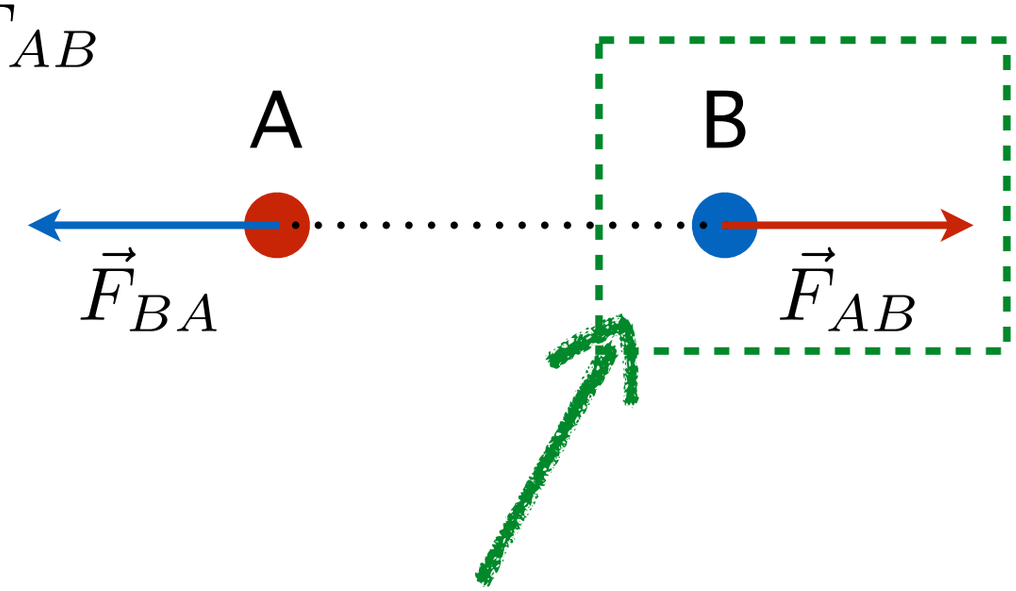
「物体AからBに作用という力がはたらくと，それが原因となって物体BからAに反作用が返ってくる」とか「物体Aが原因となって物体Bに力が働くとき，物体Bに働く力が作用で，Aに返ってくる力が反作用である」とかいうのは**間違い**。

相互作用

力は相互作用としてはたらく。
どこからともなく単独で作用してくるような力は存在しない。
相手がものすごく遠くにいる場合や，相手の質量が巨大な場合には，相互作用に見えないことはある。



$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$



$$\vec{a}_A = \frac{\vec{F}_{BA}}{M} \qquad \vec{a}_B = \frac{\vec{F}_{AB}}{m}$$

Mが大きいと，力の影響がほとんど見えない

ここしか見ない場合も相互作用には見えない

質点の力学

この授業では主に質点の力学をあつかっていく

- ⭐ 質点とは大きさを無視した物体のことである(ただし質量はある)

- ⭐ たいていの物体は遠くから見れば質点。

- ⭐ 全ての物体は無数の点の集合で表せる
(実際，全ての物体は原子や分子という粒の集まり)
→質点の運動が理解できれば，たくさん集めることで大きさを持つ物体の運動も分かる

力について

力の性質

静止あるいは等速直線運動でない場合には，何らかの**力**が必ず作用している。

定義から分かるように，力は「ベクトル量」である。

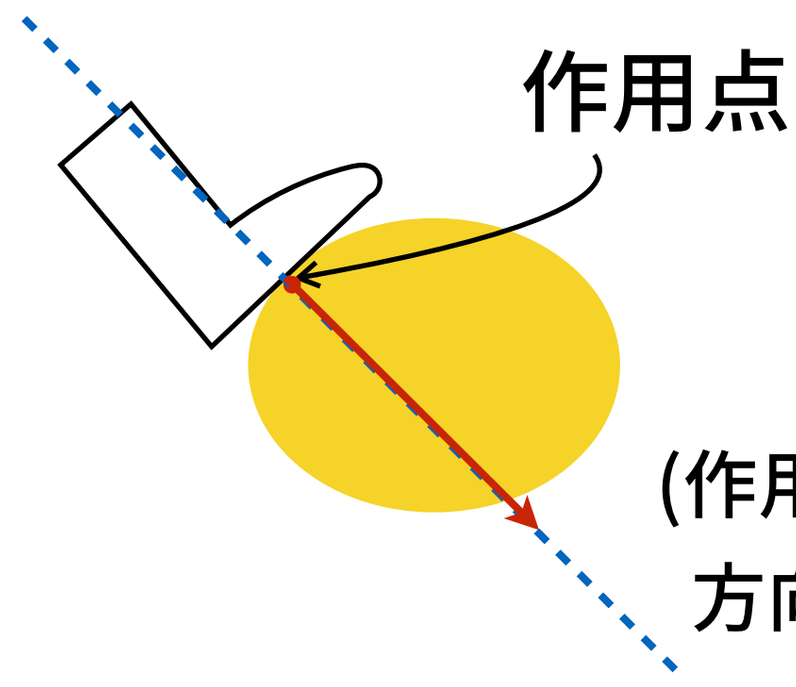
大きさと**方向**が重要

力をあつかう際には，大きさと方向以外にも重要な要素がある

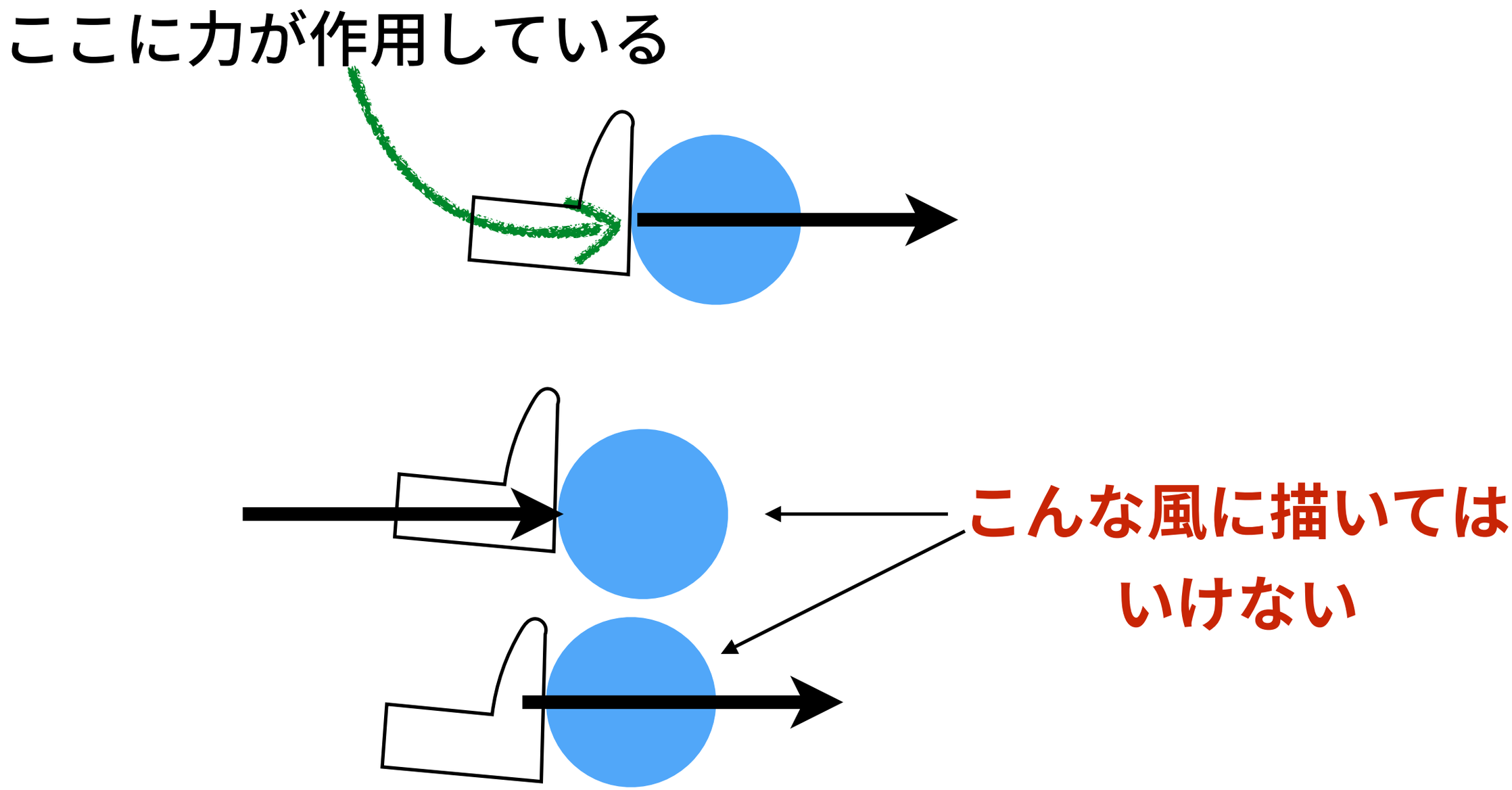
- 大きさ
- 方向
- 作用点(作用線)

} 力の3要素

- 何が何におよぼす力か



力のベクトルの描き方

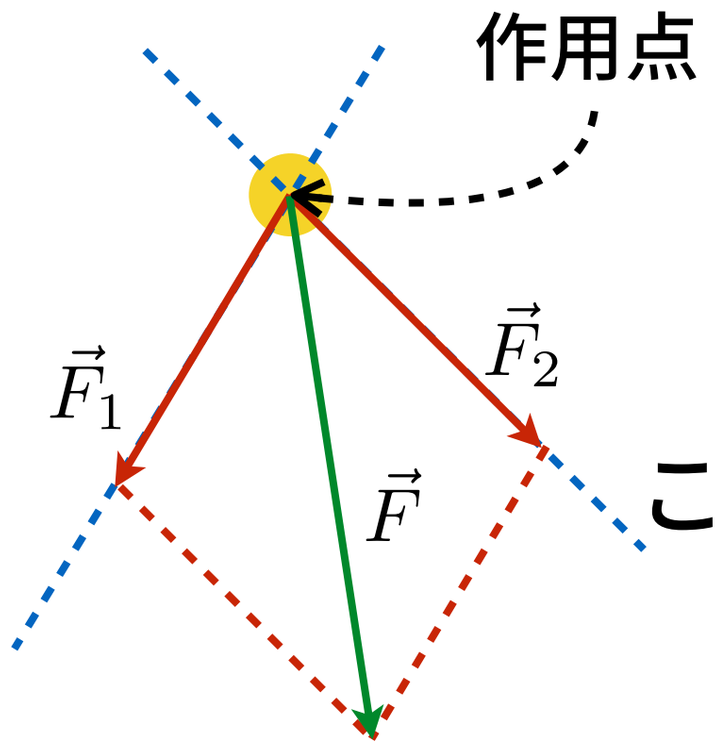


力のベクトルの始点は，「力を発している場所」ではなく，
「**力がはたらいている場所**」を表している。

力の合成

1つの質点に2つの力が同時に作用していたとする

ステヴィン
(1548-1620)
wikipediaより



この質点に生じる加速度は $\dfrac{\vec{F}}{m}$

ベクトルとして足し算

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

2つの力と同等な働きをする1つの力が求まる

(合成して求めた力を**合力**という)

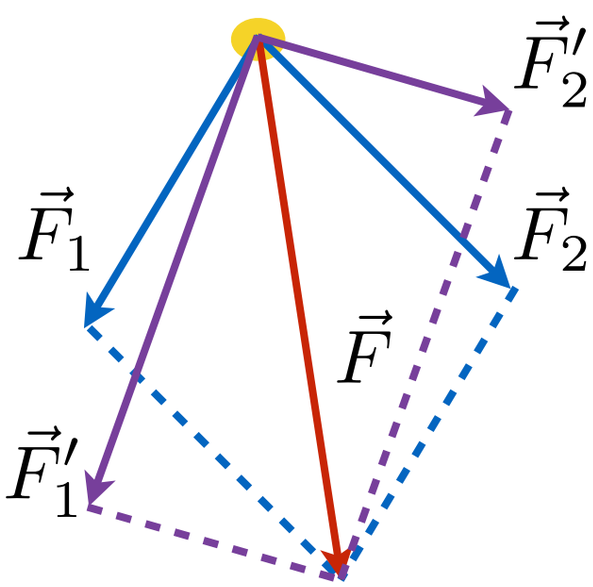
力の分解

合成と逆に，1つの力を複数の力に分けること

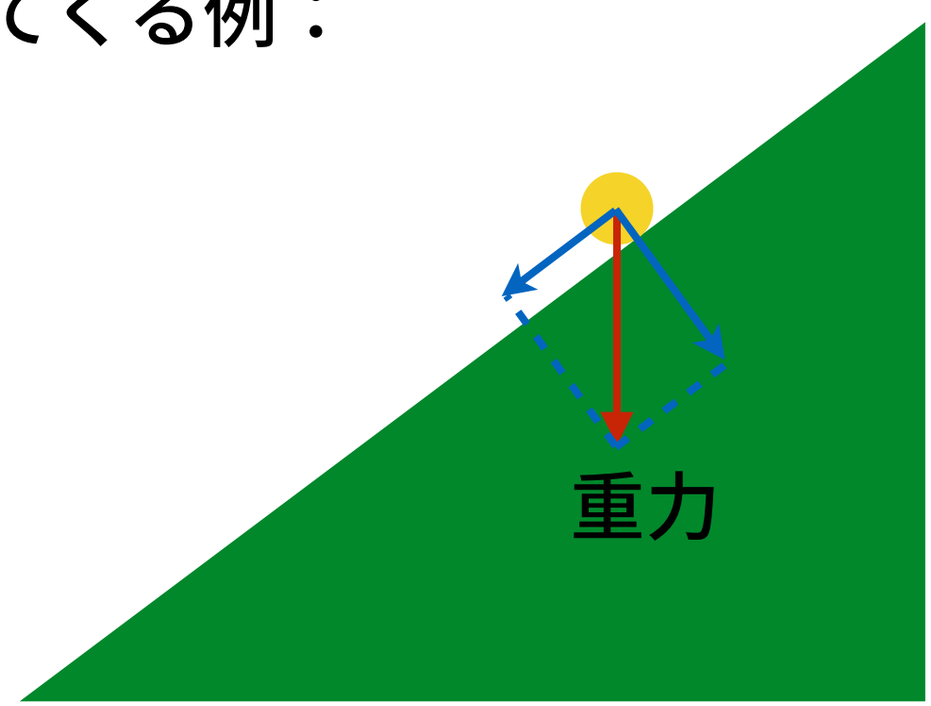
合成の場合と異なり，分け方のパターンは無数にある

問題が考えやすくなるように分解することが必要

例:物体が動く方向と，それに垂直な方向



よく出てくる例：



斜面に平行な方向と垂直な方向

力についての基本事項

マクロな力は，**物体と物体が接触**しているところに作用する

物体と床の接触面:抗力(垂直方向)や摩擦力(平行方向)
物体と空気の接触面: 大気の圧力や空気抵抗
水と物体の接触面: 水圧や浮力や抵抗力

例外
⭐重力(万有引力)
⭐静電気力や磁力(電磁気力)

作用・反作用の法則により，同じ大きさ・逆向きの力が必ずおよぼされあう。

つりあいと作用反作用を混同してはいけない!

様々な力

様々な力

我々の周りには様々な力が存在している。

- 重力
- 磁力
- 静電気力
- 摩擦力
- 水や空気の抵抗力
- 地面が我々をささえる力
- ばねやゴムによる力
- 糸の張力
- …

実は我々の世界に存在する全ての力は本質的に次の4つに起因する

- 重力相互作用
- 電磁気相互作用…電気的・磁気的な力。身近な力のほとんどがこれ由来
- 弱い相互作用…素粒子間に働く力。ベータ崩壊などを引き起こす。
- 強い相互作用…原子核内の陽子や中性子を結合させている力。

マクロな世界には現れない

重力

地球上にある物体はすべて，鉛直下向きの「重力」という力を受ける。

↓

我々が普段感じる「重さ」の原因

重力の性質

- ☆方向は常に鉛直下向き
- ☆大きさは時間によらず一定
- ☆大きさは位置にもほとんど(後述)よらない
- ☆大きさが物体の質量に比例する(質量が大きなものほど重い)

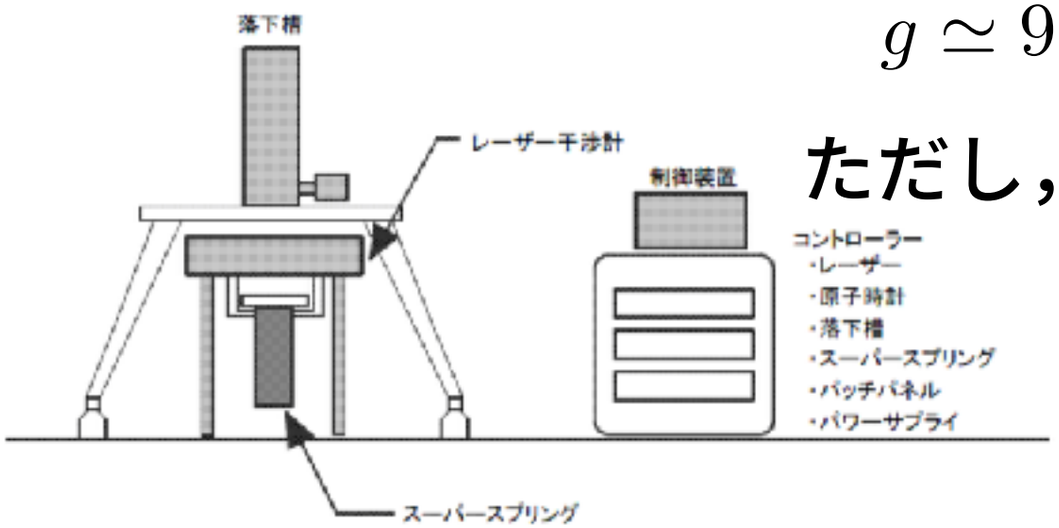
$$|\vec{F}| = mg$$

← 重力加速度

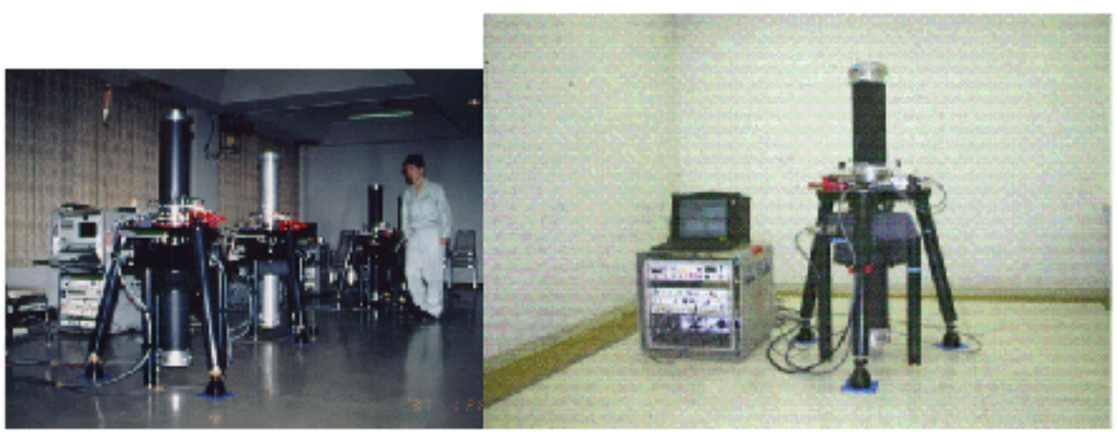
重力加速度について

実験によって，地球上の重力加速度はおよそ

$$g \simeq 9.8\mathrm{m/s^2}$$



レーザー干渉計	レーザー光の発生、分割、干渉縞の計測を行います
落下槽	落体の自由落下運動を繰り返し行うための真空槽です
スーパースプリング	地震計の一種で、常時微動を補償し、落下位置計測の参照基準を与えます
制御装置	測定の設定を行うための指示を与えます
コントローラー	電子回路を備えた各部品のコントローラの集まりです



国土地理院のWebサイトより

ただし，精密に測ると場所によって値は異なる

函館	9.8040069m/s^2
仙台	9.8006583m/s^2
筑波	9.7995124m/s^2
京都	9.7970768m/s^2
広島	9.7951167m/s^2
熊本	9.7961911m/s^2
那覇	9.7909596m/s^2

国土地理院による実測値

月面だと地球上の約1/6になる

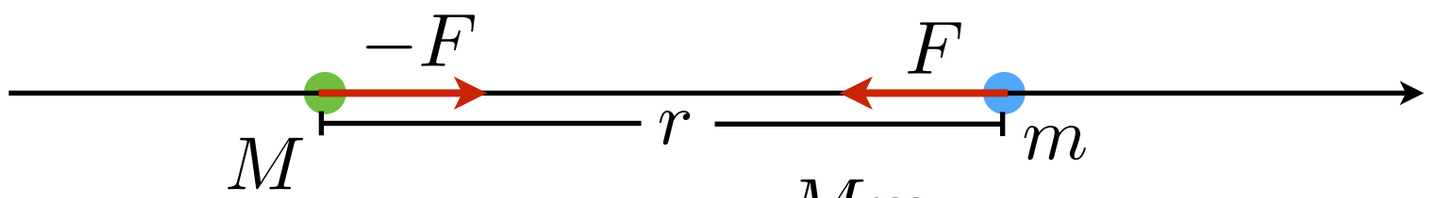
重力の正体

ニュートン
(1642-1727)
wikipediaより

重力の正体は，地球と物体との「万有引力」である。

万有引力の法則

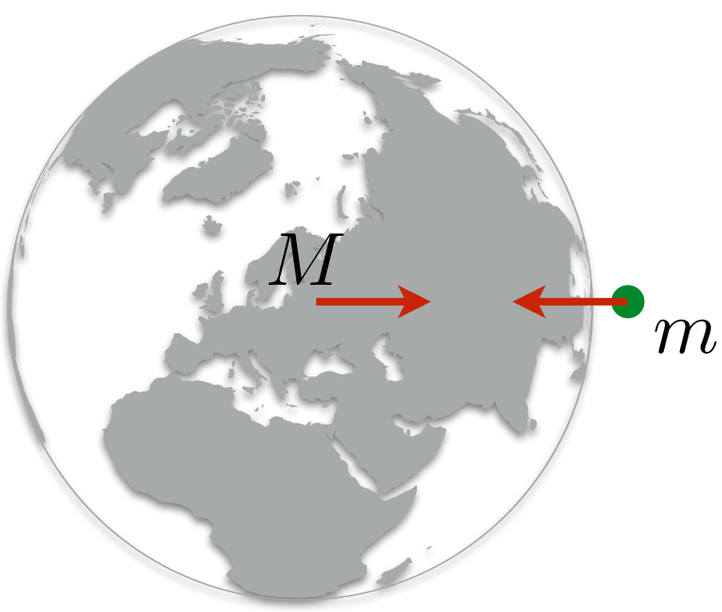
2つの質量をもつ物体同士の間には，**引力**が作用する。



$$F = -G\frac{Mm}{r^2} \quad G \simeq 6.67 \times 10^{-11}\mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-2}\mathrm{kg}^{-1}$$

万有引力定数

この力は，惑星の運動をひきおこすような力を求めた結果発見された力である。



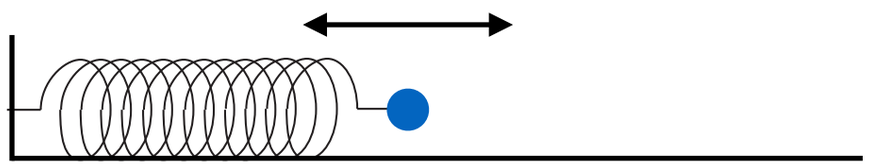
地球の中心に地球の全質量が集っていると思って計算すると(何故こんな計算でいいかは必ずしも自明ではないが，ここでは詳しくはやらない)，物体が受ける力の大きさは，

$r \simeq 6370\mathrm{km}$

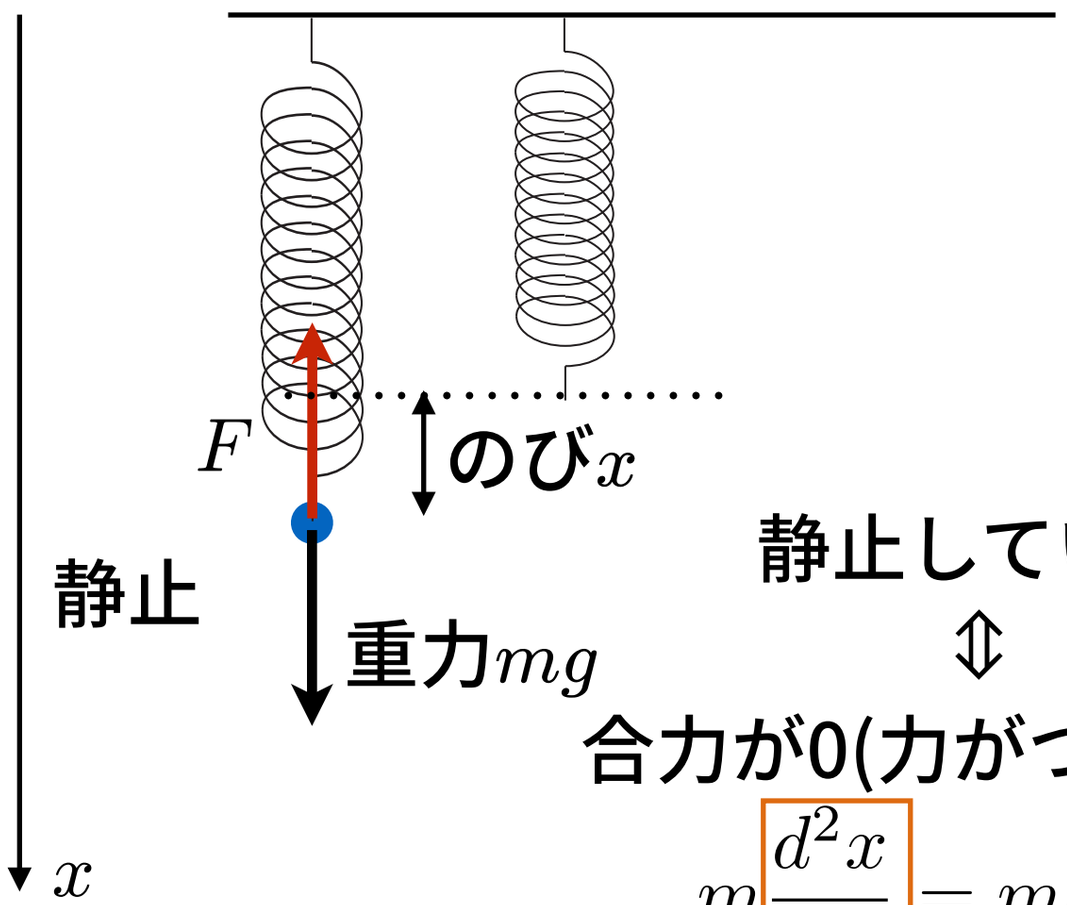
$M \simeq 5.97 \times 10^{24}\mathrm{kg}$ より $|F| = G\frac{mM}{r^2} \simeq m \times 9.8\mathrm{m/s}^2$

ばねによる力

ばねはその先につけられた物体に対して力を作用させる



$$F = m\frac{d^2x}{dt^2}$$



色々な質量のおもりを使うことで，ばねが物体に作用させる力を調べることができる。

静止している

⇕

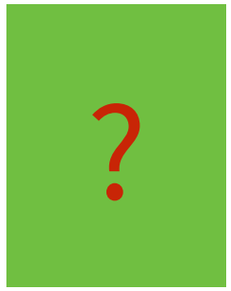
合力が0(力がつりあっている)

$$m\boxed{\frac{d^2x}{dt^2}} = mg + F$$

$$0 \qquad F = -mg$$

簡単のため，
ばねの自重は無視する

フックの法則

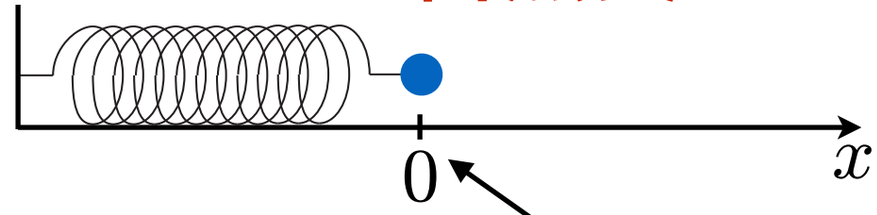


フック
(1635-1703)

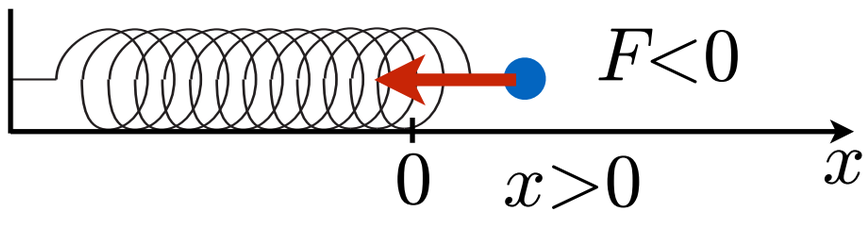
ばねによって作用される力は，ばねの自然長からののびや縮みに比例し，ばねが自然長に戻ろうとする方向に作用する。

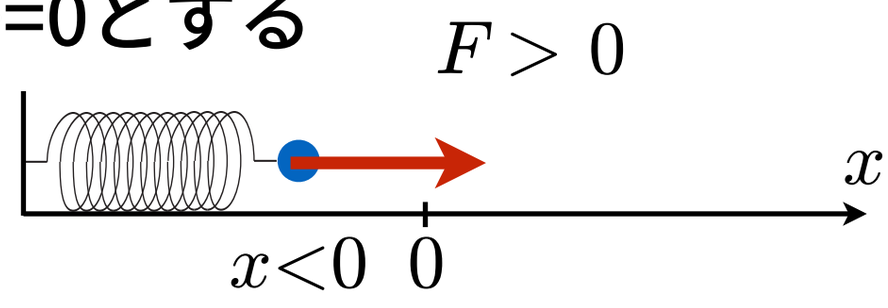
ただし，のばしすぎたりしたときは成り立たなくなる

自然長:ばねがのび縮みしていないときの長さ



ばねが自然長のときの
おもりの位置をx=0とする





$$F = -kx$$

kを**ばね定数**という

ばね毎に決まる定数

抵抗力

空気や水等の流体中で運動する物体は流体による抵抗力を受ける

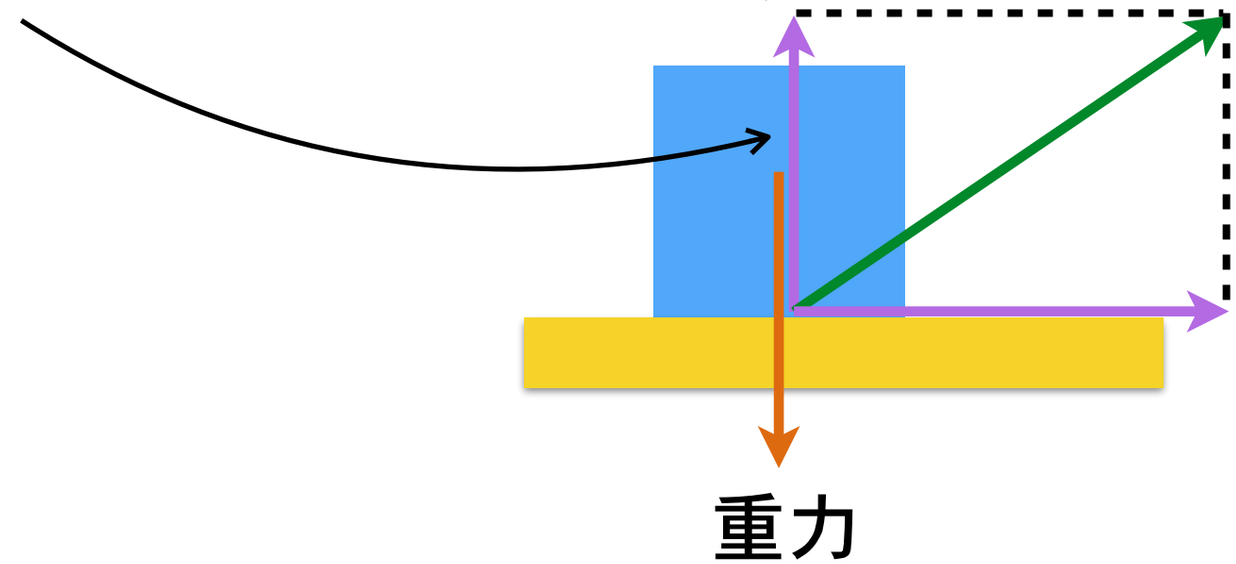
抵抗力の向きは，物体の動きにブレーキをかけるような向き。
要するに速度と逆向き

- 粘性抵抗
  物体の速度に比例するような大きさの抵抗力。
  空気や水の分子達と物体との間の摩擦力による。

- 慣性抵抗
  物体の速度の2乗に比例するような大きさの抵抗力。
  物体が進んでいく際に，空気や水等の分子達を押しのけることによる。

抗力の話

垂直抗力(床から受ける力の床に垂直な方向の成分)



もともと重力と垂直抗力は**互いに何の関係もない**別個の力

物体が静止⇒つりあっている ←――― 単にこれだけ

注意: 作用・反作用の関係とつりあいを混同してはいけない

作用・反作用
- AがBにおよぼす力
- BがAにおよぼす力

作用反作用の関係は何があって維持される

つりあい
- Aに作用する力
- Aに作用する別な力

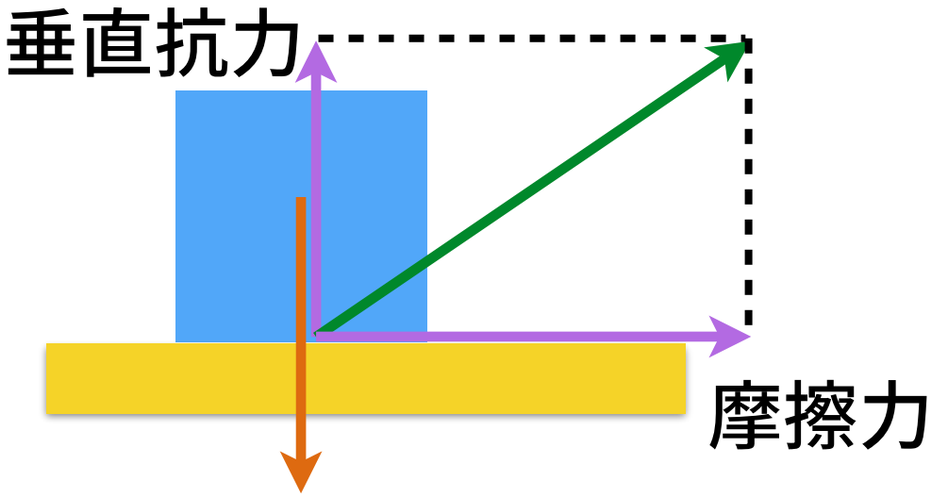
つりあいが崩れる→物体が動きだす

摩擦力

ダ・ヴィンチ
(1452-1519)
wikipediaより

アモントン
(1663-1705)
wikipediaより

物体同士が接触しているときに，接触面に平行に働く力

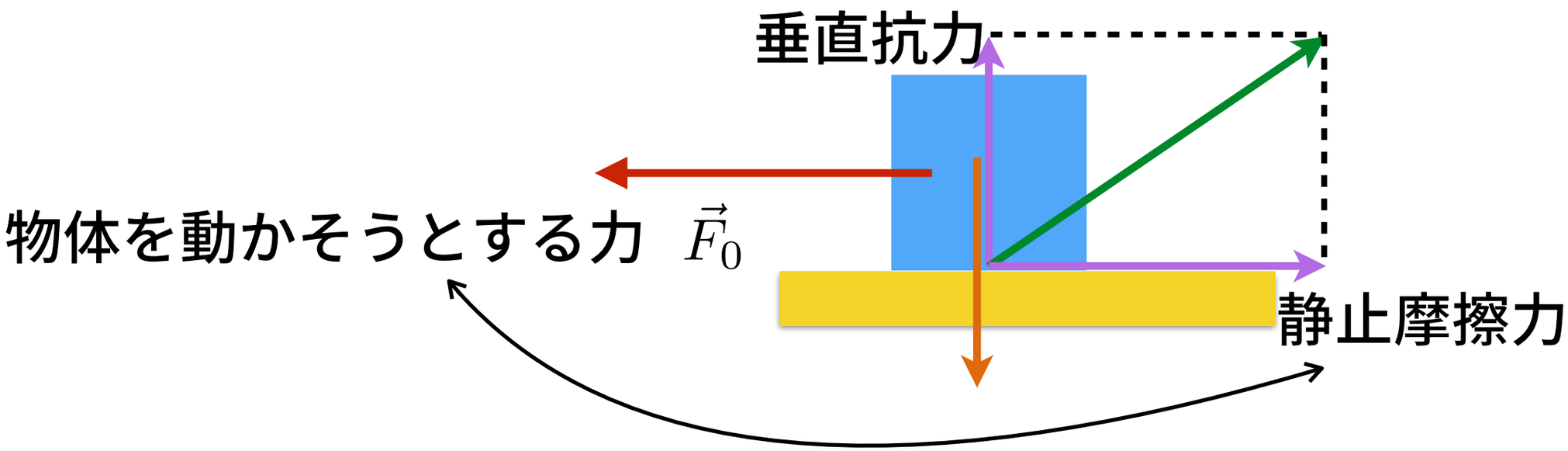


静止摩擦力: 静止している物体を動かそうとするときに作用する摩擦力
動摩擦力: 動いている物体に対し，ブレーキをかけようとする摩擦力

摩擦力の性質

- 摩擦力の大きさは垂直抗力の大きさに比例する
- 摩擦力は接触面の面積によらない(面の状況にはよる)

静止摩擦力



つりあいの関係にある

物体を動かすためには，ある程度大きな力を加える必要がある

静止摩擦力が存在するため

十分大きな力を加えれば，物体は動き出す

静止摩擦力の強さには最大値が存在(最大静止摩擦力)

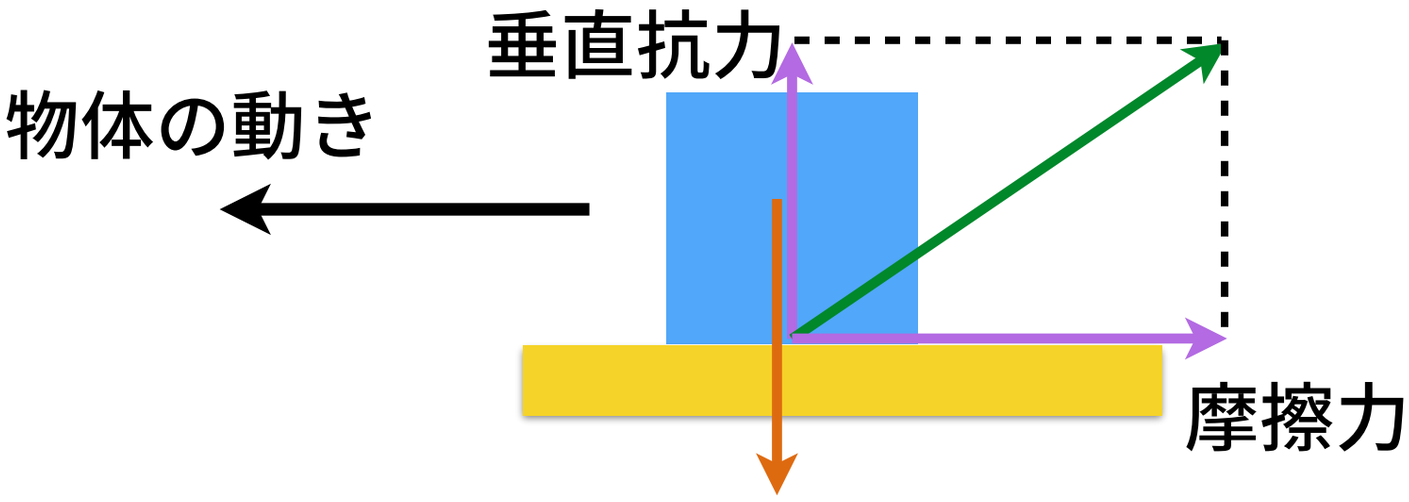
最大静止摩擦力の大きさをF，垂直抗力の大きさをNとすると$F = \mu N$

静止摩擦係数

(接触面の様子で決まる。ただし面積にはよらない)

動摩擦力

クーロン
(1736-1806)
wikipediaより



一方の物体がもう一方の物体に対し，相対的に動いている場合，
その相対的な動きを止めようとする方向に摩擦力が作用する。

- 動摩擦力は最大静止摩擦力よりも小さい → 物体を動かしはじめるまでの方が強い力が必要
- 動摩擦力は物体の速度によらず一定である

動摩擦力の大きさをF', 垂直抗力の大きさをNとすると，

$$F' = \mu' N \quad \text{また，} \quad \mu' \leq \mu$$

動摩擦係数

(接触面の様子で決まる。ただし面積にはよらない)

摩擦力の性質(まとめ)

ダ・ヴィンチ
(1452-1519)
wikipediaより

アモントン
(1663-1705)
wikipediaより

クーロン
(1736-1806)
wikipediaより

アモントン=クーロンの法則

- 摩擦力の大きさは垂直抗力の大きさに比例する
- 摩擦力は接触面の面積によらない
- 摩擦力は接触面の状況に依存する
- 動摩擦力は最大静止摩擦力よりも小さい
- 動摩擦力は物体の速度によらず一定である

これらは厳密に成り立つ法則というより，限られた範囲内での経験的近似則

摩擦の話は実は奥が深い

例えば，静止摩擦係数は，接触時間によって増大し，その増大分は接触時間の対数に比例することが知られている。

摩擦の起源?

素朴には，接触面の凸凹が原因と思えるが…

接触面を徹底的に滑らかにしていくと，逆に摩擦が強くなる

摩擦の起源については現在でもなお，完全には理解されていない

例題

© いらすとや(http://www.irasutoya.com)

1. 熊と金太郎に作用する力を書き出せ。
2. 金太郎が押し勝つ場合，様々な力の関係はどうなっているか?