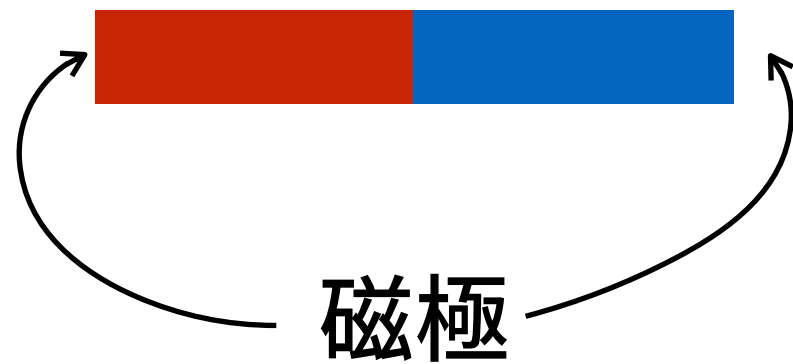


物理学F

No.02

電流と磁場

磁荷



ここが最も強く鉄粉を引きつける

磁極

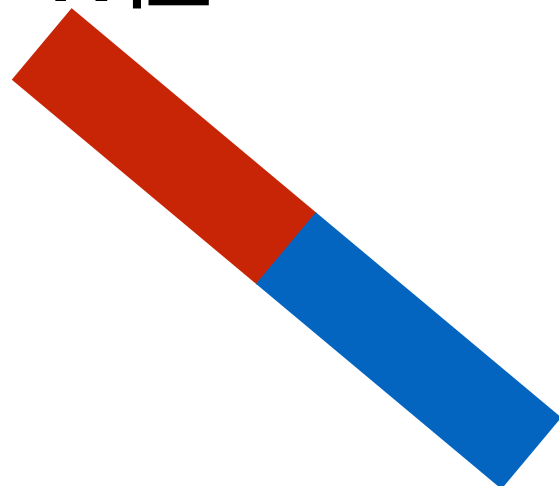
磁極には「磁荷」があると思える



電荷のようなもの。磁氣的性質を担う。

北

N極

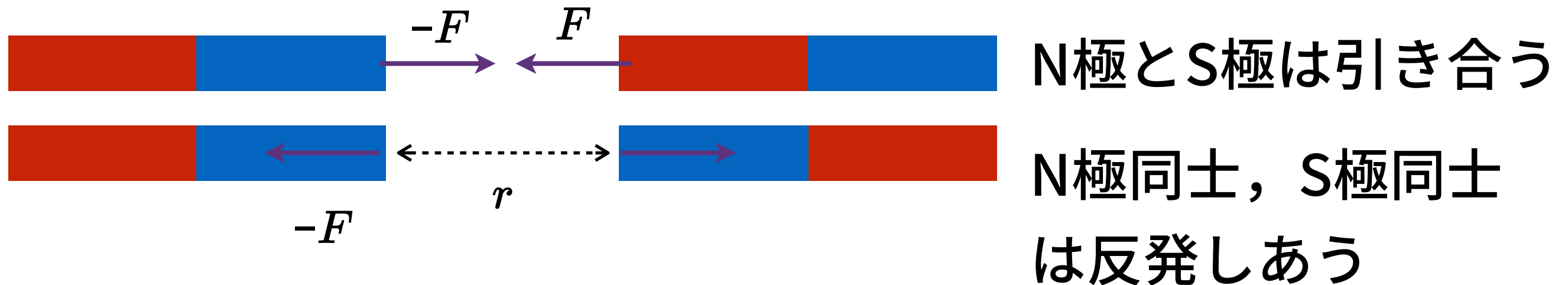


S極

南

磁力と磁荷

磁石の強さを表す「磁荷」(Wbという単位で測定)という物理量を導入する



電荷と同じような性質 ———→ 磁荷にも正負がある

N極の磁荷:正

S極の磁荷:負

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m Q_m}{r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N/A}^2$$

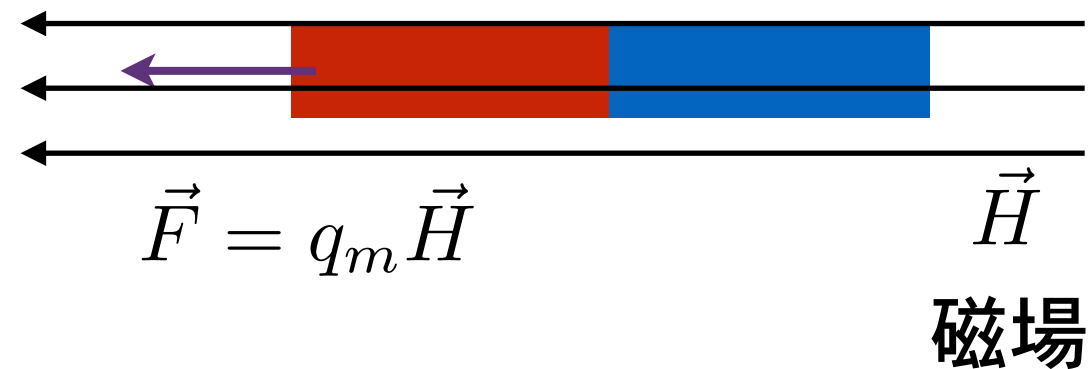
真空の透磁率 (磁気定数)

磁荷の大きさはWb単位で表す

$$\frac{1}{4\pi\mu_0} \simeq 6.33 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{Wb}^2$$

磁場

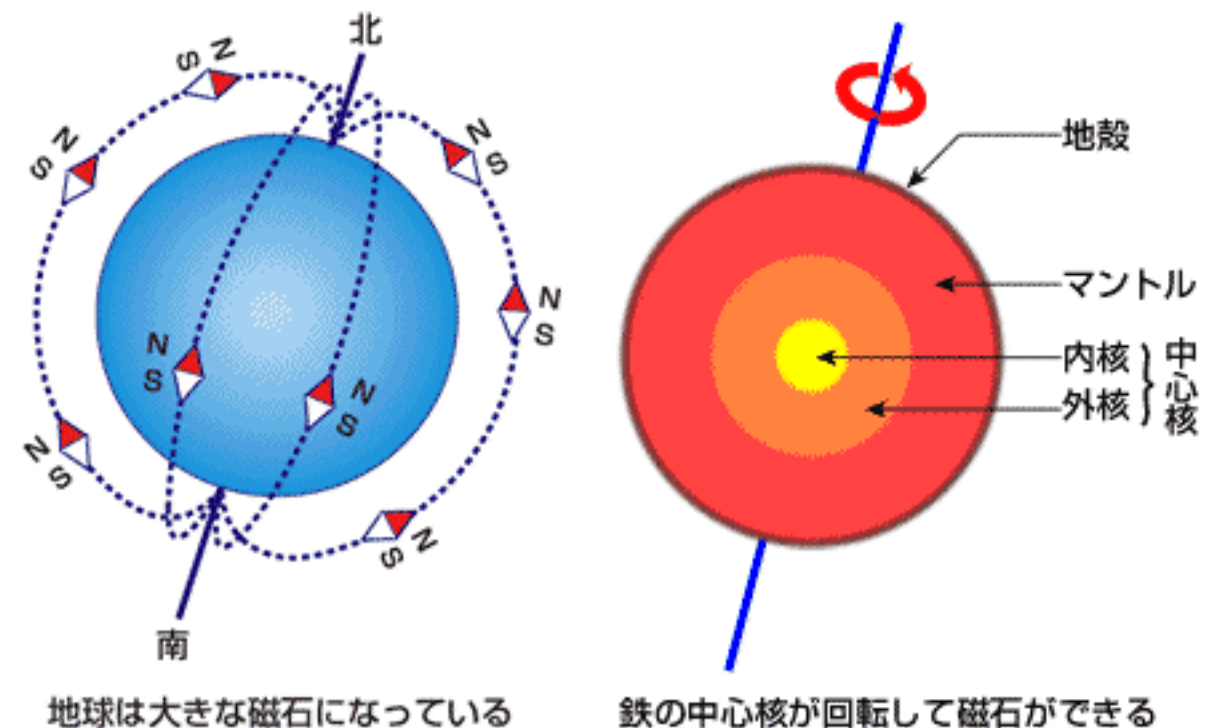
静電気力と電場の関係と同様に、「磁場」が磁力を媒介する。



方位磁石の針は北を指す



地上では北向きの磁場が
地球によって生じている



磁場の可視化

3D Magnetic Field Demonstration Bar and Horseshoe Magnets

Peter Fletcher – University of Southern Queensland



Phys-DEMO-70011
Physics.UniServe.edu.au

<https://www.youtube.com/watch?v=vhCaXWJ5nUo>

電気と磁気の違い

電気

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

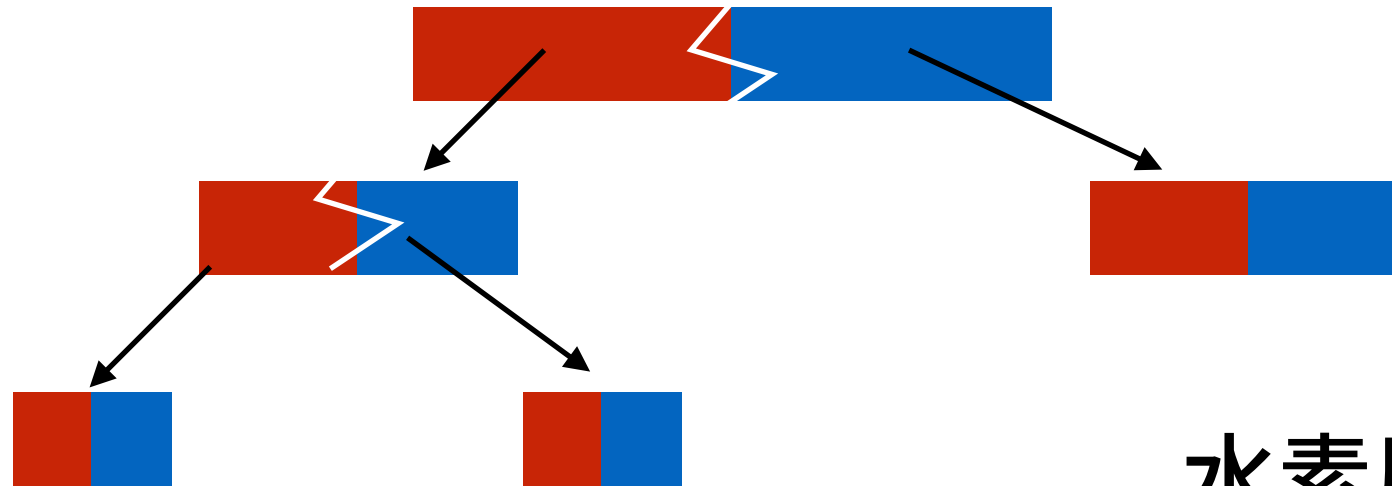
磁気

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m Q_m}{r^2}$$

$$\vec{F} = q_m \vec{H}$$

決定的な違い

磁気の場合は，「単独の磁荷」をとりだすことができない！



水素原子核

電子



正負の磁荷を分割することができない

電荷の場合は分割可能

エルステッドの実験



https://www.youtube.com/watch?v=UZyt3fWEo_A

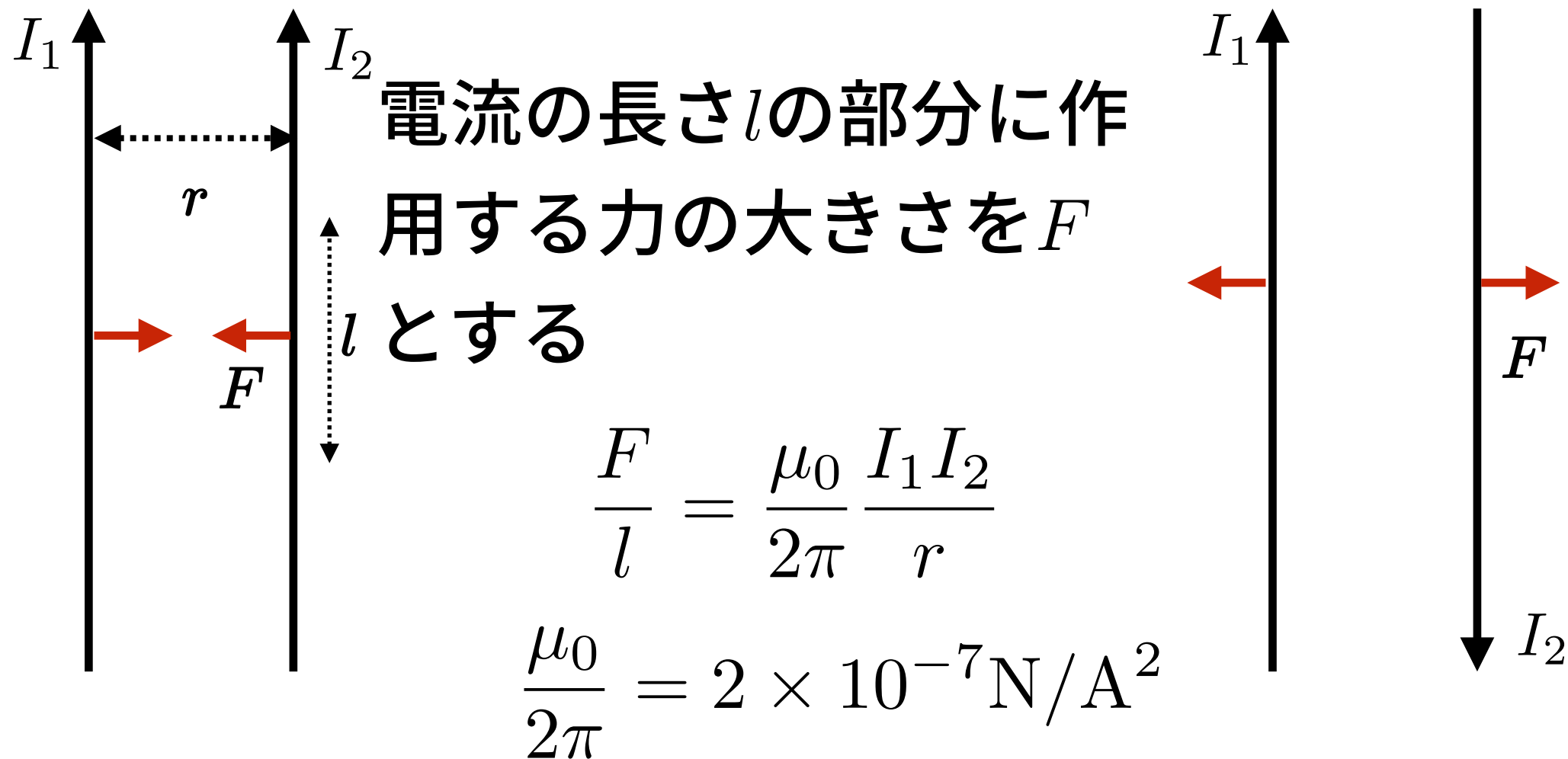
電流の磁気作用の発見

電流同士の間には作用する力

無限に長い2本の直線電流が距離 r だけ離れて流れている場合

同じ方向の場合には引力

反対方向の場合には斥力



この力を利用して，電流の単位
A(アンペア)が定義されている

例題

10cmの間隔をおいて平行に張った2本の導線に、それぞれ200Aの電流を互いに反対向きに流したときの、導線1mあたりに作用する電流間の斥力の大きさはいくらか？

$$F = 8 \times 10^{-2} \text{N/m}$$

磁場

電流間の力が**磁場**を媒介して作用すると考える。

$$F/l = I_1 B \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2}{r}$$


磁束密度（単に磁場と呼ぶこともある）

1Aの電流に対して，導線1mあたりに作用する力が1Nのときの磁束密度の大きさを1T(テスラ)という。

$$1\text{T} = 1 \text{ N/A} \cdot \text{m}$$

かつては，G(ガウス)という単位が用いられていた

$$1\text{G} = 10^{-4}\text{T}$$

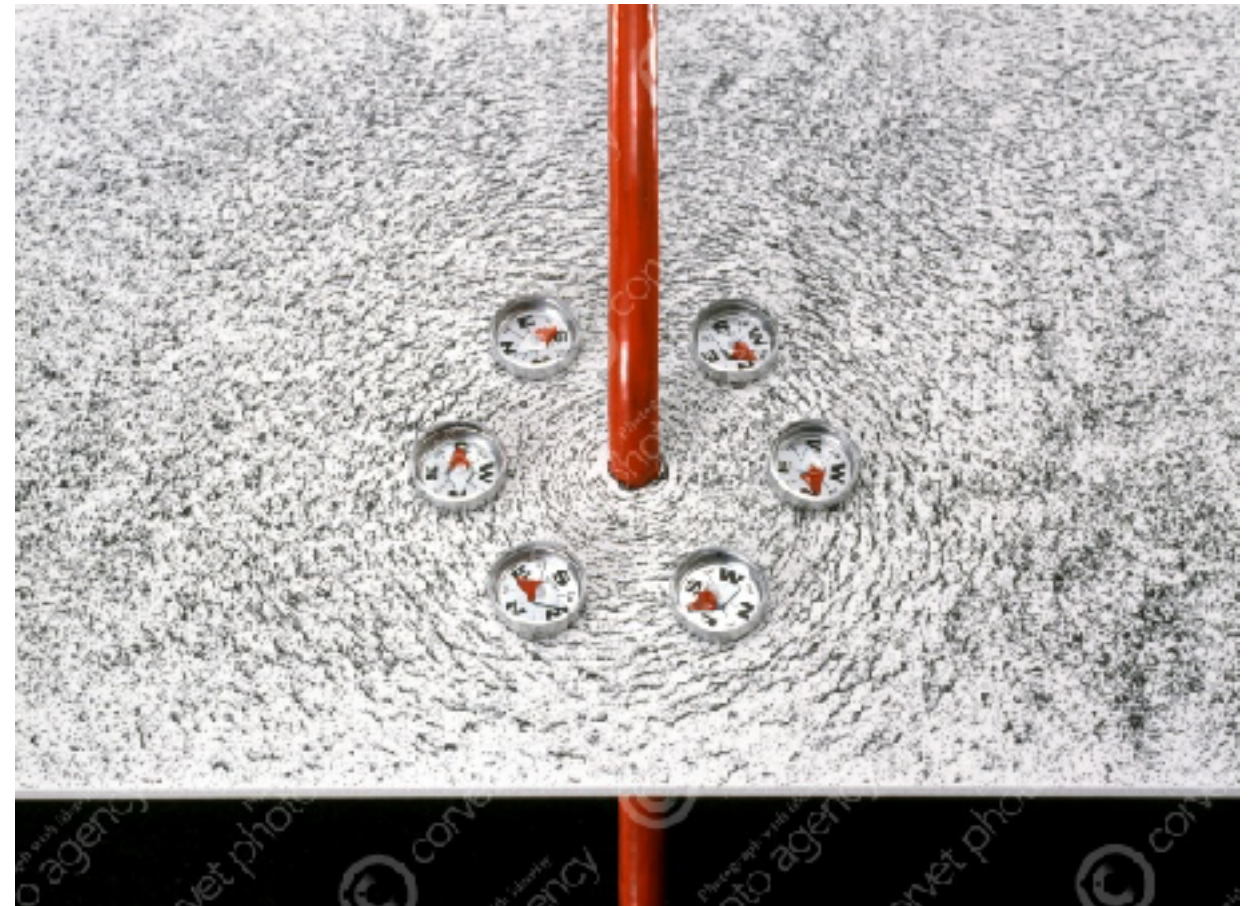
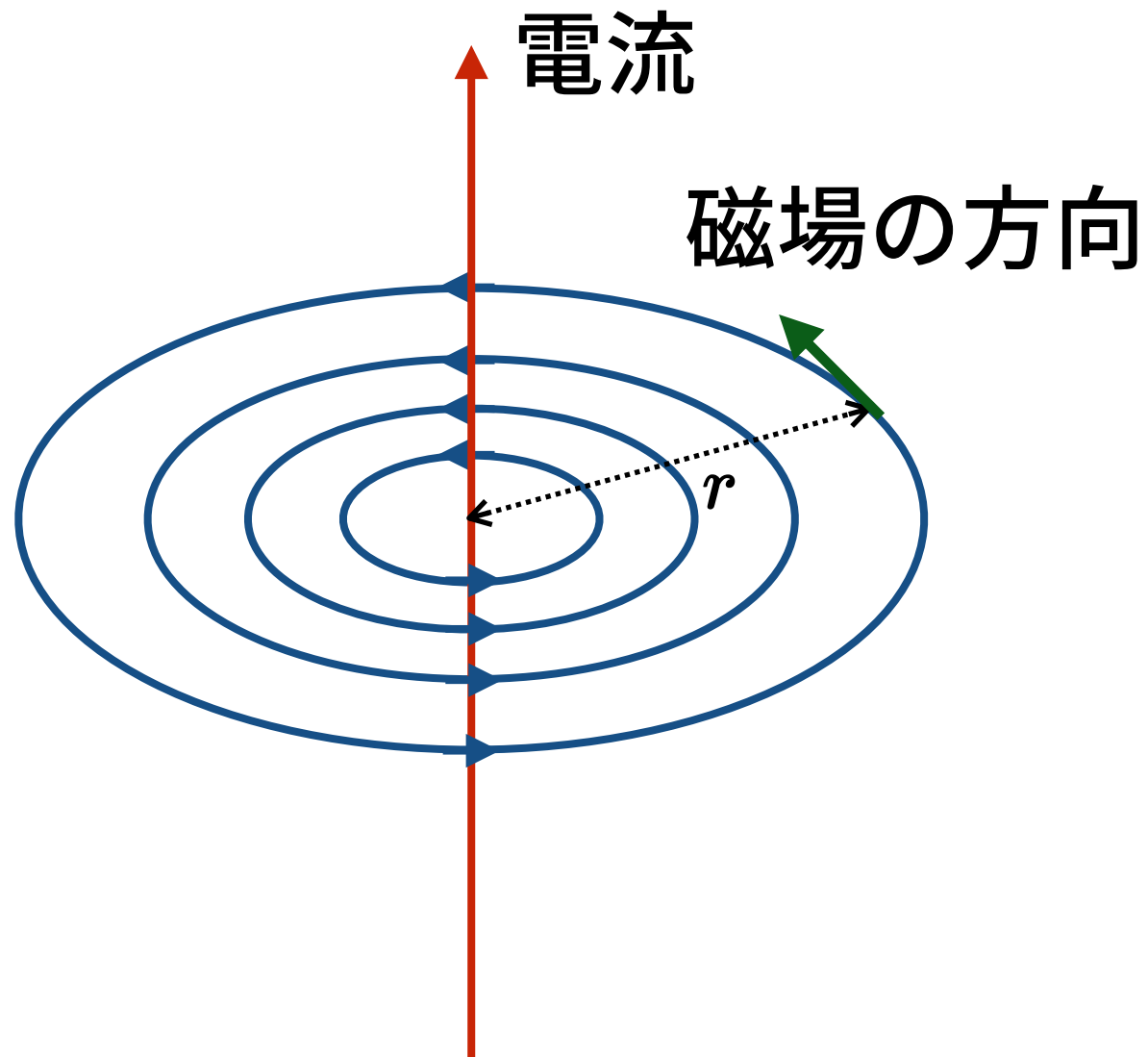
例題

100Aの直線電流から5cm離れたところでの磁束密度は何テスラか？

答え: $0.0004\text{T}=4\text{G}$

直線電流の作る磁場

直線電流のまわりには、
このような磁場ができる

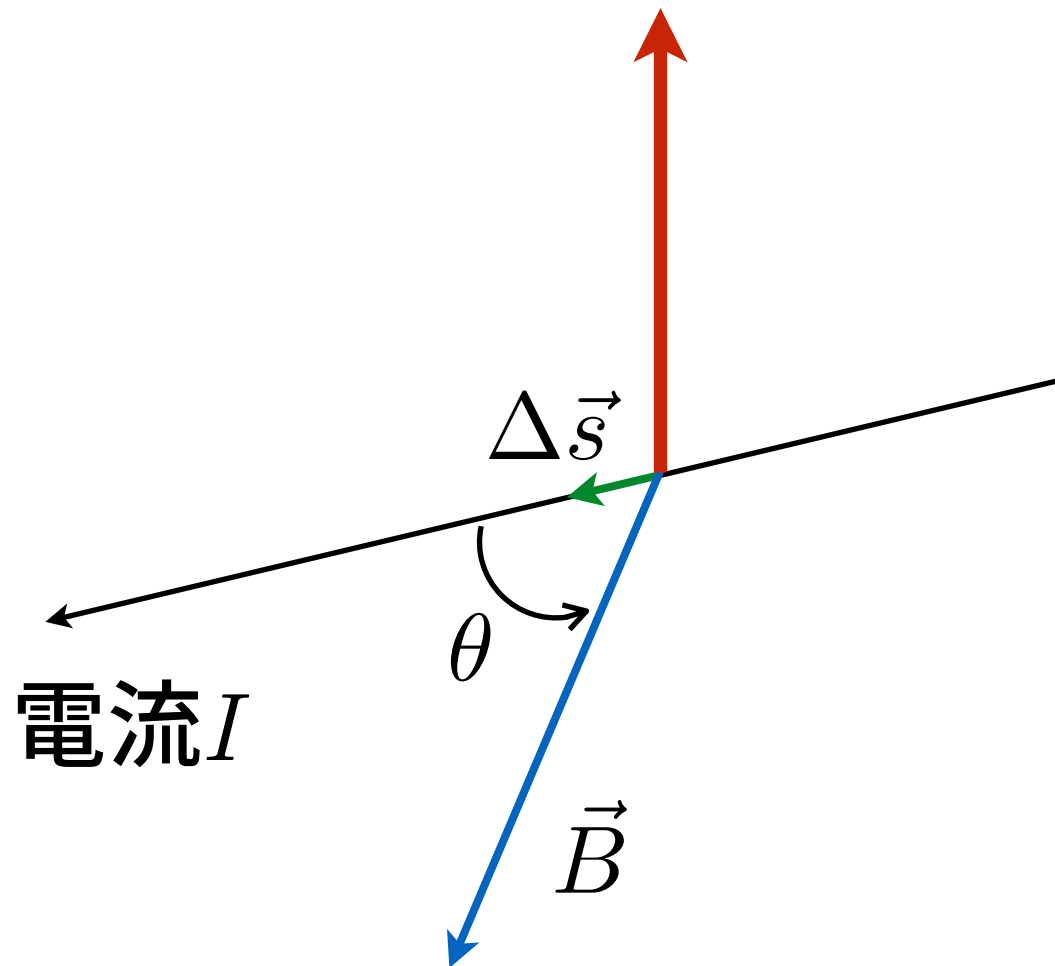


© コベットフォトエージェンシー

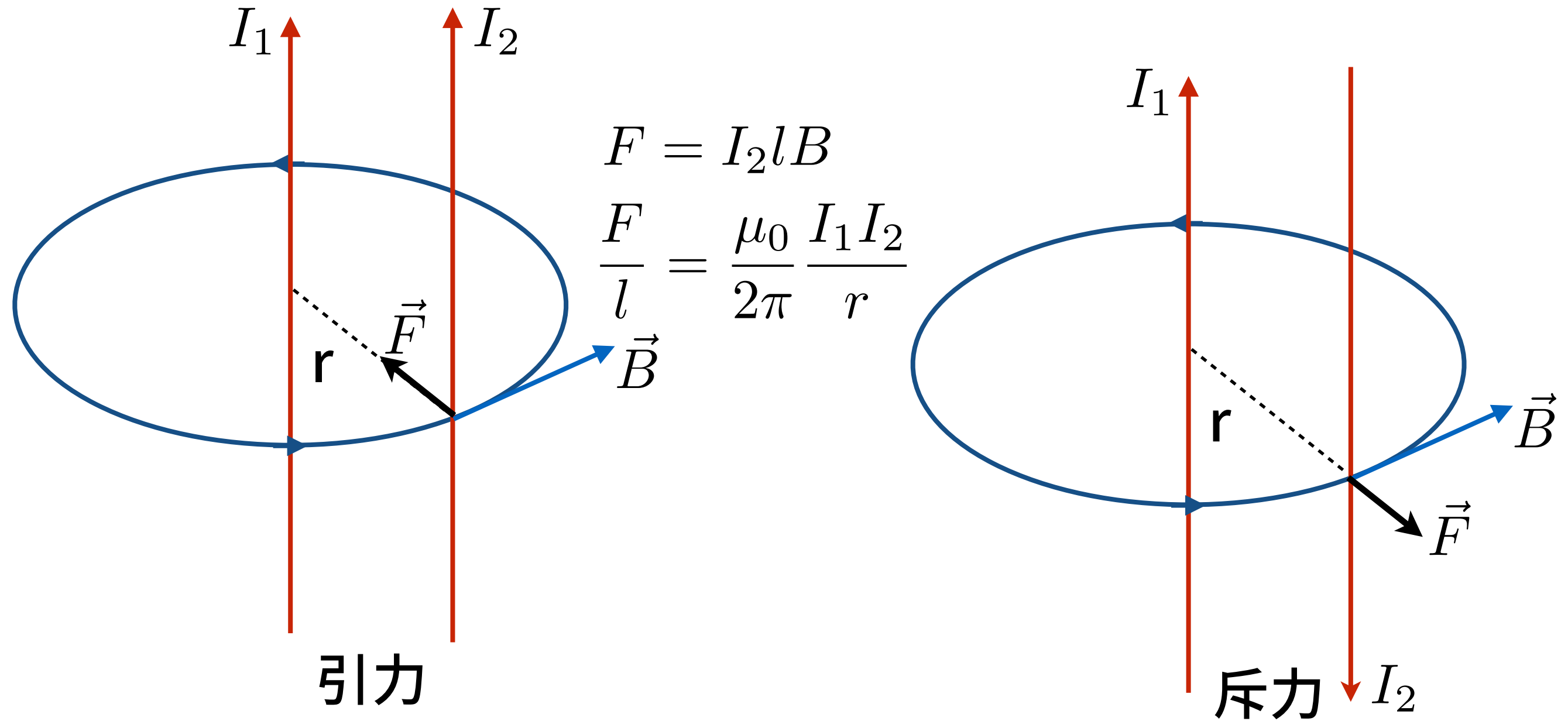
アンペール力

磁場中の電流は磁場から力をうける

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{s} \times \vec{B} \qquad \Delta F = I \Delta s B \sin \theta$$



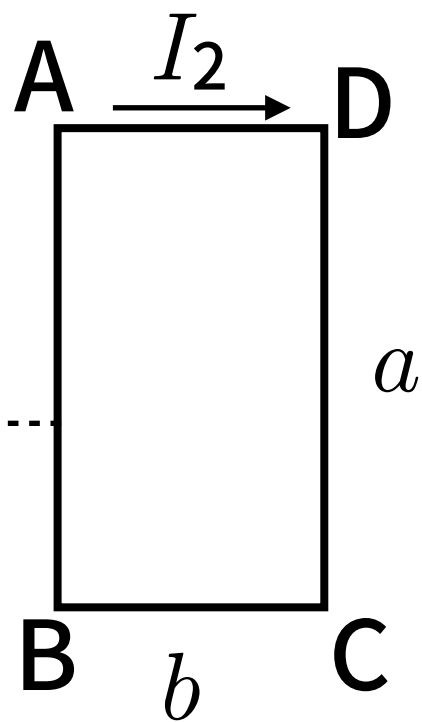
電流間に働く力



電流間の力は磁場による力と解釈できた！

例題

無限に長い直線電流 I_1 から，図の長方形の回路に流れる電流 I_2 がうける力を求めよ。



辺AB上に作られる磁場は $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{r}$

辺ABに作用する引力は $F = I_2 B a = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 a}{r}$

辺DC上に作られる磁場は $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{(r + b)}$

辺ABに作用する斥力は $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 a}{(r + b)}$

ADとBCに作用する力はつりあうから，

回路に作用する力は， $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 a b}{r(r + b)}$

ローレンツ力

速さ v で運動する電荷 q の荷電粒子を考える

導線中の単位長さあたりに含まれる荷電粒子の数を n とする

電流 I は $I=qnv$ と書ける

長さ Δs のこの電流に作用するアンペール力は

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{s} \times \vec{B} = nqv \Delta \vec{s} \times \vec{B} = n \Delta s q \vec{v} \times \vec{B}$$

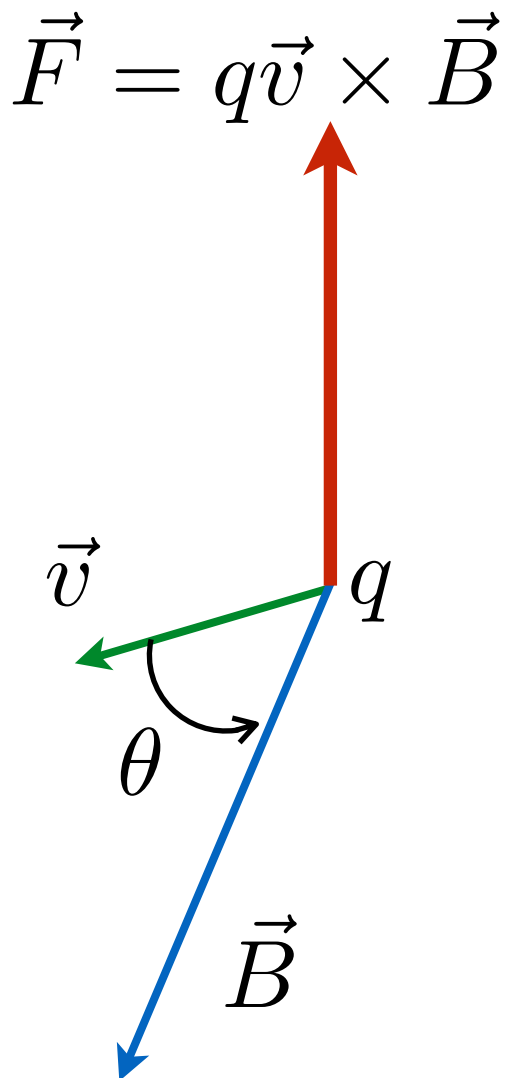
粒子 1 個あたりの力を求めると、

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad F = qvB \sin \theta$$

磁場以外に電場も存在している場合には、
クーロン力も作用する。

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

荷電粒子の運動方程式



ガウスの法則

電気力線に相当する，磁力線を描くと，閉曲線になる

$$\longrightarrow \int_{S_0} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

磁場に関する
ガウスの法則

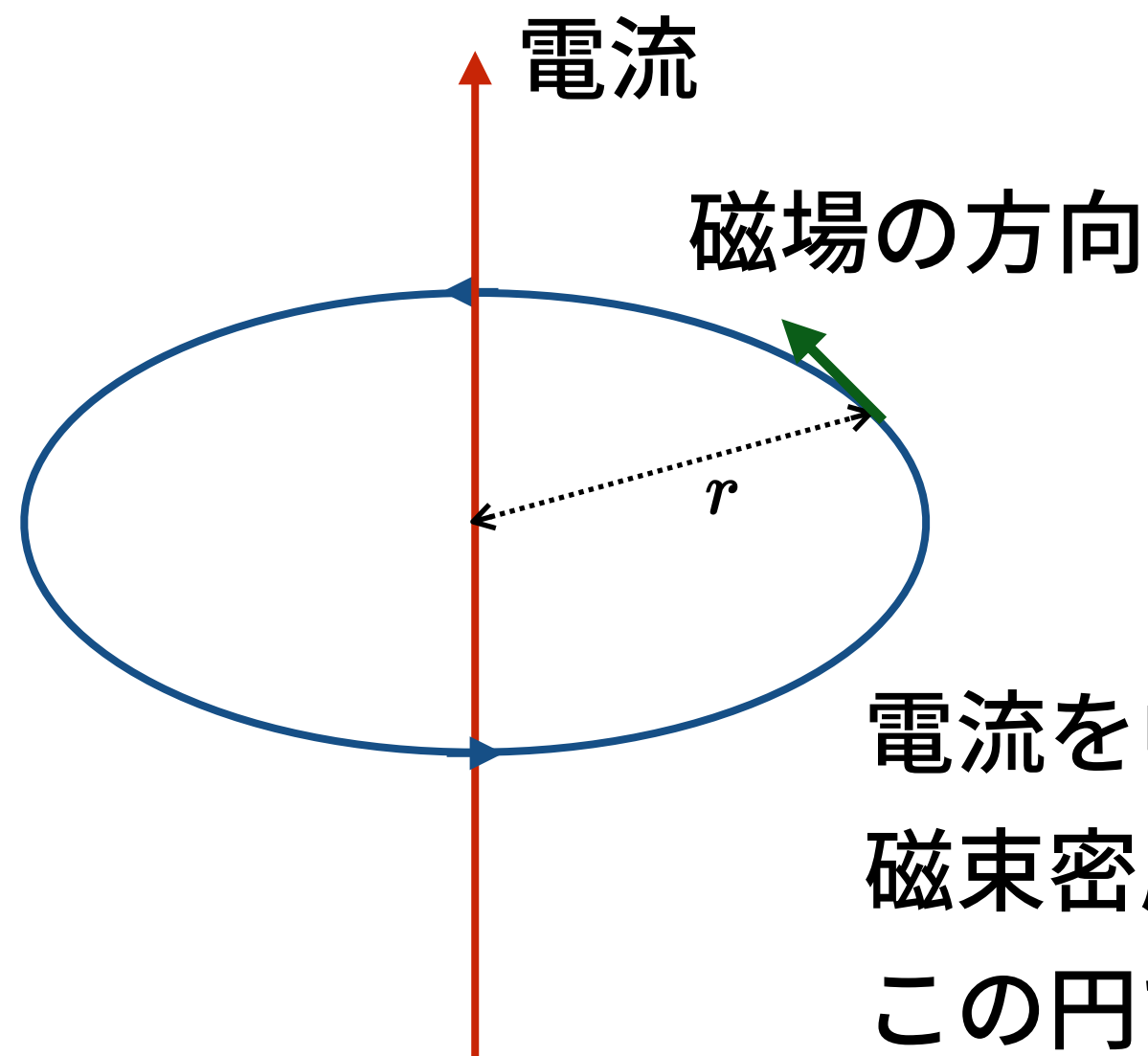
電場に関するガウスの法則と比較する

$$\int_{S_0} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

磁場に関するガウスの法則は，「磁荷が存在しない」ことを表している。

磁場の源は電流である！

アンペールの法則



$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

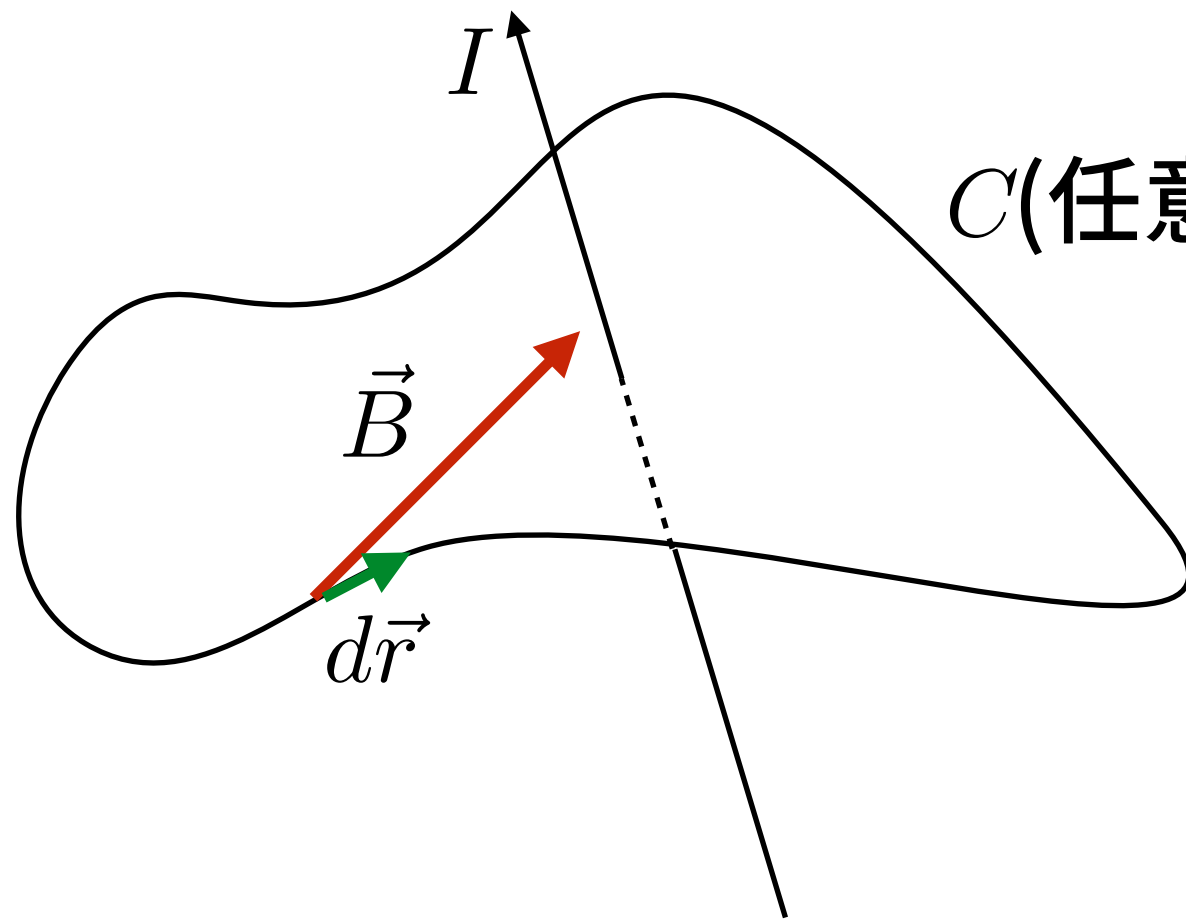


$$2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

電流を中心とする半径 r の円に沿って、
磁束密度の大きさを足し合わせると、
この円で囲まれている部分の電流に真
空の透磁率をかけたものと等しい。

これは次のように一般化できる。

アンペールの法則



C (任意の閉曲線)

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

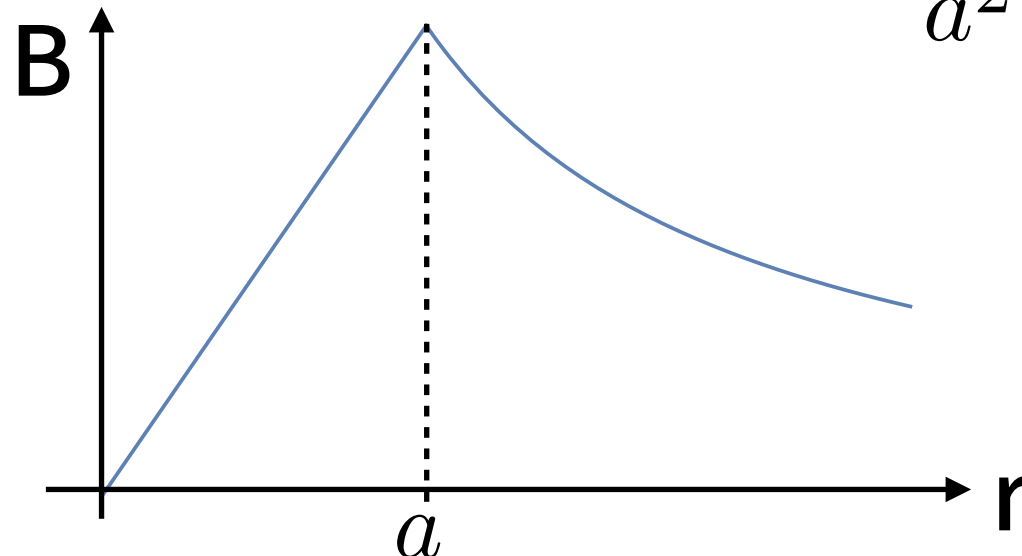
例題

半径 a の無限に長い円柱導体中を，一様な密度で電流 I が流れている。この電流が作る磁場を考える。

閉曲線として，円柱の中心軸を中心とする半径 r の円を選ぶ。

$$r > a \text{ のとき } 2\pi r B(r) = \mu_0 I \quad B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < a \text{ のとき } 2\pi r B(r) = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2} \quad B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

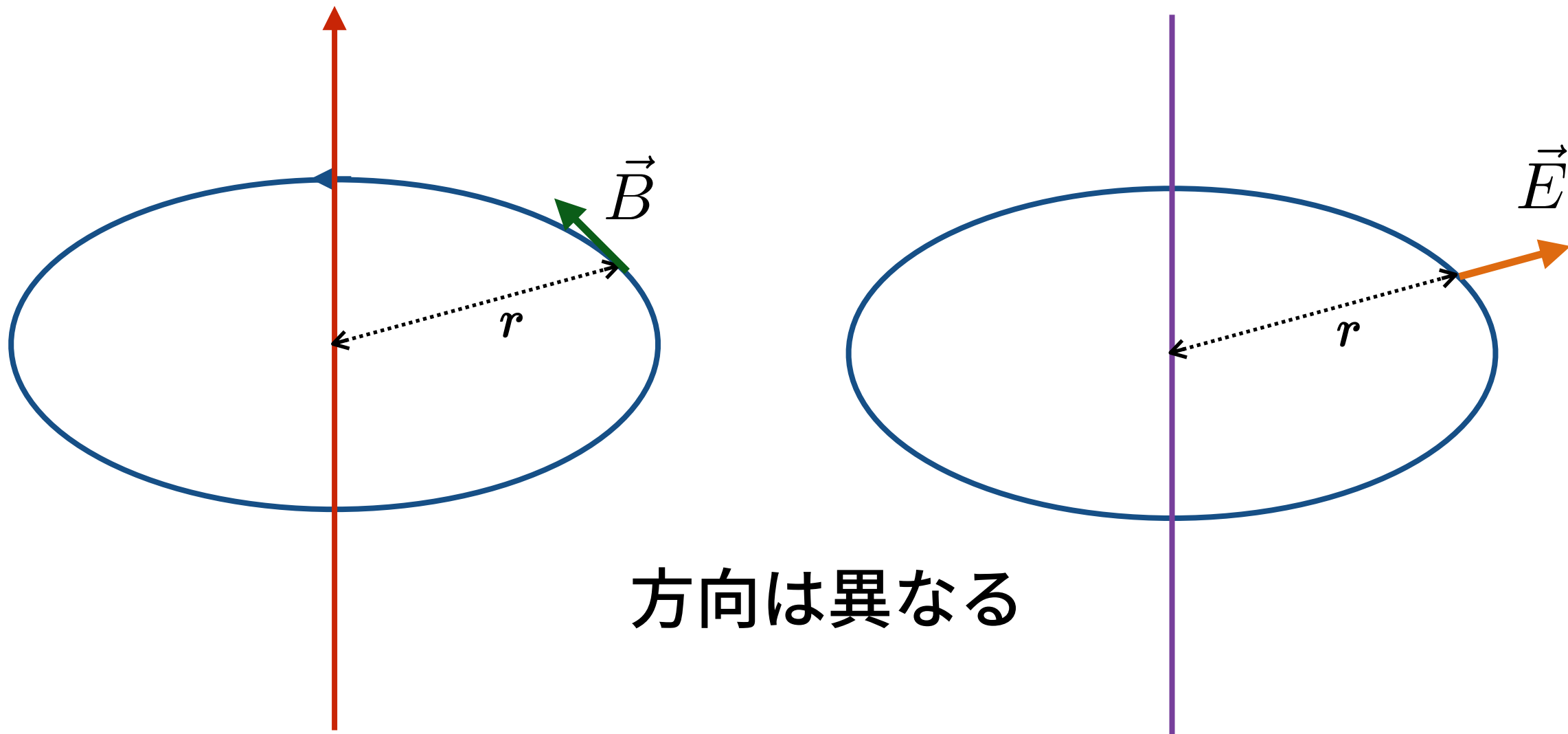


ビオ・サバールの法則

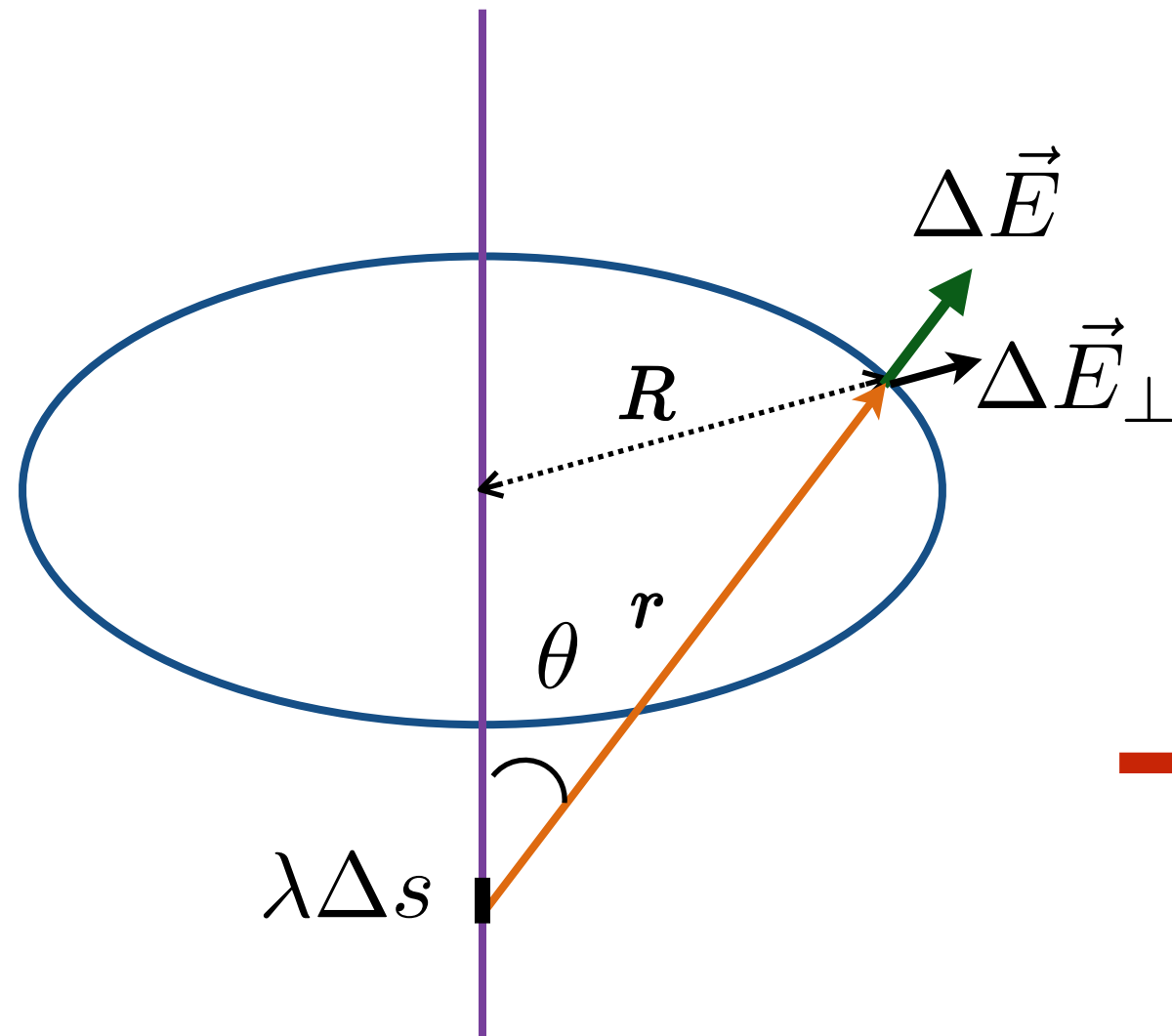
直線電流が作る磁場： $B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$

直線状の電荷が作る静電場： $E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$

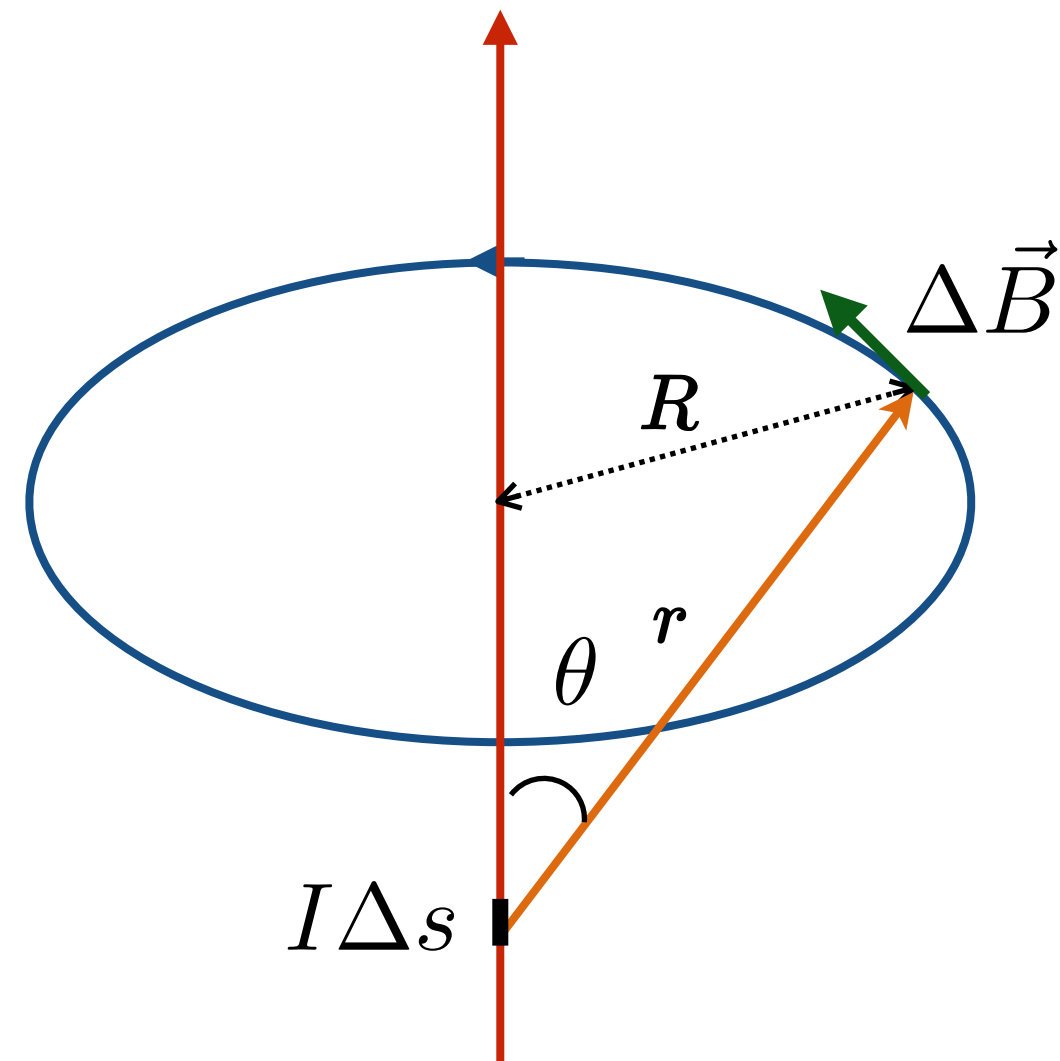
大きさに関して全く同じ形（距離に反比例）



ビオ・サバールの法則



$$\Delta E_\perp = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \Delta s \sin \theta}{r^2}$$

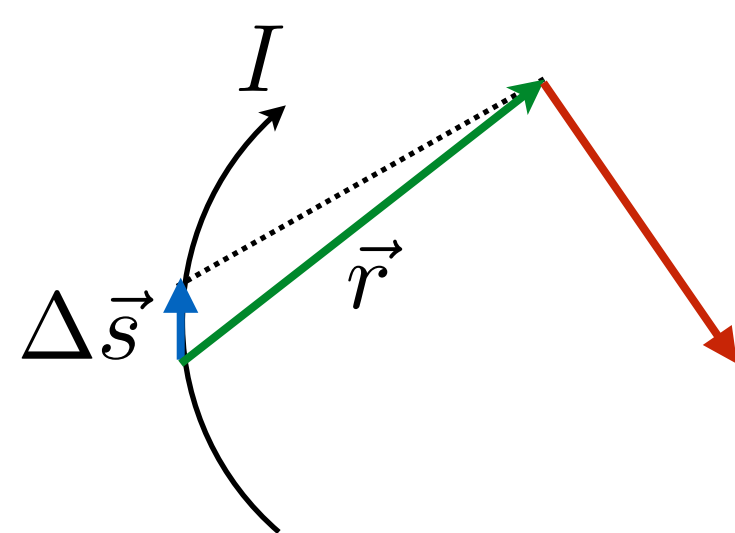


$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta s \sin \theta}{r^2}$$

微小電流の作る磁場

ビオ・サバールの法則

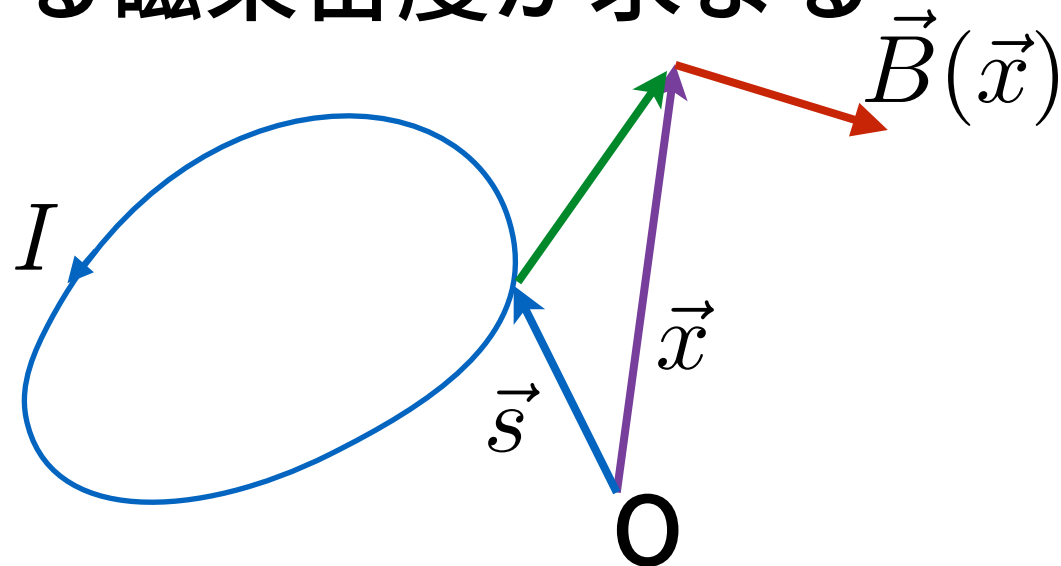
微小電流の作る磁場は，ベクトル積を使って次のようにも表せる



The diagram shows a small current element $\Delta \vec{s}$ (blue arrow) with current I flowing in the direction of the arrow. A position vector $\vec{r}$ (green arrow) points from the element to a point. A magnetic field vector $\Delta \vec{B}$ (red arrow) is shown at that point, perpendicular to the plane formed by $\Delta \vec{s}$ and $\vec{r}$. A dotted line indicates the perpendicular distance from the element to the line defined by $\vec{r}$.

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

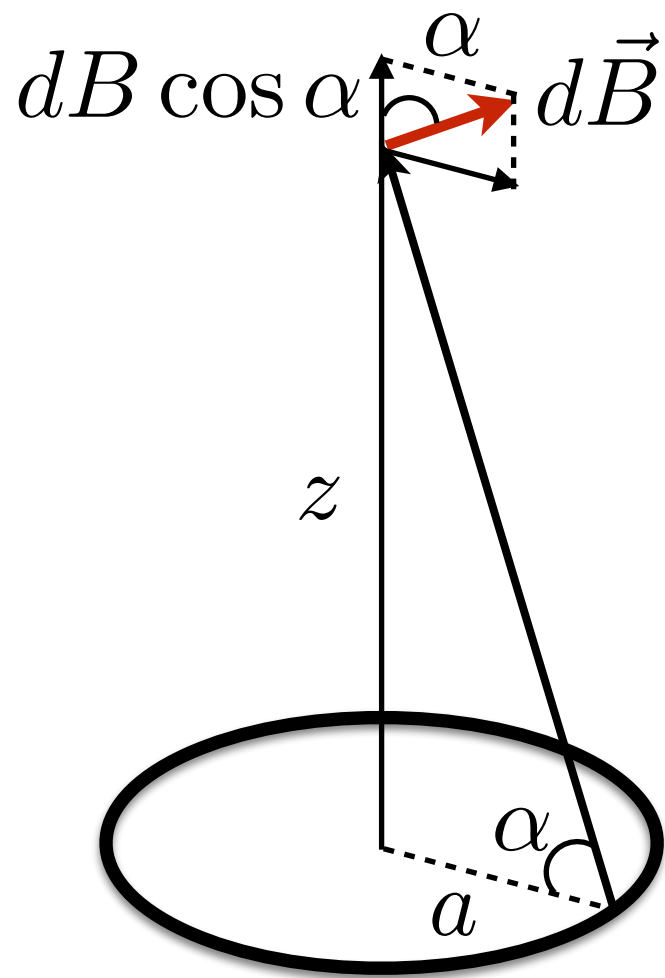
電流の流れる回路に関して積分すると，任意の電流回路の作る磁束密度が求まる



$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{C_0} \frac{d\vec{s} \times (\vec{x} - \vec{s})}{|\vec{x} - \vec{s}|^3}$$

例題

半径 a の円形の導線に電流 I が流れているとき，この円形電流の中心軸上，高さ z の位置にできる磁束密度を求めよ。



$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\cos \alpha}{r^2} \int_{C_0} dr = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\cos \alpha}{r^2} 2\pi a$$

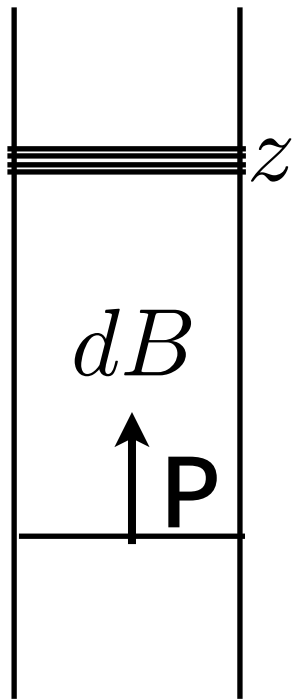
$$\vec{B} = \left(0, 0, \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \right)$$

例題

単位長さあたりの巻き数が n の無限に長い半径 a のソレノイドを考える。

1. ソレノイドの中心軸上の磁束密度を求めよ。
2. ソレノイド内部の中心軸上以外の磁束密度はどうなるか？
3. ソレノイド外部での磁束密度はどうなるか？

例題

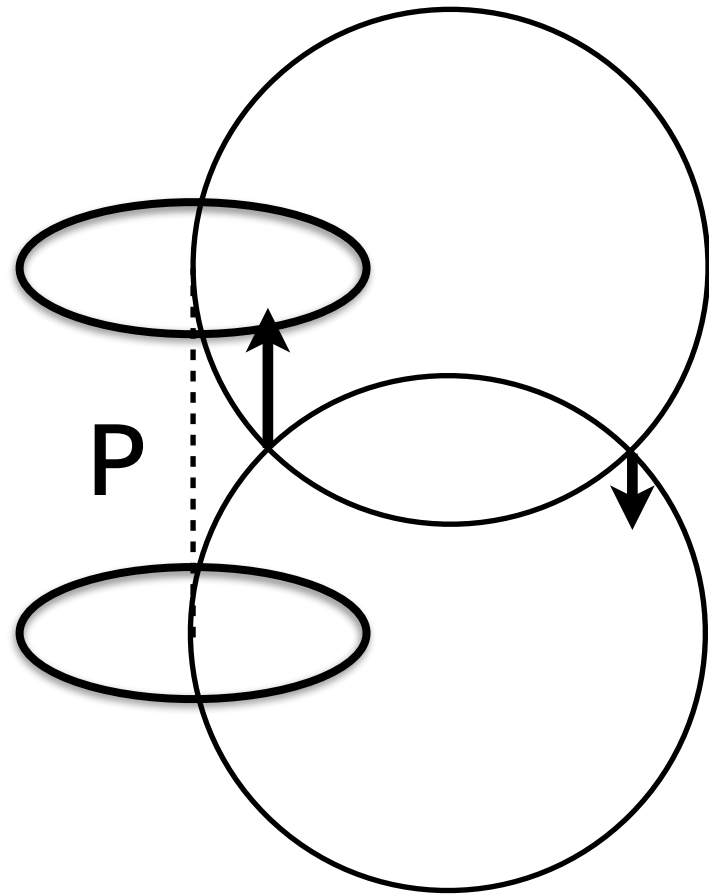


$$dB = \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} n dz$$

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} n dz = \mu_0 n I$$

$z = a \tan \theta$ において積分すると簡単

例題



Pに対して上下に対称な円形電流の
作る磁場を考える

中心軸以外でも磁束密度は中心軸に平行

ソレノイド内部に長方形のループをとる
このループの内部に電流は貫いていない

$$B_i \ell - B \ell = 0 \quad \text{よって} \quad B = \mu_0 n I$$

内部はどこでも一緒

次に外部と内部にまたがるようにループをとる

$$B_i \ell - B_{ex} \ell = \mu_0 n I \ell \quad \text{よって} \quad B_{ex} = 0$$

外部には磁場がない

