物理学F

No.04

電磁誘導

電磁場の法則

時間変動も含めた場合，いま手元にあるのは

$$\int_{S_0} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \int_{S_0} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

（ガウスの法則）

$$\int_{C_0} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \int_S \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

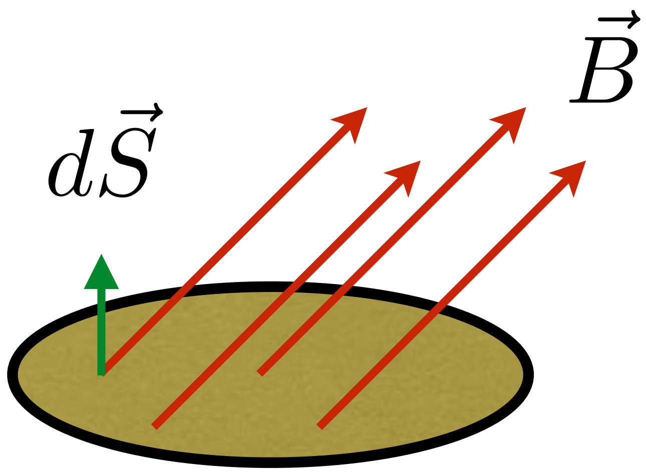
（アンペール・マクスウェルの法則）

次の法則が時間変動に対してどのような変更をうけるか

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

このときに，キーとなるのが，電磁誘導

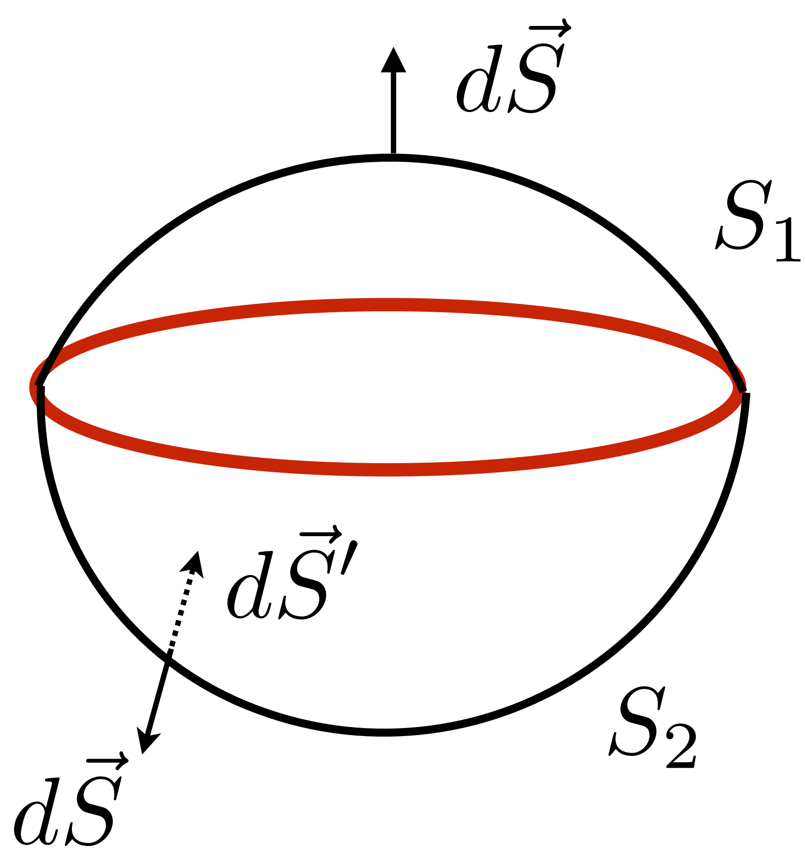
磁束



ある面を考えて，磁束密度の面に垂直な成分と足元の面積の積を足し上げる

$$\boxed{\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

これは閉回路を縁とする任意の面に対して同じ値になる



ガウスの法則より

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{B} \cdot (-d\vec{S}') = 0$$

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S}'$$

電磁誘導

閉回路を貫く**磁束が時間変化** ⟶ 閉回路に電流(**誘導電流**)

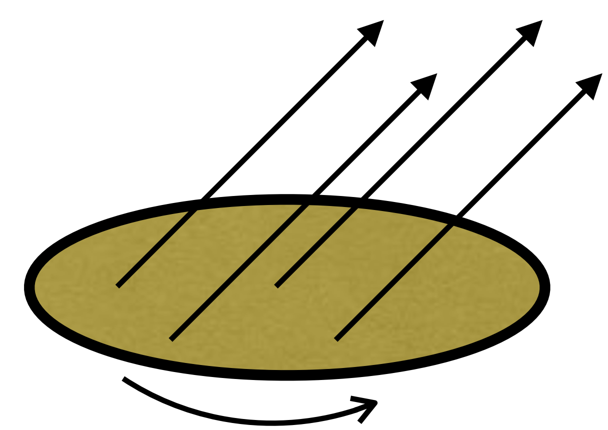
誘導電流を流すための電圧(起電力)を**誘導起電力**という。

ファラデーの電磁誘導の法則

回路に生じる起電力Vは回路の内側を貫く磁束に対して右回り(右ネジの関係)を正として，

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}$$

となる。



磁束の変化を妨げる向き

こちら向きに電流を流そうとする方向を正にする

ファラデーの法則

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}$$

これを電磁場の言葉で書き換える

閉回路に電位差Vが発生 $\longrightarrow$ そこを電荷qが一周するときに

電場がする仕事は $W = qV$

一方，$\vec{F} = q\vec{E}$ より

$$W = q\int_{C_0} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

よって，

$$\boxed{\int_{C_0} \vec{E}\cdot\vec{r} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

ファラデーの法則

$$\boxed{\int_{C_0} \vec{E}\cdot\vec{r} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

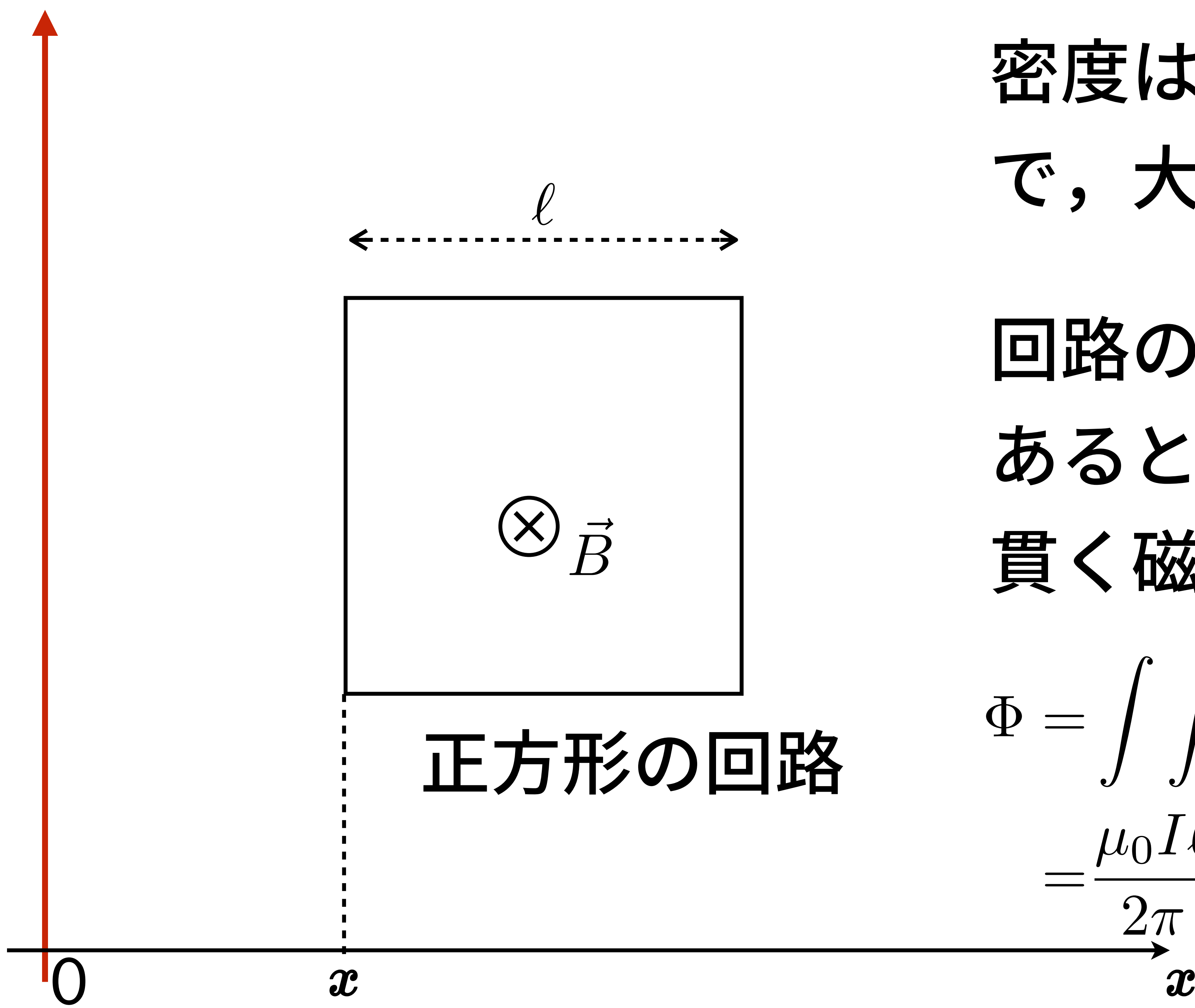
C_0は単に空間中の閉曲線と考えることができる（回路が存在しなくてもよい）

$\downarrow$

磁場の時間変動がループ状の電場を生じる

静電場の場合と異なり，ポテンシャルで書き表せない部分をもつ

例



電流によって生じる磁束密度は図のような向きで，大きさは $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$

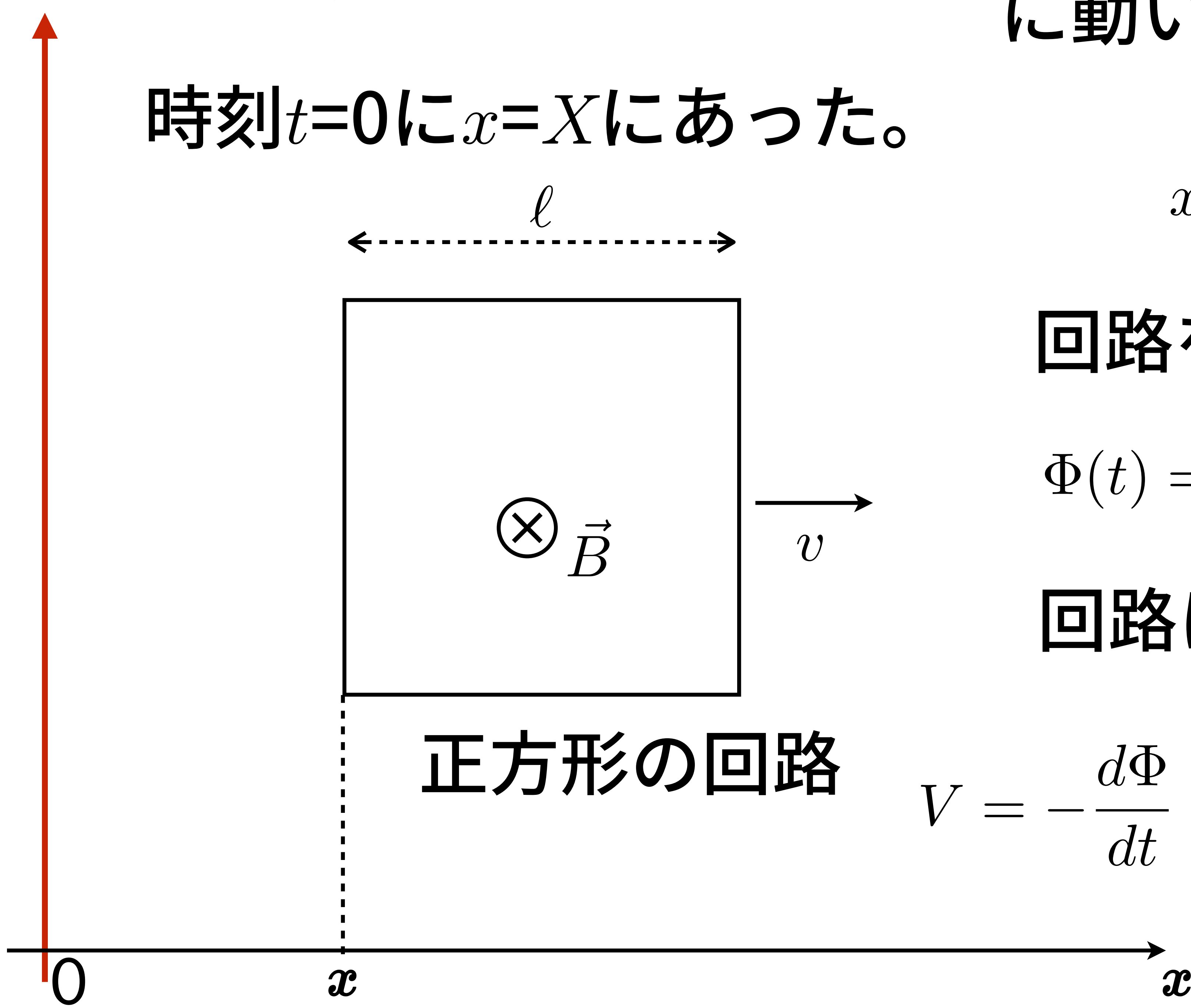
回路の左端の座標がxであるときに，この回路を貫く磁束は

$$\Phi = \int\int B dx' dy = \int_x^{x+\ell} \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi x'} dx'$$
$$= \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \log \frac{x+\ell}{x}$$

例

無限に長い電流I

時刻t=0にx=Xにあった。



回路が一定速度で右向きに動いていたとする。

$$x(t) = X + vt$$

回路を貫く磁束は

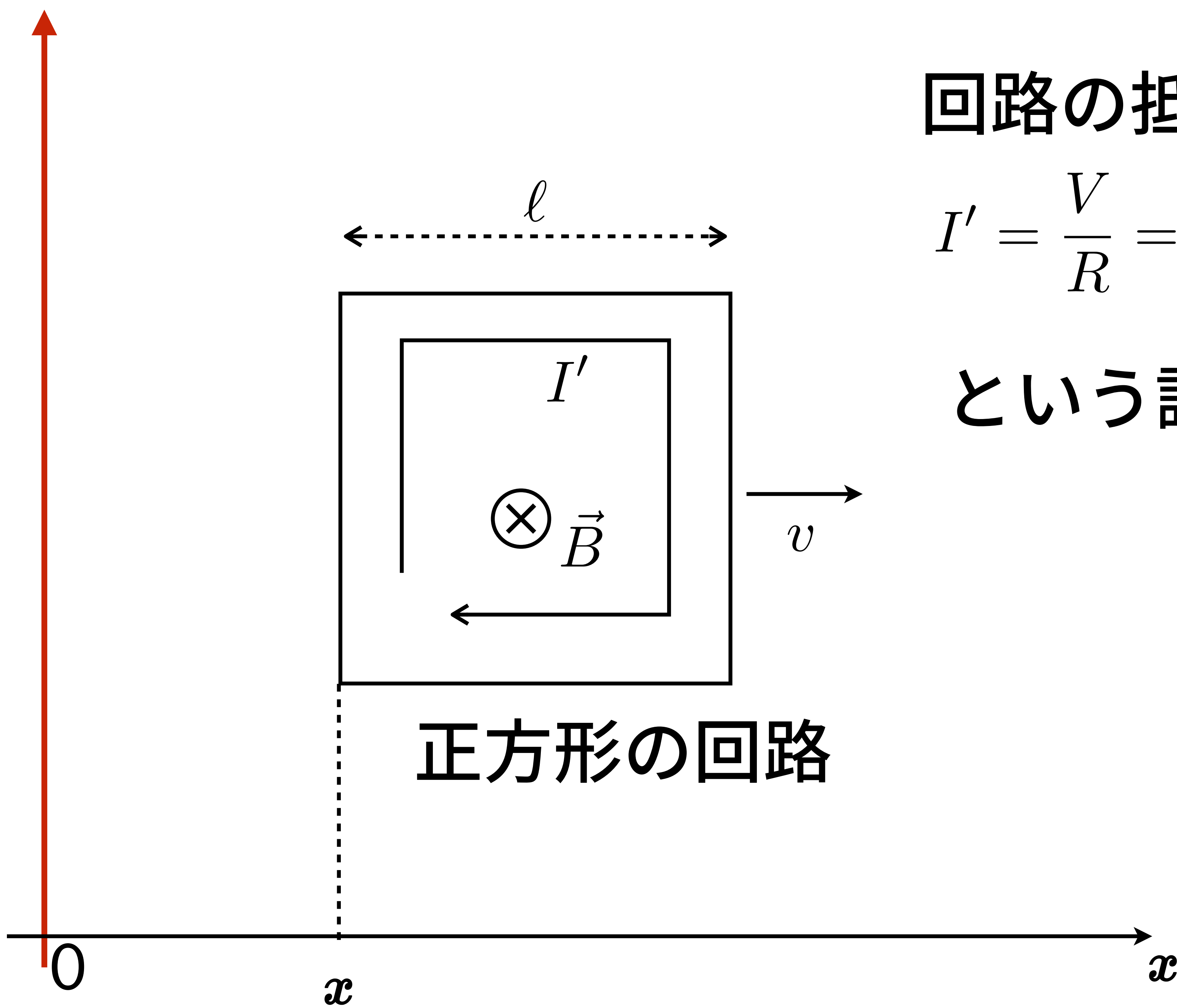
$$\Phi(t) = \frac{\mu_0 I\ell}{2\pi}\log\frac{X+\ell+vt}{X+vt}$$

回路に生じる起電力は

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I \ell^2 v}{2\pi(X+vt)(X+\ell+vt)}$$

例

無限に長い電流I



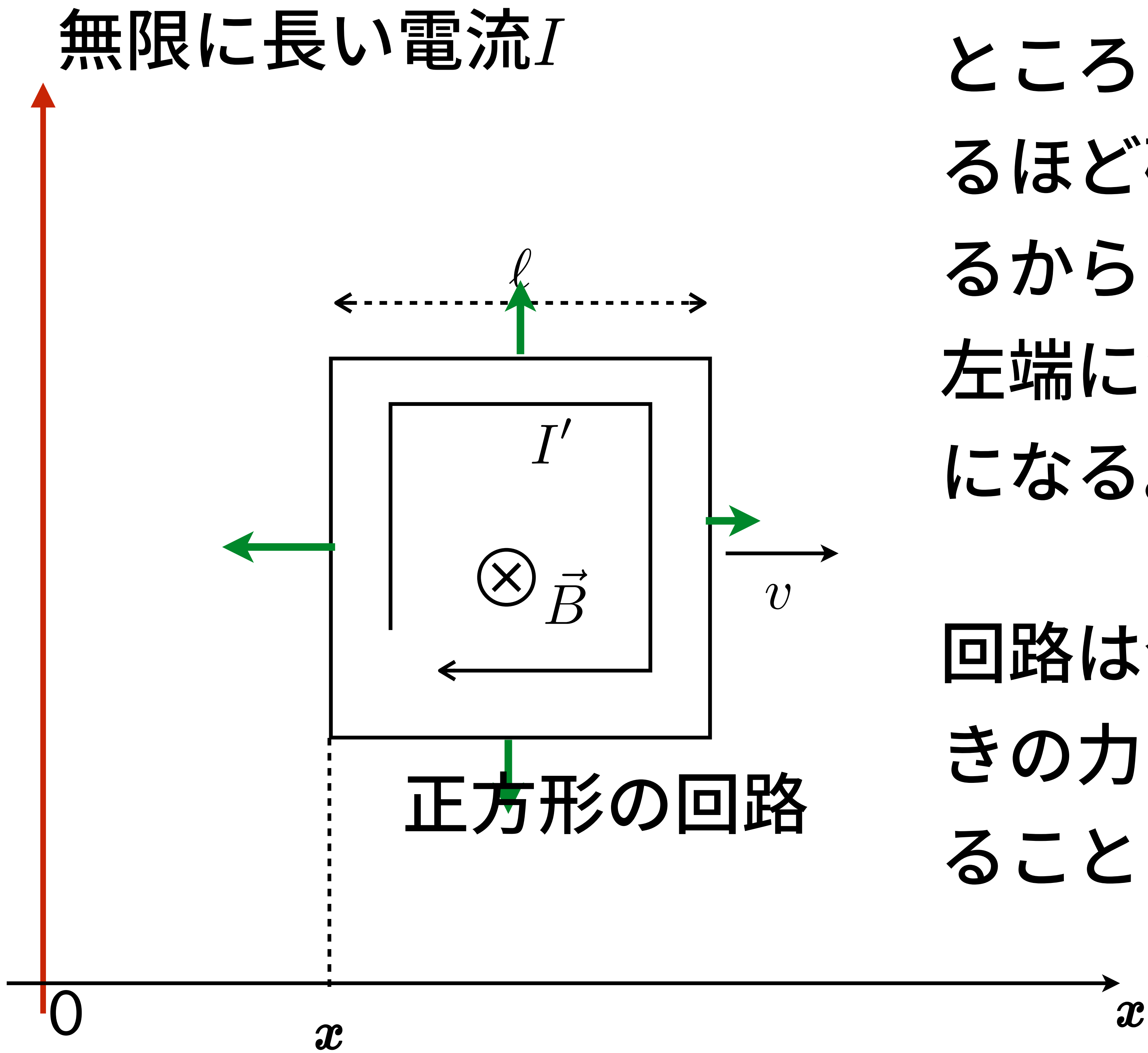
図の向きに誘導電流が流れる

回路の抵抗をRとすると，

$$I' = \frac{V}{R} = \frac{\mu_0 I \ell^2 v}{2\pi R(X+vt)(X+\ell+vt)}$$

という誘導電流が流れる。

例



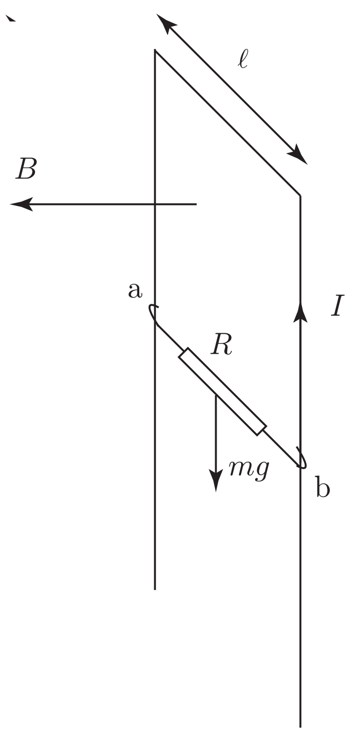
ところで，電流から遠ざかるほど磁束密度は小さくなるから，この回路の右端と左端にかかる力は図のようになる。

回路は全体として左向きの力を磁場から受けることになる。

例題

図のような，幅 ℓ で抵抗を無視できる導線でできた枠に，質量 m，抵抗 R の導線 ab を水平にかけて閉回路をつくる。この閉回路に垂直に一様な大きさ B の磁束密度があるときに，導線 ab を自由落下させる状況を考えよう。ある時刻 t において，抵抗 ab の落下速度が v，枠の上端から抵抗までの距離が L になったとする。この瞬間に，閉回路で囲まれる長方形部分の面積 S は $S = \ell L$ であり，回路を貫いている磁束 $\Phi(t)$ は $\Phi(t) = \boxed{\text{(a)}}$ となる。ゆえに，時刻 t における磁束 Φ の変化は，速度 v を用いて $\dfrac{d\Phi}{dt} = \boxed{\text{(b)}}$ となる。ゆえに，電磁誘導の法則により，回路内に発生する起電力の大きさ V は，B，ℓ，v を用いて，$V = \boxed{\text{(c)}}$ のようになり，回路を流れる電流は $I = \frac{V}{R}$ で求められる。

強さ I の電流の流れる長さ ℓ の導線 ab に磁場がおよぼす力の強さは，I と ℓ と B を用いて $F = \boxed{\text{(d)}}$ のように求まる。速度 v がある大きさになると，この力と重力がつりあうようになり，つりあった瞬間にこの抵抗には加速度が生じなくなる。これまでの結果を用いると，この加速度が生じなくなる速度の大きさ v_∞ は，m，g(重力加速度)，R，B，ℓ を用いて $v_\infty = \boxed{\text{(e)}}$ と表せる。



(a) $\Phi(t) = B\ell L$

(b) $$\frac{d\Phi(t)}{dt} = B\ell\frac{dL}{dt} = B\ell v$$

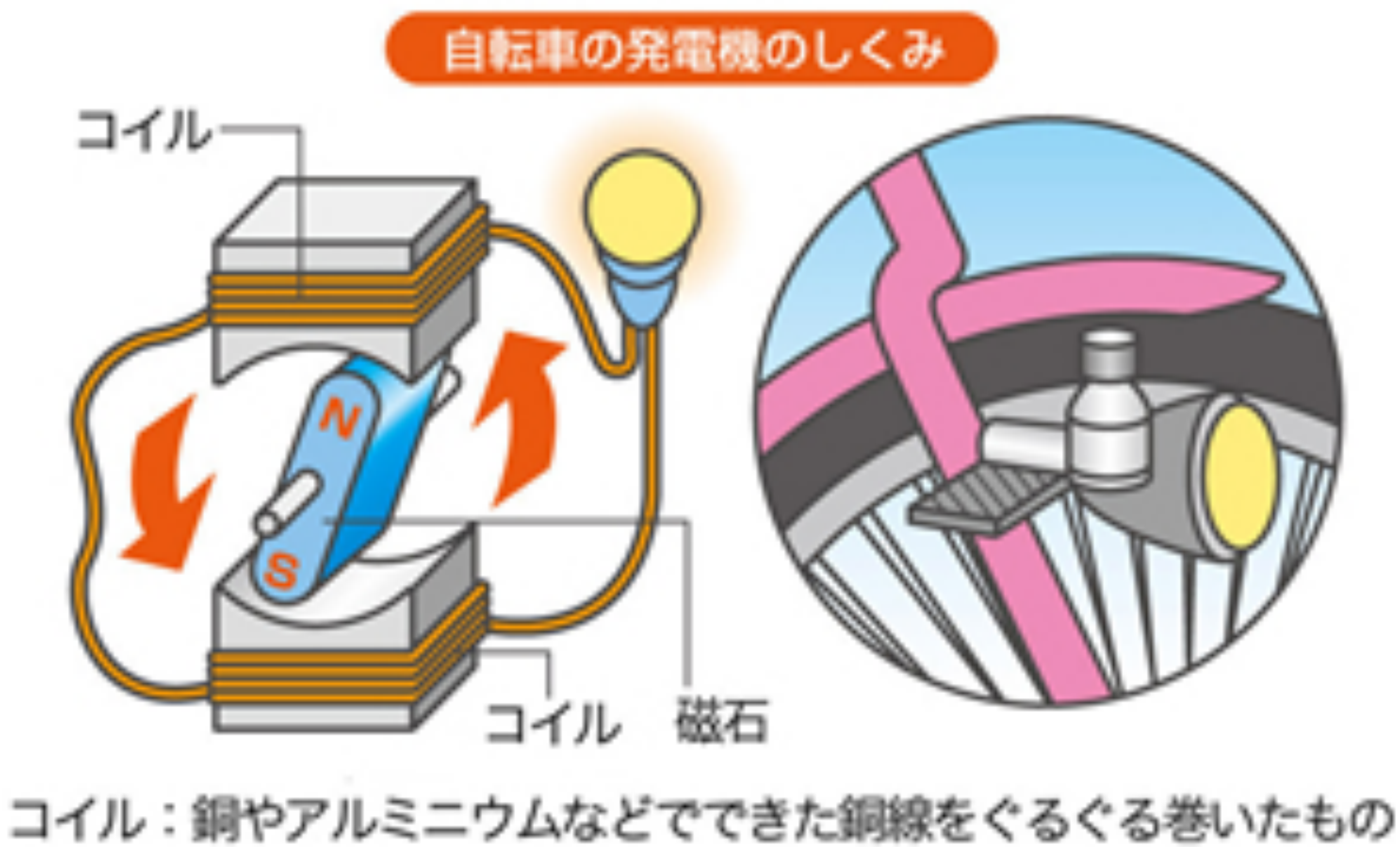
(c) $$V = \left|\frac{d\Phi(t)}{dt}\right| = B\ell v$$

(d) $F = IB\ell$

(e) $$v_\infty = \frac{mgR}{(B\ell)^2}$$

発電

電磁誘導という現象を利用することで発電が可能になる



四国電力のサイトより

このようなしくみによって，力学的仕事を電気エネルギーに変換できる

マクスウェル方程式

結局，時間変動があるような場合の電磁場の性質は

$$\int_{S_0} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \int_{S_0} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

（ガウスの法則）

$$\int_{C_0} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \int_S \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

（アンペール・マクスウェルの法則）

$$\int_{C_0} \vec{E} \cdot \vec{r} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

（ファラデーの法則）

これらを**マクスウェル方程式（積分形）**という

マクスウェル方程式

$$\int_{S_0} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{S_0} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\int_{C_0} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \int_S \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\int_{C_0} \vec{E} \cdot \vec{r} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

電場や磁場は相伴って，物質的存在とは別種の実在として存在する

電場と磁場は違いに切り離せない運命共同体 ⟶ 電磁場

電磁波

詳細は省くが，マクスウェル方程式を変形していくと，

ある境界条件のもとで，

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}$$

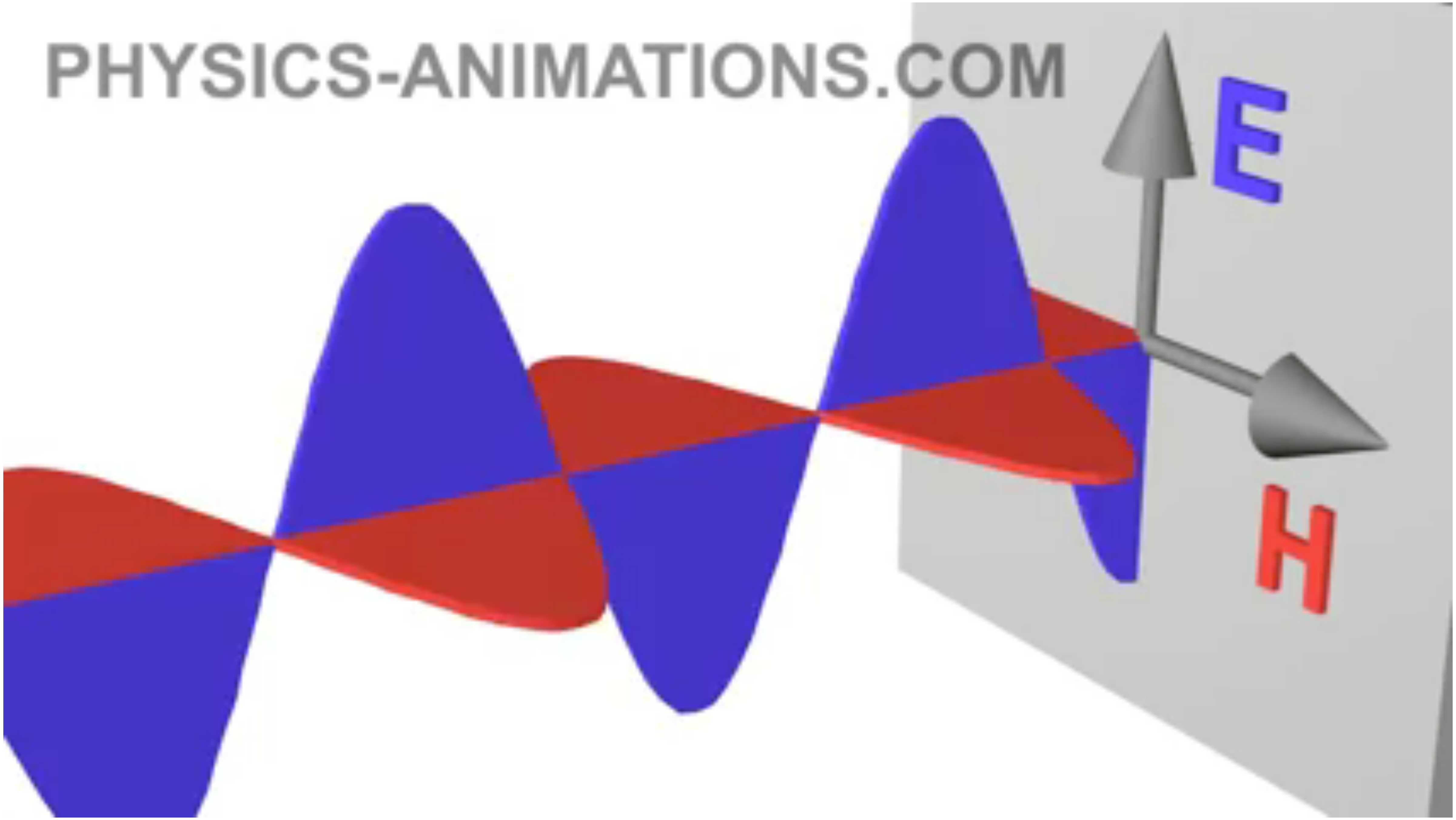
という式を導く。

波動方程式の一般的な形 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ を思い出せば

電磁場は速度が $v = \sqrt{\dfrac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} \simeq 3.0 \times 10^8 \ \mathrm{m/s}$

の波として空間を伝播していく

電磁波



https://www.youtube.com/watch?v=4CtnUETLIFs

電磁波の波長と名称

波長	周波数	呼び名	特性・用途
 1 km	300 kHz	長波	船舶通信
100 m	3 MHz	中波	AMラジオ放送
10 m	30 MHz	短波	FMラジオ放送 (アナログTV放送)
		超短波	
1 m	300 MHz	極超短波 電波	地上デジタル放送
10 cm	3 GHz		衛星放送・電子レンジ・携帯電話
		マイクロ波	
1 cm	30 GHz	ミリ波	レーダー 
		サブミリ波	
1 mm	300 GHz		電波天文学
10 μm	3 THz	遠赤外	ヒーター
		中間赤外 赤外線	サーモグラフィ
1 μm	30 THz	近赤外	赤外線リモコン
700 nm	400 THz	赤	 OISTER
		緑 可視光	
360 nm	800 THz	青紫	
100 nm	3 $\times10^{15}$ Hz	近紫外 紫外線	日焼け・殺菌・半導体製造
		衛星紫外	
10 nm	3 $\times10^{16}$ Hz		
		X線	レントゲン写真 すざく衛星
		放射線	PET診断
10 pm	3 $\times10^{19}$Hz ~	ガンマ線	Fermi衛星は2 $\times10^{24}$Hz以上を観測

http://www.hp.phys.titech.ac.jp/yatsu より