

# 自然科学の歩き方 演習課題(1)

## 注意事項

- この課題で作成したグラフは次回以降も使うので、各自保管しておくこと。

## 状況

あなたの目の前に、抵抗値が未知の電気抵抗が置いてある。この電気抵抗の抵抗値を測定したい。幸い、そこには端子電圧が 1.5 V の乾電池がいくつかと、直流電流の値を測定できる電流計、導線などの実験装置があった。これらを組み合わせて、回路を作り、電気抵抗に電圧をかけたときにどのような大きさの電流が流れるかを測定したところ、次のようなデータが得られた。

電圧 $V$ [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 $I$ [A]	$5.64 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.86 \times 10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$3.32 \times 10^{-1}$

## 課題

- 上の表のデータを、横軸に  $V$ 、縦軸に  $I$  をとったグラフに表せ。
- この電気抵抗の抵抗値の測定について、レポートをまとめる必要がある。このレポートを構成する「目的」「方法」「結果」部分の下書きを作成せよ。

# レポート下書き用ノート

日付:      年      月      日      学籍番号      氏名

---

The page contains a series of horizontal lines for writing. A small downward-pointing triangle is located at the top center of the writing area, and a small upward-pointing triangle is located at the bottom center of the writing area.

# 自然科学の歩き方 演習課題(2)

## 注意事項

- この課題で作成する表は、今後の授業でも用いるので、次回以降も持参すること。

## 状況

あなたの目の前に、抵抗値が未知の電気抵抗が置いてある。この電気抵抗の抵抗値を測定したい。幸い、そこには端子電圧が 1.5 V の乾電池がいくつかと、直流電流の値を測定できる電流計、導線などの実験装置があった。これらを組み合わせて、回路を作り、電気抵抗に電圧をかけたときにどのような大きさの電流が流れるかを測定したところ、次のようなデータが得られた。

電圧 $V$ [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 $I$ [A]	$5.64 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.86 \times 10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$3.32 \times 10^{-1}$

## 課題

- 前回作成したグラフをもとに、電圧  $V$  と電流  $I$  の関係を最もよく表すと思われる直線を、点線で描き込め。
- かきこんだ点線を  $I = aV$  という式で表すとする。傾き  $a$  を計算せよ。
- この直線と、実際の推定データとのずれを、二乗誤差の値によって評価せよ。なお、二乗誤差とは、次の式で表される量である。

ある電圧  $V$  に対し、電流の測定値を  $I_{\text{測定}}$  とし、電流の推定値（かきこんだ直線から読み取れる電流の値）を  $I_{\text{推定}}$  とするとき、二乗誤差  $E$  は、

$$E = \sum (I_{\text{測定}} - I_{\text{推定}})^2 = \sum (I_{\text{測定}} - aV_{\text{データ}})^2,$$

で与えられる。ここで、和は全ての測定されたデータ点について取るものとする。

- 乾電池、電流計、電圧計、抵抗をどのように接続すれば、この与えられているような測定データが得られるかを考えて、レポート下書きの「方法」のところにメモとして追加しておくこと。

# 自然科学の歩き方 演習課題 (3)

## 注意事項

- この課題で作成する表は、今後の授業でも用いるので、次回以降も持参すること。

## 状況

あなたの目の前に、抵抗値が未知の電気抵抗が置いてある。この電気抵抗の抵抗値を測定したい。幸い、そこには端子電圧が 1.5 V の乾電池がいくつかと、直流電流の値を測定できる電流計、導線などの実験装置があった。これらを組み合わせて、回路を作り、電気抵抗に電圧をかけたときにどのような大きさの電流が流れるかを測定したところ、次のようなデータが得られた。

電圧 $V$ [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 $I$ [A]	$5.64 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.86 \times 10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$3.32 \times 10^{-1}$

## 課題

電流  $I$  と電圧  $V$  の間に、 $I = aV$  という関係があるものと推定し、この模型において今回の測定値を最もよく表す  $a$  の値を探することを考える。

- $a$  の値を 0.02 から 0.01 刻みで 0.06 まで変化させる。それぞれの  $a$  の値について、二乗誤差  $E$  を計算し、以下の表に書き込め。

$a$ の値	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$E$ の値					

- 今回調べた  $a$  の値の中で、最もよくデータを表すものはどれか？ その  $a$  を用いた  $I = aV$  の直線を、グラフの中に実線でかきこめ。
- 「オームの法則」について調べ、レポート用の下書きノートにメモしておくこと。

## 自然科学の歩き方 演習課題 (4)

提出の必要はありません。

- (1) 関数  $f(x)$  の微分係数の定義式を書け。
- (2) ある関数の微分係数の値が、なぜグラフの傾きを表すのか、微分の定義に基づいて説明せよ。
- (3) 関数  $f(x) = x^2$  の微分を、定義式に基づいて考える ( $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$  の公式は使わない)。以下の問に答えよ。
  - (a)  $x = 2$  と  $x = 1$  の  $f(x)$  の値をもとに、 $x = 1$  における微分係数を推定せよ。
  - (b)  $x = 2$  と  $x = 1$  の  $f(x)$  の値をもとに、 $x = 1$  における微分係数を推定せよ。
  - (c)  $x = 1.1$  と  $x = 1$  の  $f(x)$  の値をもとに、 $x = 1.01$  における微分係数を推定せよ。
  - (d)  $x = 1.001$  と  $x = 1$  の  $f(x)$  の値をもとに、 $x = 1$  における微分係数を推定せよ。
  - (e)  $x = 1.0001$  と  $x = 1$  の  $f(x)$  の値をもとに、 $x = 1$  における微分係数を推定せよ。
  - (f)  $x = 1.00001$  と  $x = 1$  の  $f(x)$  の値をもとに、 $x = 1$  における微分係数を推定せよ。
  - (g) 微分の定義式に基づいて、 $f(x) = x^2$  の  $x = 1$  における微分係数を求めよ。
  - (h)  $x^2$  の微分が  $2x$  になることを証明せよ。
- (4) 次の関数のグラフの概形を描け。
  - (a)  $f(x) = 3x^2$
  - (b)  $f(x) = 3\frac{3x^2}{x-1}$
  - (c)  $f(x) = \sin(x)$
  - (d)  $f(x) = \cos(x)$
  - (e)  $f(x) = \tan(x)$
  - (f)  $f(x) = \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
  - (g)  $f(x) = \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
  - (h)  $f(x) = \tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$
- (5) 自然科学の実験では、測定量は必ず離散的な値でしか表現されない。例えば、電圧と電流の関係を調べる時、測定する電圧や電流の値は数値で表されるので、「ある値での情報」しか人間は知ることができない。一方、数学における「微分」は、極限の計算が含まれるので、変数が連続的な量でなければ、数学的に厳密な微分の計算ができない。つまり、測定値を元に微分を計算しようとしても、極限計算の段階で、必ず測定されていないデータが必要となる。このため、数学的に厳密な意味での微分を測定データから計算することは不可能である。にも関わらず、なぜ「微分」の考え方が自然科学において重要とされているのか。自分なりに考えてみよ。

# 自然科学の歩き方 演習課題 (5)

提出の必要はありません。

## 状況

あなたの目の前に、抵抗値が未知の電気抵抗が置いてある。この電気抵抗の抵抗値を測定したい。幸い、そこには端子電圧が 1.5 V の乾電池がいくつかと、直流電流の値を測定できる電流計、導線などの実験装置があった。これらを組み合わせて、回路を作り、電気抵抗に電圧をかけたときにどのような大きさの電流が流れるかを測定したところ、次のようなデータが得られた。

電圧 $V$ [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 $I$ [A]	$5.64 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.86 \times 10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$3.32 \times 10^{-1}$

## 課題

測定データから、電圧  $V$  と電流  $I$  の間に  $I = aV$  という関係があるものとして、測定値をもっともよく表す  $a$  の値を推定したい。そのため、以下で表される二乗誤差  $E$  を最小にするような  $a$  を求めることを考える。

ある電圧  $V$  に対し、電流の測定値を  $I_{\text{データ}}$  とし、電流の推定値 ( $I = aV$  から計算される値) を  $I_{\text{推定}}$  とするとき、二乗誤差  $E$  は、

$$E = \sum (I_{\text{データ}} - I_{\text{推定}})^2 = \sum (I_{\text{データ}} - aV_{\text{データ}})^2,$$

で与えられる。ここで、和は全ての測定されたデータ点について取るものとする。

以下の問いに答えよ。

- (1) 演習課題 (3) で作成した、 $a$  と  $E$  の値の表をグラフに示せ (点が 5 個描かれたグラフができる)。
- (2)  $E$  の定義式から、 $E$  を  $a$  の関数として式で表し、そのグラフの概形を、上問で作成したグラフ上に実線で示せ。
- (3)  $E$  を最小にする  $a$  の値を、式に基づいて計算せよ。
- (4) これまでに作成したレポートの下書きやメモを利用して、レポートの「目的」「方法」「結果」の部分についての下書きの完成度を上げておくこと。

# 自然科学の歩き方 演習課題(6)

## 状況

あなたの目の前に、抵抗値が未知の電気抵抗が置いてある。この電気抵抗の抵抗値を測定したい。幸い、そこには端子電圧が 1.5 V の乾電池がいくつかと、直流電流の値を測定できる電流計、導線などの実験装置があった。これらを組み合わせて、回路を作り、電気抵抗に電圧をかけたときにどのような大きさの電流が流れるかを測定したところ、次のようなデータが得られた。

電圧 $V$ [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 $I$ [A]	$5.64 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.86 \times 10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$3.32 \times 10^{-1}$

## 課題

測定データから、電圧  $V$  と電流  $I$  の間にはどのような関係があると言えるのか、式や根拠を明確に示し、グラフを使いながらまとめて提出せよ。

実験レポートを書くような形式で、

- 目的
- 方法
- 結果
- 考察

のセクションに分けて記述すること。

[発展] 測定データの誤差も含めて議論したい場合は、それぞれの電流  $I$  の測定値に 10% 誤差があると思って解析してもよい。

## 今後の予定と連絡事項

- 第 7 回目授業
  - これまでの振り返りと「概要」の書き方に関する授業・実習
  - 今回の課題の進捗を確認
- 「ロジカルライティング」授業
  - 各自が書いたレポートを「ロジカルライティング」の授業でブラッシュアップ
- 前期末にレポートを最終提出
  - 締め切り・提出先などについては、第 7 回目の授業時にお知らせします。
  - この授業の成績は前期末につきます。