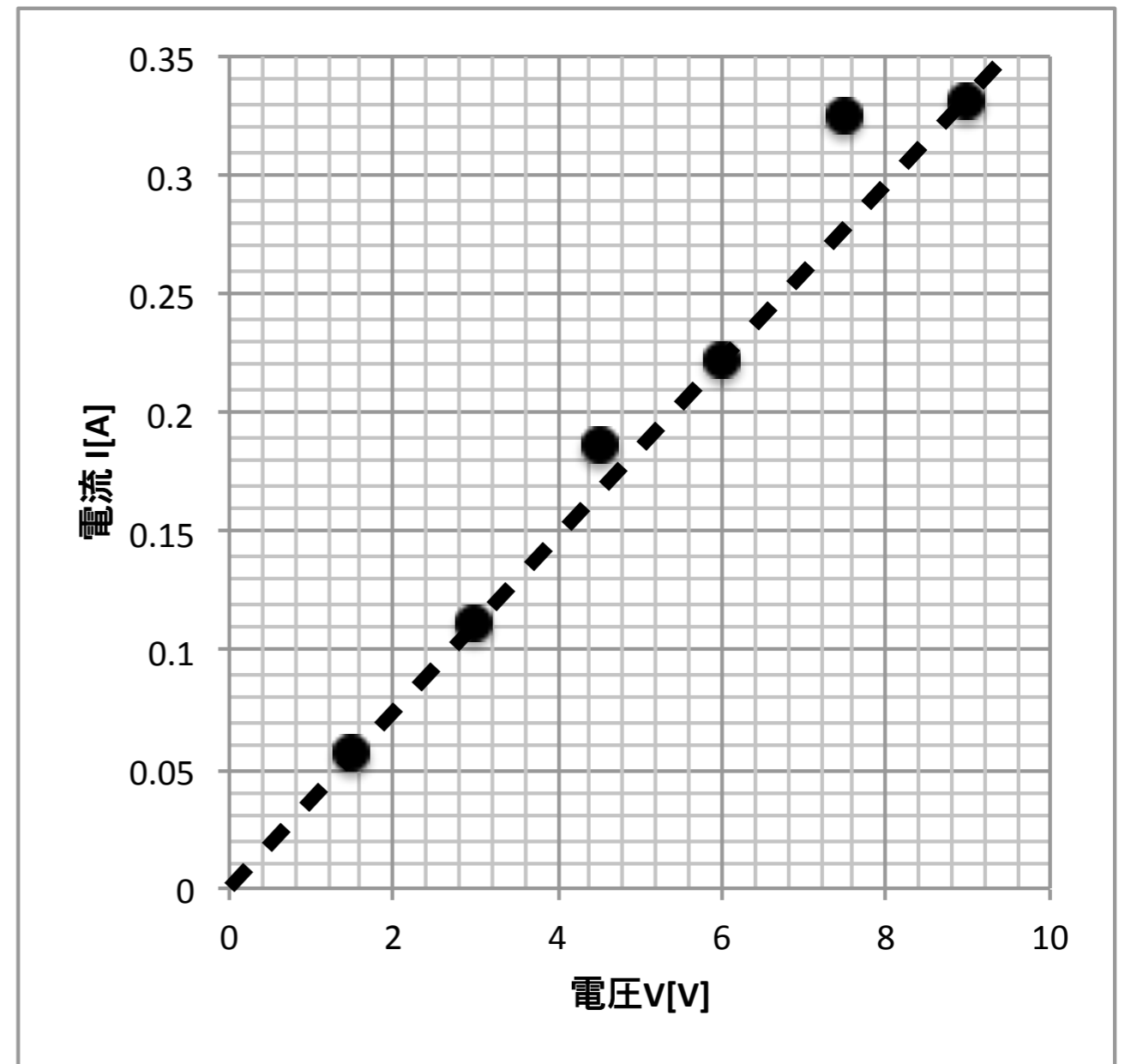


# 自然科学の歩き方

第3回目

# 前回の復習

- ★ グラフにモデルを表す線を引いた
- ★ モデル予測とデータの差の二乗を合計してみた



$$(\text{二乗誤差}) = \sum [(\text{モデルの予測}) - (\text{データ})]^2$$

# 良いモデルとは

- ★ パラメータの数が少ない
  - ★ 予言能力が高い
- ★ 実験データをそれなりに再現できる
  - ★ 二乗誤差が小さい
- ★ 理論的根拠がしっかりしている

# データの再現性

- ★ パラメータを増やせば，原則として再現性はよくなる
- ★  $N$ 点の2次元データは， $(N-1)$ 次関数によって完全に再現できる
- ★ 無限にパラメータがあるモデルは予言能力ゼロ
  - データにあわせていくらかでも調整可能
  - モデルが正しいかどうか確認できない

# von Neumanの言葉



J. von Neuman

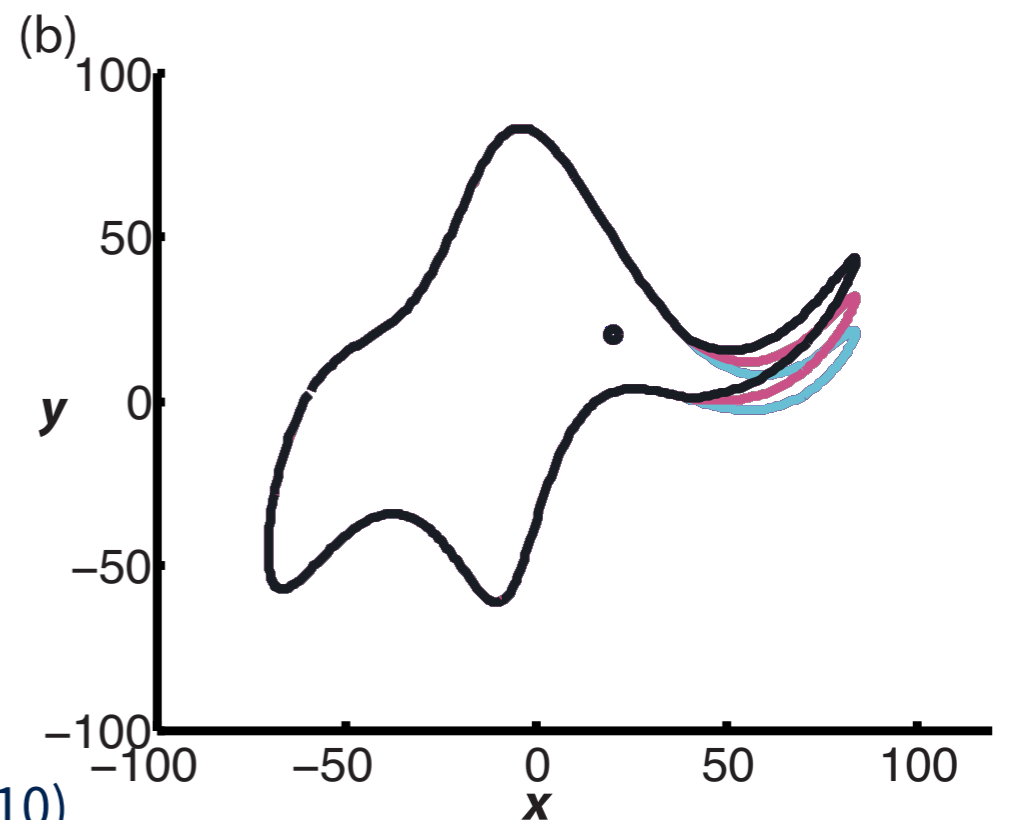
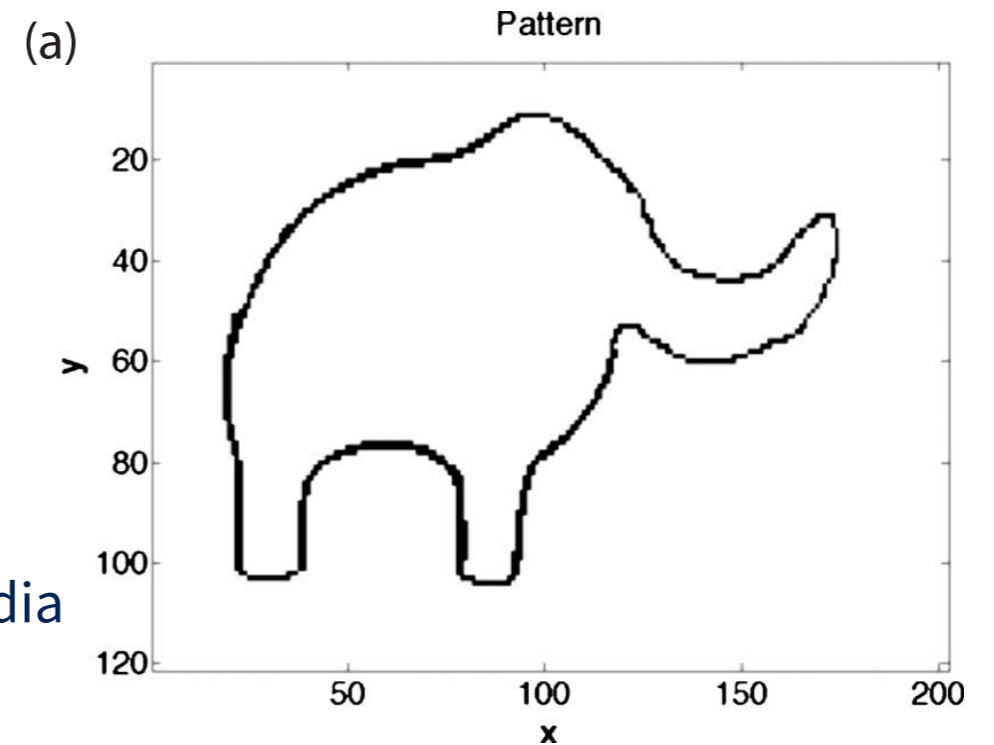


F. Dyson

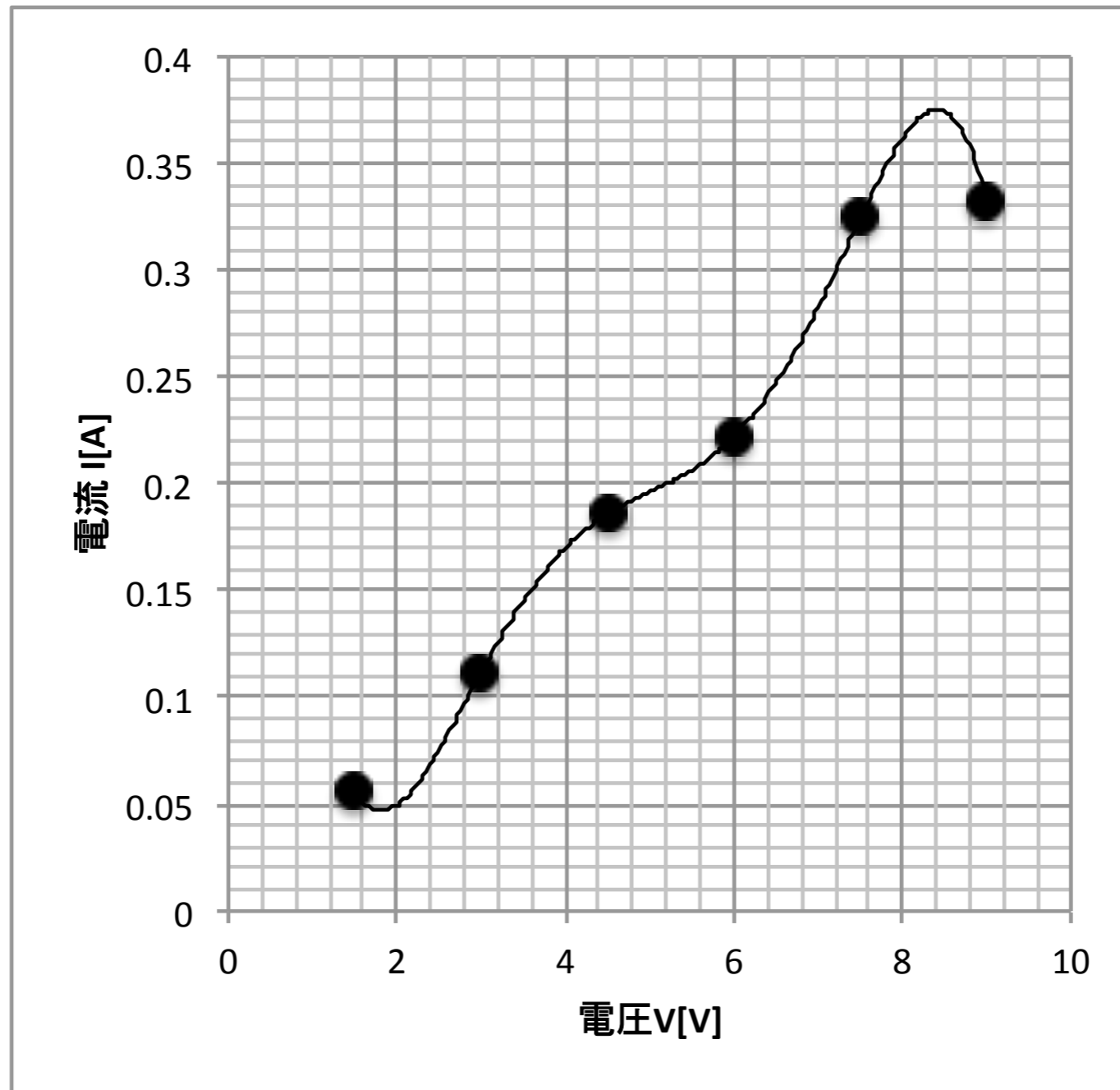
wikipedia

A turning point in Freeman Dyson's life occurred during a meeting in the Spring of 1953 when Enrico Fermi criticized the complexity of Dyson's model by quoting Johnny von Neumann:<sup>1</sup> "With four parameters I can fit an elephant, and with five I can make him wiggle his trunk." Since then it has become a well-known saying among physicists, but nobody has successfully implemented it.

J. Mayer et al, Am. J. Phys. 78 (2010)



# 電流と電圧の例

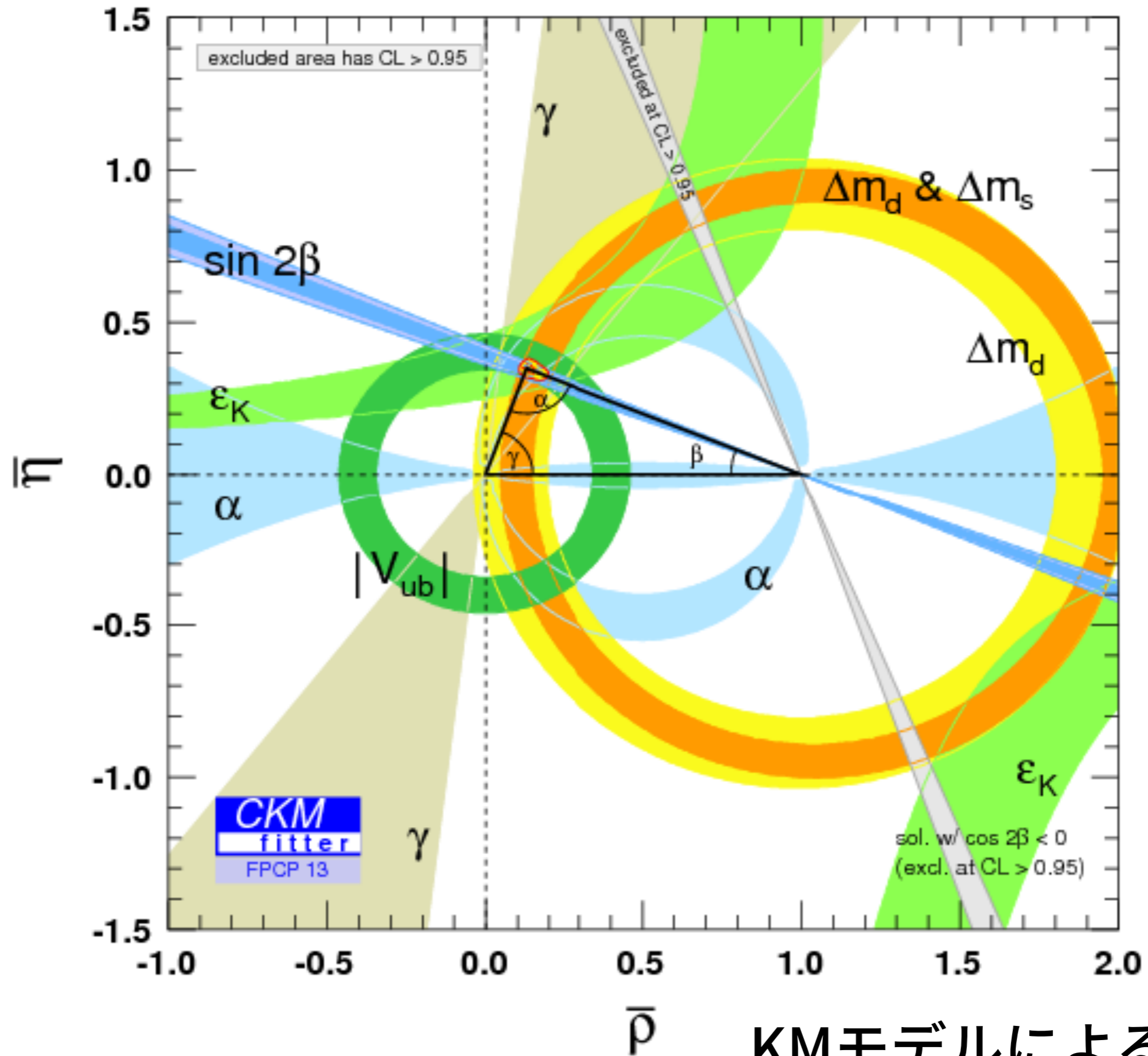


$$I = 0.667 - 0.928V + 0.492V^2 - 0.113V^3 + 0.0119V^4 - 0.00047V^5$$

# オッカムのカミソリ

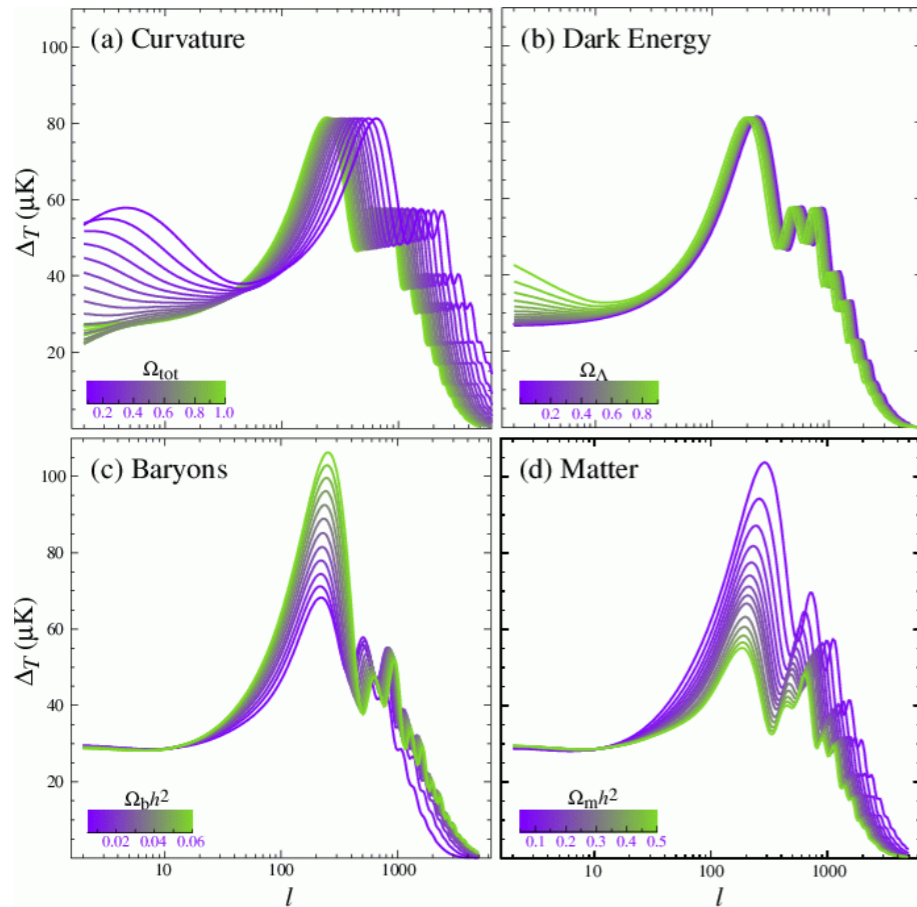
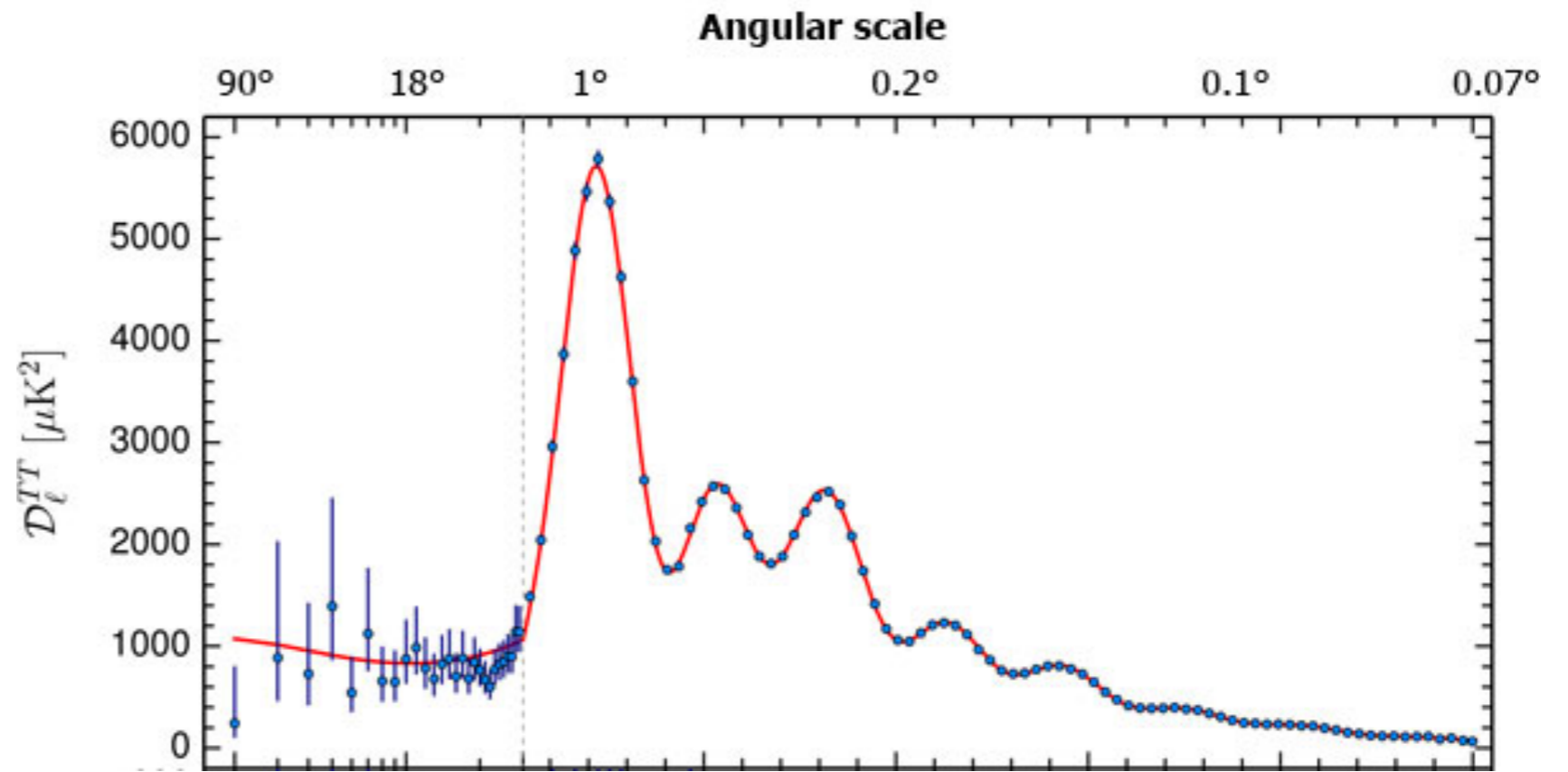
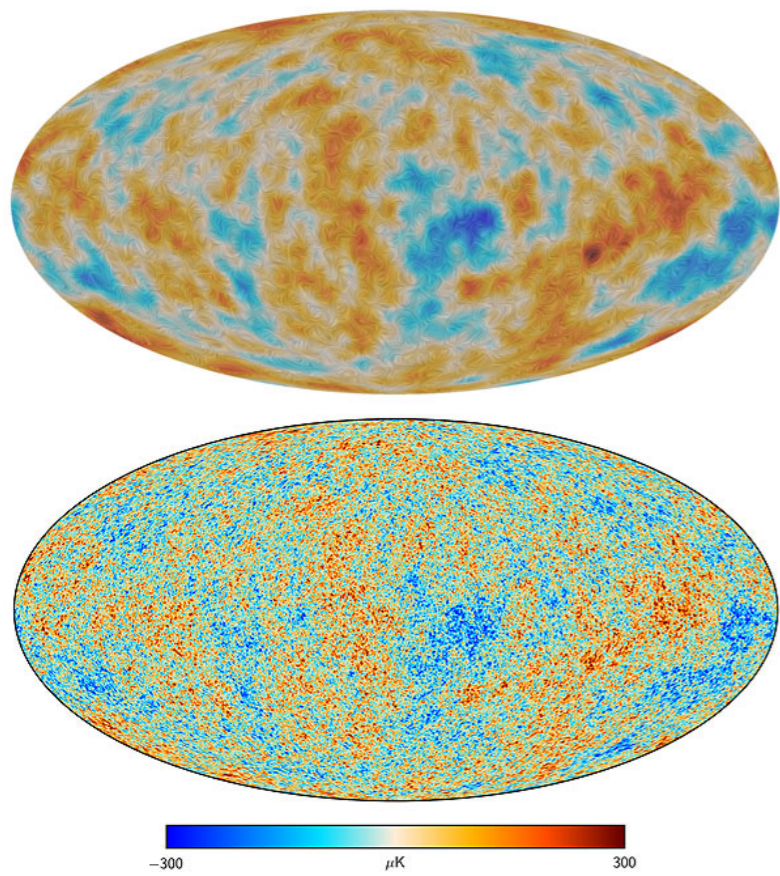


- ★ 「何かを説明するのに，必要以上に多くのことを仮定するべきではない」
- ★ 同じ事柄を説明できる複数の仮説があった場合，より少ない仮定で説明できる仮説がよい仮説である。
- ★ 自然科学の場合，より高い精度の，よりシンプルな理論の構築を目指すべきという思想



KMモデルによるfit





$\Lambda$ -CDMモデルによるfit

# モデルとパラメータ

★ モデルを決める

★ 知識，センス，経験，ひらめき…

★ モデルの持つパラメータの値を変えてデータの再現を試みる

★ 二乗誤差を最小にするパラメータがもっともらしい

★ これは（時間さえかければ）だれにでもできる

★ やってみよう

# 電流と電圧の例

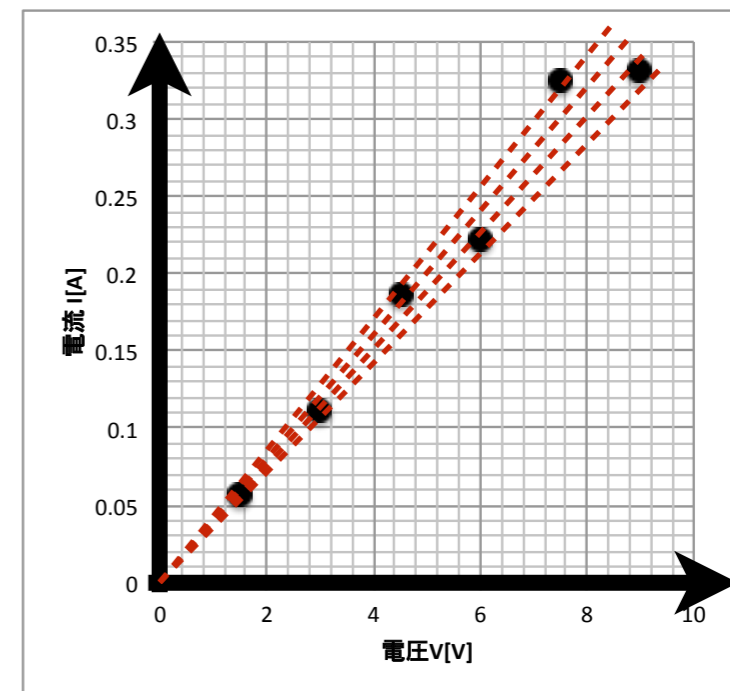
★ 簡単なモデルとして、 $I=aV$  を採用する

★ 二乗誤差Eは、

$$E = \sum_{i=1}^6 (aV_i - I_i)^2$$

★ 様々なaの値を試して、Eが最小になる場合を見つけ出す

要するに色々線を引いて試す



# やってみよう

電流 $I$ と電圧 $V$ の間に $I=aV$ という関係があるものと推定し、今回の推定値を最もよく表す $a$ の値を探することを考える。

$V$ [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
$I$ [A]	$5.64 \times 10^{-2}$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.86 \times 10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-1}$	$3.25 \times 10^{-1}$	$3.32 \times 10^{-1}$

1.  $a$ の値を0.02から0.01刻みで0.06まで変化させる。それぞれの $a$ の値について、二乗誤差 $E$ を計算し、表に書き込め。

$a$ の値	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$E$ の値					

2. 今回調べた $a$ の値の中で、最も良く測定データを表すものは何か。その $a$ を用いた $I=aV$ の直線を、グラフ中に実線で書き込め。

# やってみよう

$a$ の値	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$E$ の値	0.0767	0.0188	0.00185	0.0258	0.0907

