

現代宇宙論

No. 7

宇宙の熱史

時間	赤方偏移	温度	出来事
10^{-44} 秒	10^{32}	$10^{32}\text{K}=10^{19}\text{GeV}$	重力が熱平衡になる
10^{-36} 秒	10^{28}	$10^{28}\text{K}=10^{15}\text{GeV}$	強い力が熱平衡になる
10^{-11} 秒	10^{15}	$10^{15}\text{K}=100\text{GeV}$	電弱相転移
10^{-4} 秒	10^{12}	$10^{12}\text{K}=170\text{MeV}$	クォーク・ハドロン転移
10^{-2} 秒	10^{11}	$10^{11}\text{K}=10\text{MeV}$	μ ニュートリノが熱浴から切れる
3秒	10^{10}	$10^{10}\text{K}=1\text{MeV}$	eニュートリノが熱浴から切れる
100秒	10^8	10億K=100keV	原始元素合成
47000年	3570	9700K	等密度時(輻射優勢時代の終わり)
24万年	1370	3700K	陽子と電子の再結合 (電離の対義語)
38万年	1088	3000K	光の最終散乱, 宇宙の晴れ上がり
2億年	10	30K	初代天体の形成と宇宙の再電離

電弱相転移

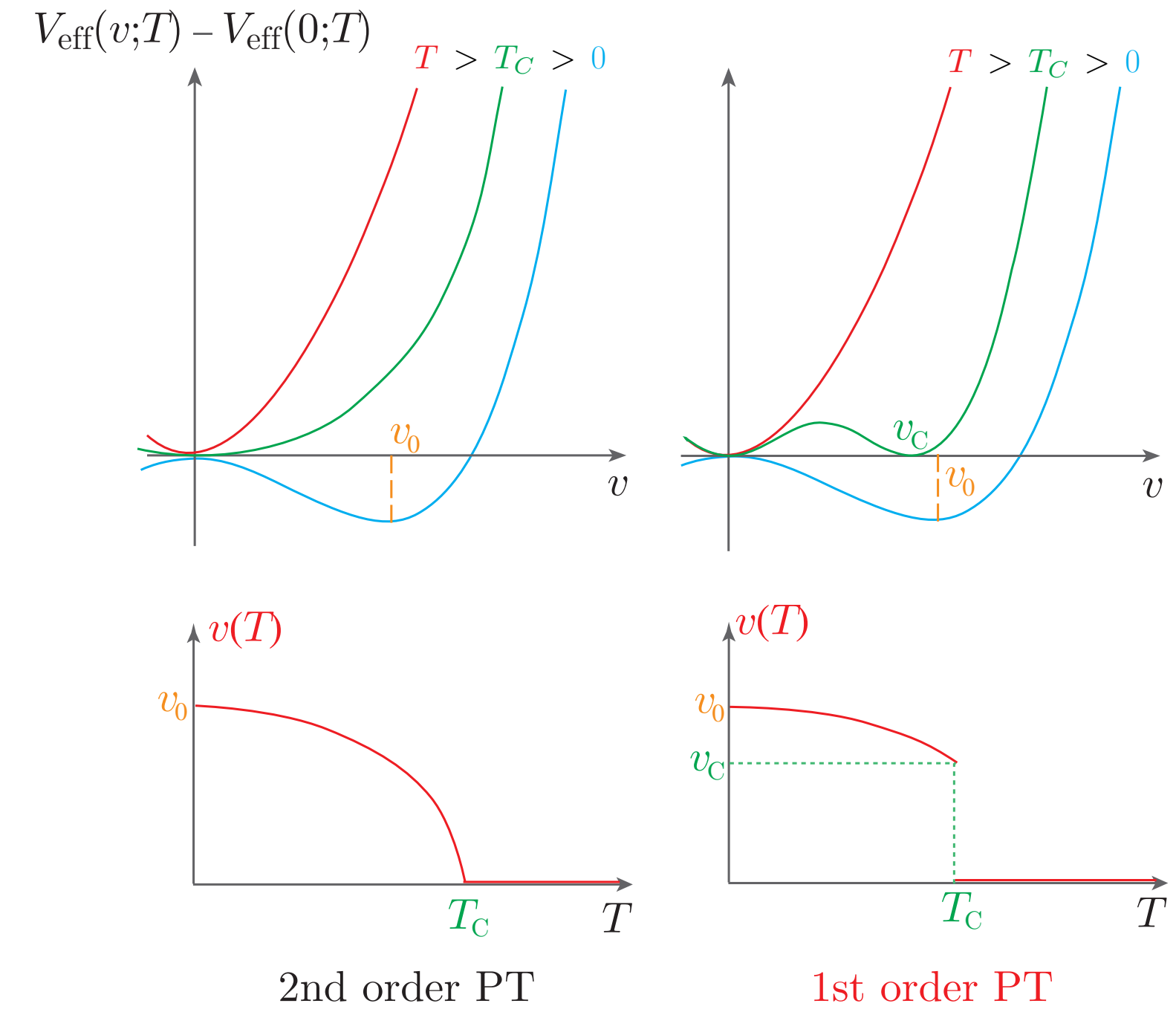
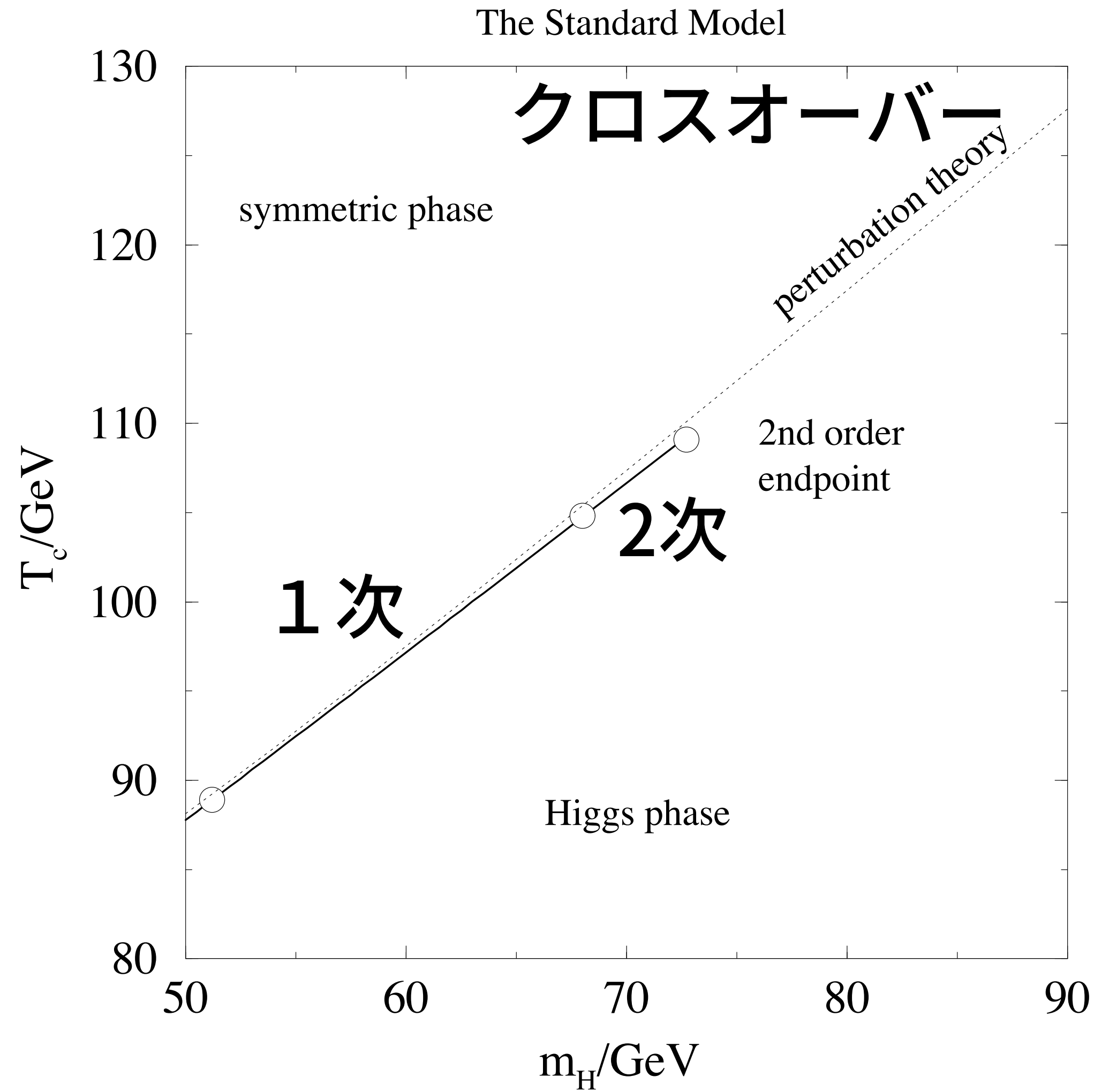
★ 100GeV程度の温度になると，素粒子標準模型の電弱対称性が自発的に破れる→ヒッグス機構

★ ヒッグス場が真空期待値を持ち，W,Zなどのゲージ粒子や，クォーク，レプトンが質量を獲得する

★ このときの有効自由度は，

$$g_* = g_{*S} = 18 + \frac{7}{8} \times 78 = 86.25 \quad (4 \text{ GeV} \lesssim T \lesssim 20 \text{ GeV})$$

電弱相転移



[船久保さんのスライド\(2008\)](#)

[M. Laine et al., hep-lat/9809045](#)

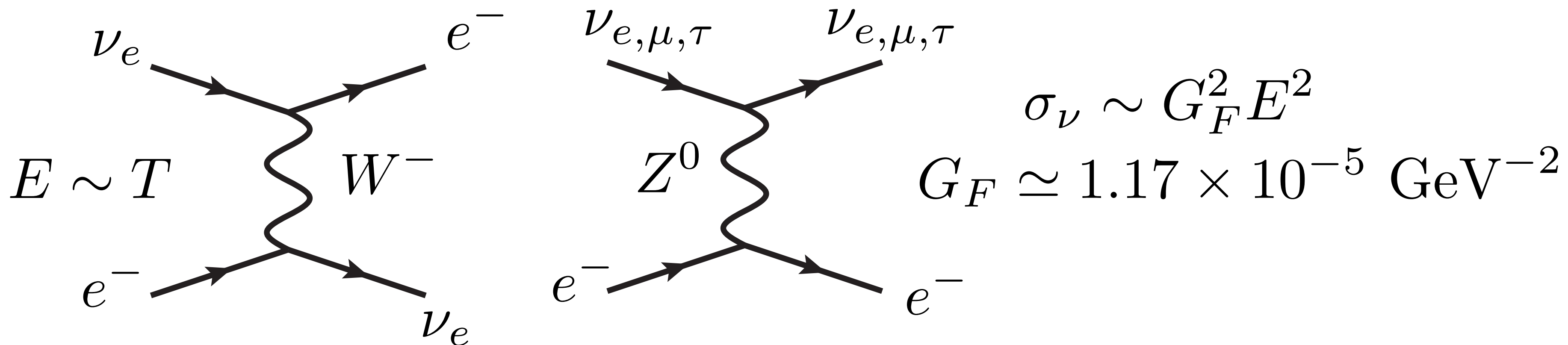
クォークハドロン転移

- ★ クォークやグルーオンの平均エネルギーは温度とともに減少する
- ★ 平均エネルギー（運動量）が減少すると，強い力によってクォークやグルーオンは中間子やバリオンの中に閉じ込められる
- ★ だいたい $T=200\text{MeV}$ くらいで起きる
- ★ これ以降の宇宙は電子，陽電子，ニュートリノ，陽子，中性子，光子のプラズマ状態になる

$$g_* = g_{*S} = 2 + \frac{7}{8} \times 10 = 10.75$$

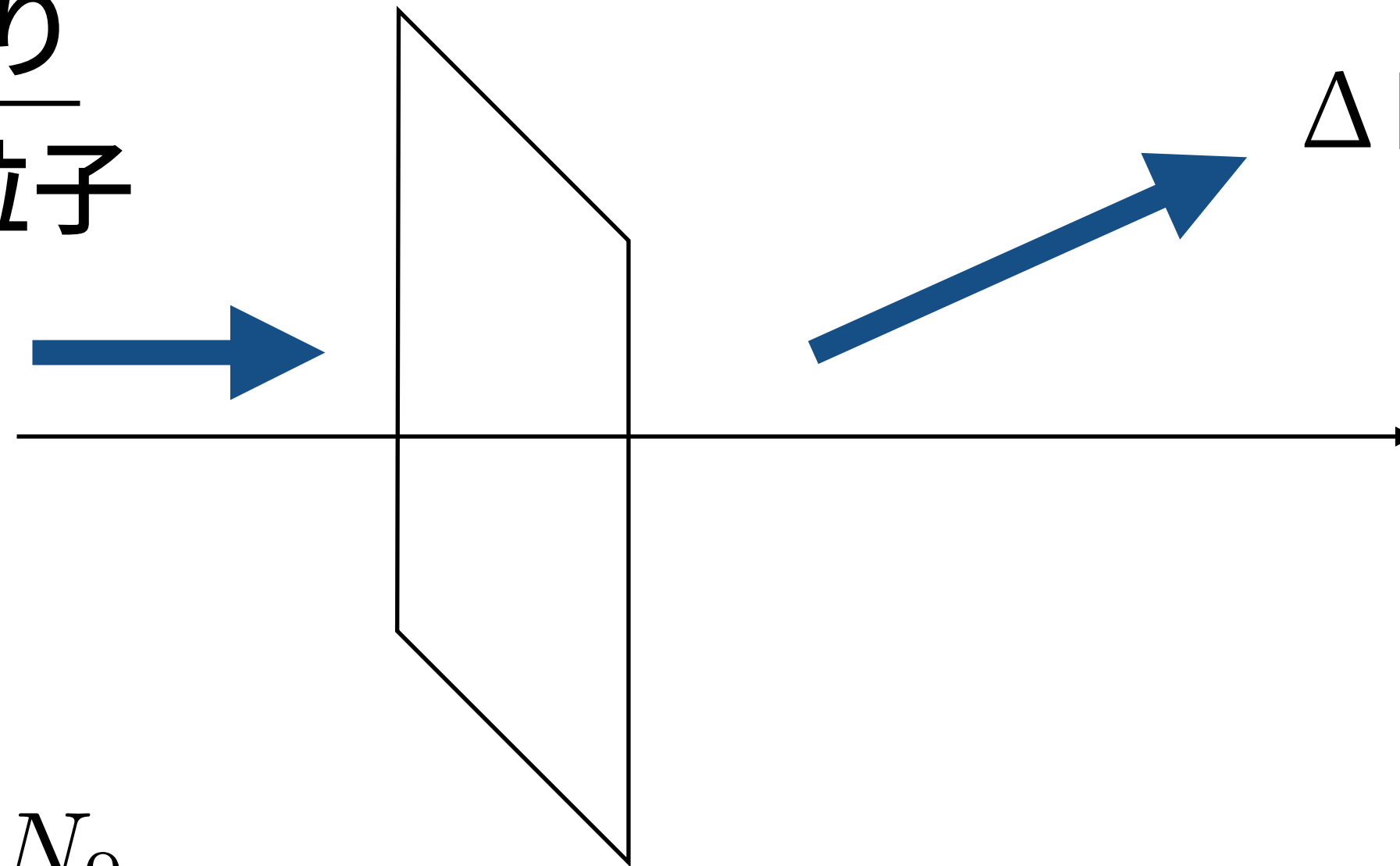
ニュートリノの脱結合

- ★ 宇宙の温度が数MeVになった時代を考える
- ★ 陽子や中性子の質量はほぼ1GeV→数密度は極めて小
- ★ 相対論的粒子として光子以外にいるのは、電子、陽電子、ニュートリノ
- ★ この時代のニュートリノと電子、陽電子との散乱に注目



散乱断面積

単位面積あたり
 N_0 [個/m²]の粒子



ΔN 個が散乱

$$\Delta N = \sigma N_0$$

散乱断面積

入射粒子に対してどれだけが散乱されるかという比を表す

脱結合

単位時間にある粒子が他の粒子と相互作用する確率: $\Gamma = \langle n\sigma v \rangle$

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{\langle n\sigma v \rangle}$$

平均自由時間：1粒子が相互作用するのに必要な平均時間

これを宇宙年齢 H^{-1} と比較する

$\Gamma^{-1} < H^{-1}$ 反応が頻発する（他の粒子と熱平衡）

$\Gamma^{-1} > H^{-1}$ 反応が起きない（熱平衡から切れる）

脱結合

脱結合した粒子は，平衡分布に従う

ニュートリノの脱結合

ニュートリノの平均自由時間

$$\tau_\nu = \frac{1}{\langle \sigma_\nu n v \rangle} \quad \text{1秒あたりの衝突回数 of 逆数}$$

ニュートリノも電子も相対論的なので, $n \sim T^3$ $v \simeq 1$

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{G_F^2 T^5}$$

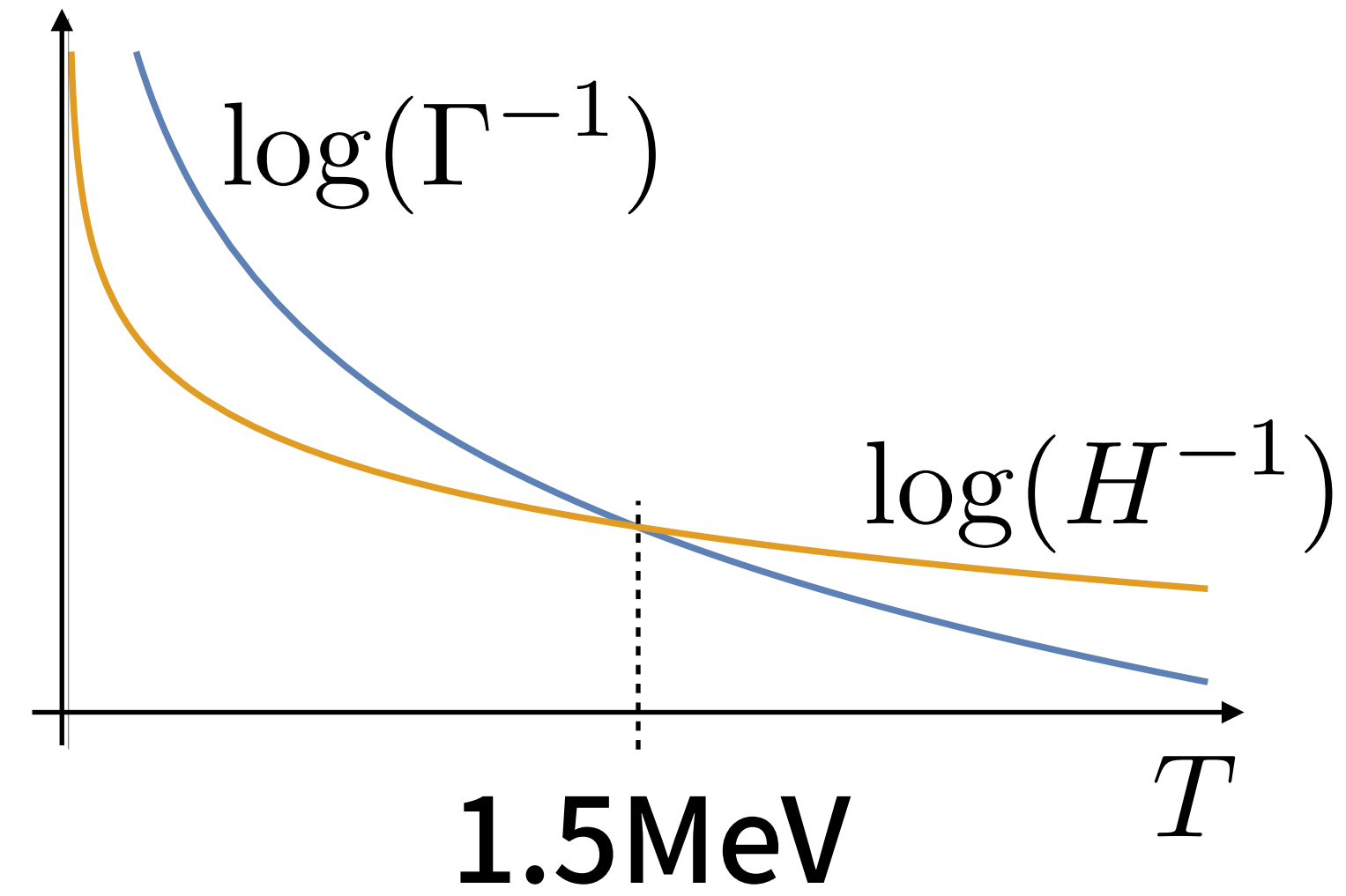
これをハッブル膨張と比較する $H^{-1} = \frac{M_{\text{pl}}^*}{T^2}$

$$M_{\text{pl}}^* = \sqrt{\frac{45}{4\pi^3 g_*}} M_{\text{pl}} \simeq \frac{M_{\text{pl}}}{1.660 \sqrt{g_*}}$$

ニュートリノの脱結合

$$\tau_\nu \sim T^{-5} \quad H^{-1} \sim T^{-2}$$

$$\frac{H^{-1}}{\tau_\nu} \sim \left(\frac{T}{1.5 \text{ MeV}} \right)^3$$



ニュートリノの脱結合時の温度は

$$T \sim 1.5 \text{ MeV} \simeq 1.7 \times 10^{10} \text{ K}$$

ニュートリノの脱結合

この時の有効自由度は $g_{*S} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2 + 6) = \frac{43}{4}$

光子 電子 ニュートリノ

ニュートリノはこれ以降平衡分布に従ってふるまう

$$T_\nu = \left(\frac{4g_{*S0}}{43} \right)^{1/3} \frac{T_{0\nu}}{a}$$

一方、光子はこの後で電子・陽電子の脱結合時にエントロピー流入がある

$$T = \left(\frac{g_{*S0}}{g_{*S}(T)} \right)^{1/3} \frac{T_0}{a}$$

ニュートリノの脱結合

この時の有効自由度は $g_{*S} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2 + 6) = \frac{43}{4}$

光子 電子 ニュートリノ

ニュートリノはこれ以降平衡分布に従ってふるまう

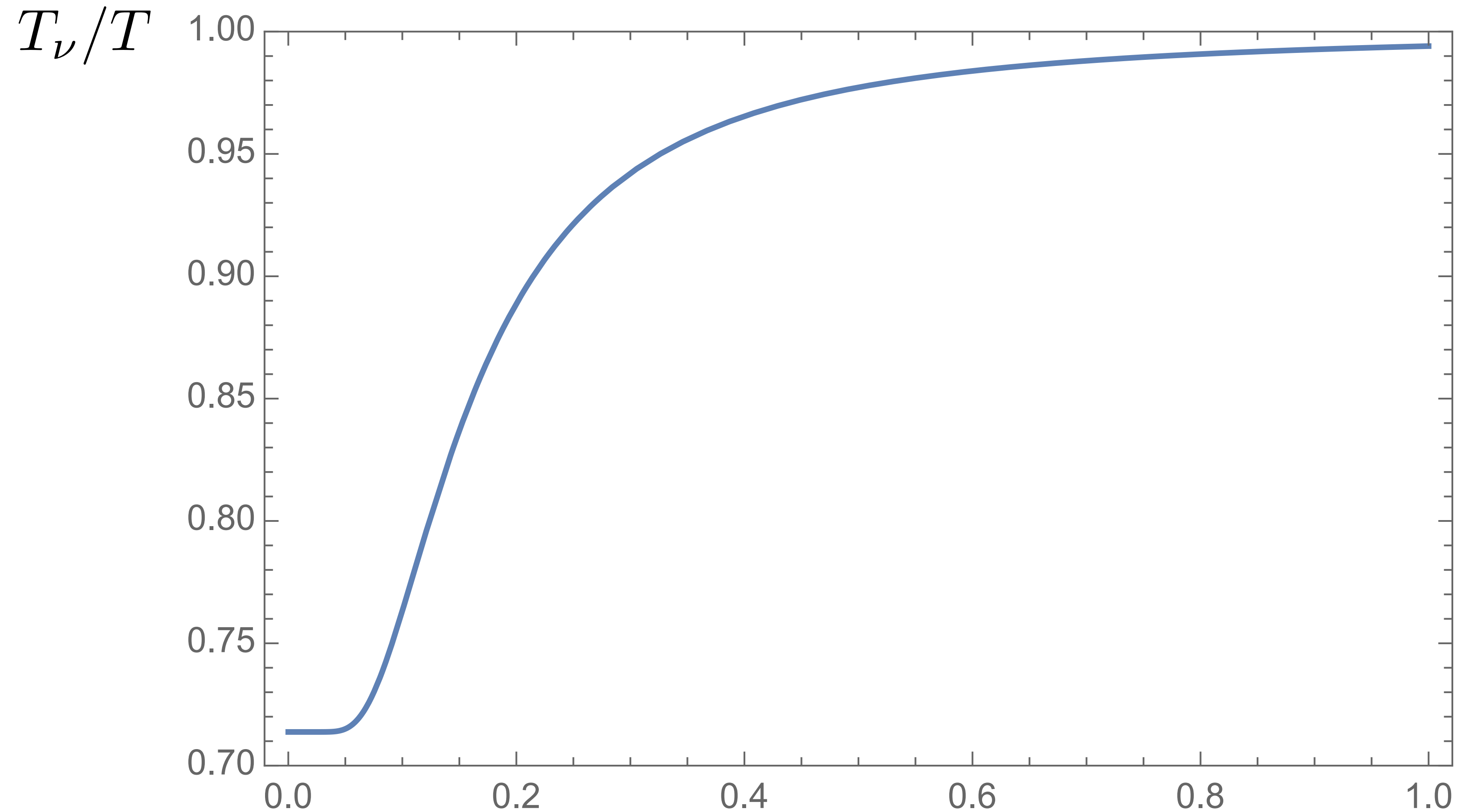
$$T_\nu = \left(\frac{4g_{*S0}}{43} \right)^{1/3} \frac{T_{0\nu}}{a}$$

一方、光子はこの後で電子・陽電子の脱結合時にエントロピー流入がある

$$T = \left(\frac{g_{*S0}}{g_{*S}(T)} \right)^{1/3} \frac{T_0}{a}$$

よって $\frac{T_\nu}{T} = \left[\frac{4}{43} g_{*S}(T) \right]^{1/3}$

ニュートリノの脱結合



$$\frac{T_{0\nu}}{T_0} \simeq 0.71376$$

$$T_{0\nu} \simeq 1.945 \text{ K}$$

T [MeV]

原始元素合成

- ★ クォーク・ハドロン転移によって作られる陽子(水素原子核)と中性子は最初は自由粒子としてふるまう
- ★ 温度が下がると、中性子が陽子と結合して水素原子核以外の軽元素原子核（ヘリウムやリチウム）が合成される

この時代の元素組成：水素75%，ヘリウム25%

↓ 星の内部での核反応等

現在の元素組成：水素73%，ヘリウム25%，その他2%

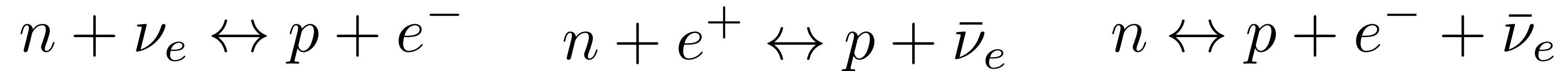
1																	18
1	2											13	14	15	16	17	2
H												B	C	N	O	F	He
3	4											5	6	7	8	9	10
Li	Be											Al	Si	P	S	Cl	Ne
11	12	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
55	56	57~ 71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
Cs	Ba		Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
87	88	89~ 103	104	105	106	107	108	109	110	111	112						
Fr	Ra		Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt									

57~71	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71
ランタノイド	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
89~103	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
アクチノイド	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

中性子の脱結合（凍結）

T=1MeV(100億K)の時代

中性子と陽子の反応



これらの反応率はおおよそ $\Gamma \sim G_F^2 (1 + 3g_A^2) T^5$ $g_A = 1.288$

$$\frac{\Gamma}{H} \sim \left(\frac{T}{0.82 \text{ MeV}} \right)^3$$

T~0.82MeVで、陽子が中性子に転化する反応がなくなる

↑
t~1sに対応



中性子の数が(崩壊以外では)変化しなくなる

中性子の脱結合（凍結）

$T > 0.82 \text{ MeV}$ では中性子は平衡状態 $n \simeq g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}$

$n + \nu_e \leftrightarrow p + e^-$ が化学平衡: $\mu_n + \mu_{\nu_e} = \mu_p + \mu_{e^-}$

レプトンの化学ポテンシャルはゼロと考えられている

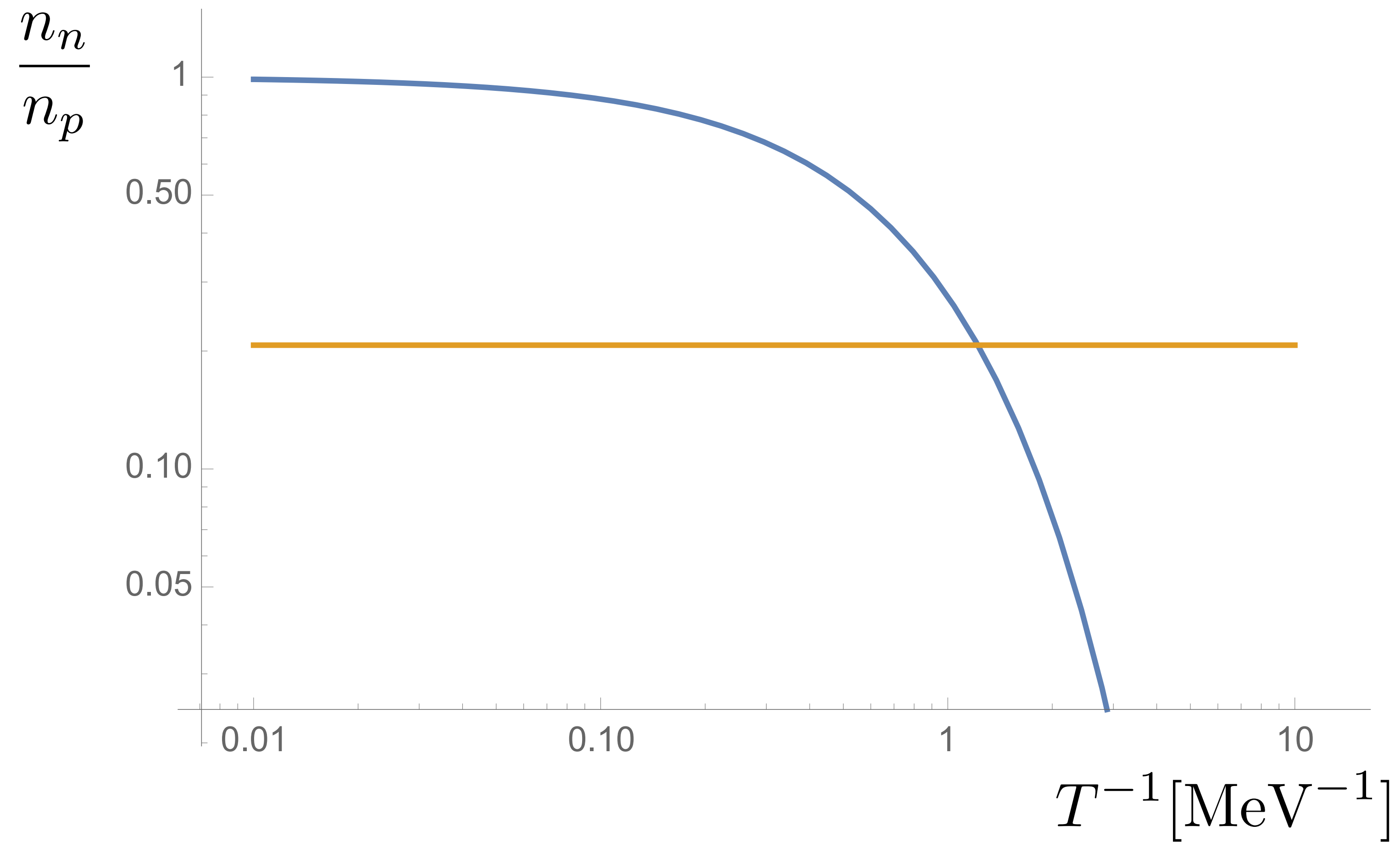
$$\mu_n = \mu_p$$

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp \left(-\frac{m_n - m_p}{T} \right) = \exp \left(-\frac{1.29 \text{ MeV}}{T} \right)$$

$T = 0.82 \text{ MeV}$ でこの比が凍結されると考えると,

$$\frac{n_n}{n_p} = 0.207$$

中性子の脱結合 (凍結)



その後の中性子

脱結合後の中性子は

原子核にとりこまれる

880sの寿命でベータ崩壊して陽子に転化 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

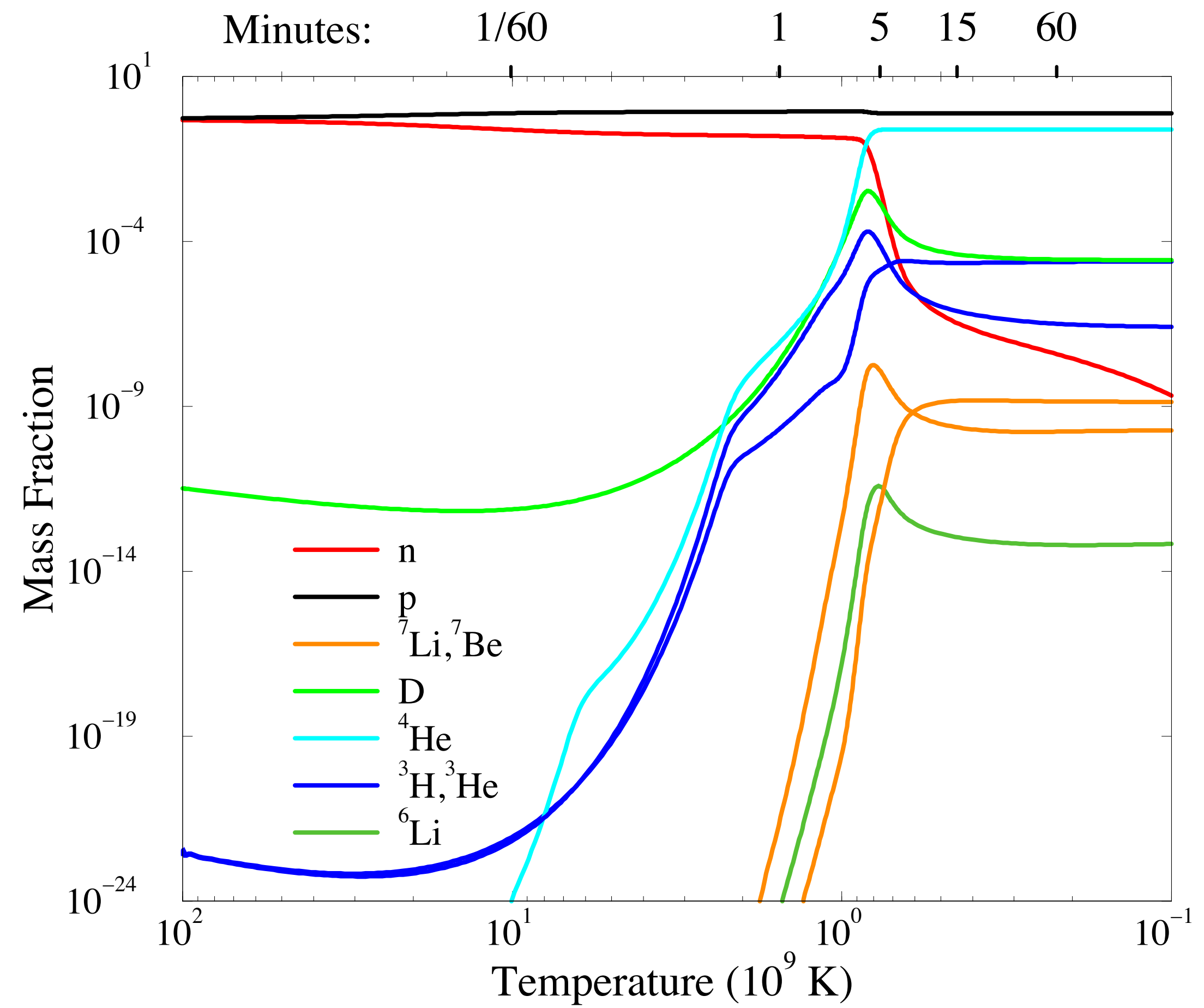
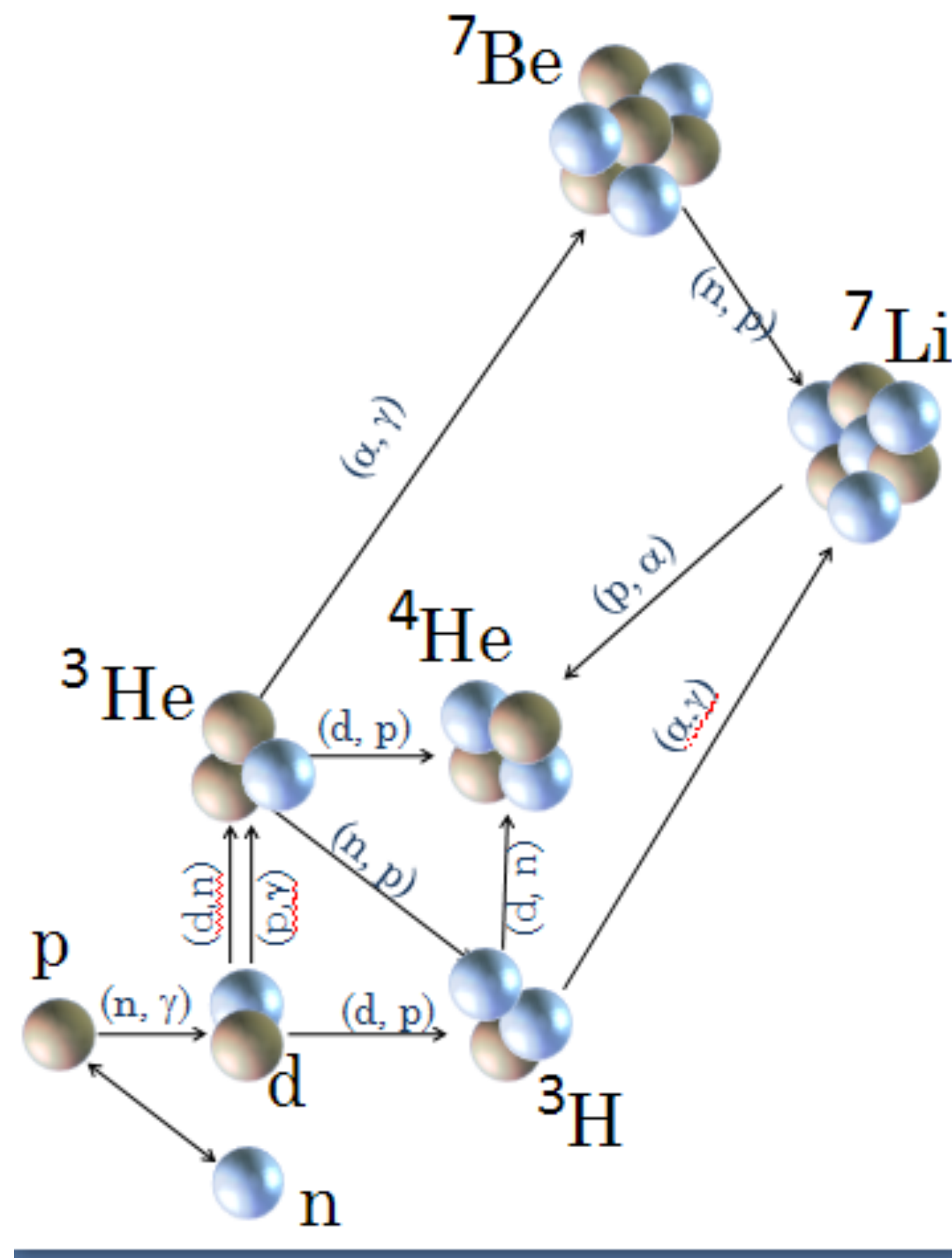
共動体積あたりの中性子数は $\exp\left(-\frac{t - 1 \text{ s}}{880 \text{ s}}\right)$ に比例して減少

一方，共動体積あたりのバリオン数は保存している

$$X_n(t) \equiv \frac{n_n}{n_n + n_p} = \frac{e^{-(t-t_n)/\tau_n}}{1 + n_p/n_n(t_n)} \simeq 0.172e^{-(t-t_n)/\tau_n}$$

残っている中性子のほとんどは陽子と結合して重水素になる

初期宇宙の核融合反応



初期宇宙の核融合反応

元素合成が始まる $t \sim 270\text{s}$ のときに注目

$$Y(^4\text{He}) = \frac{n_n/2 \times 4m_p}{n_p m_p + n_n m_n} \simeq 2X_n \simeq 0.25$$

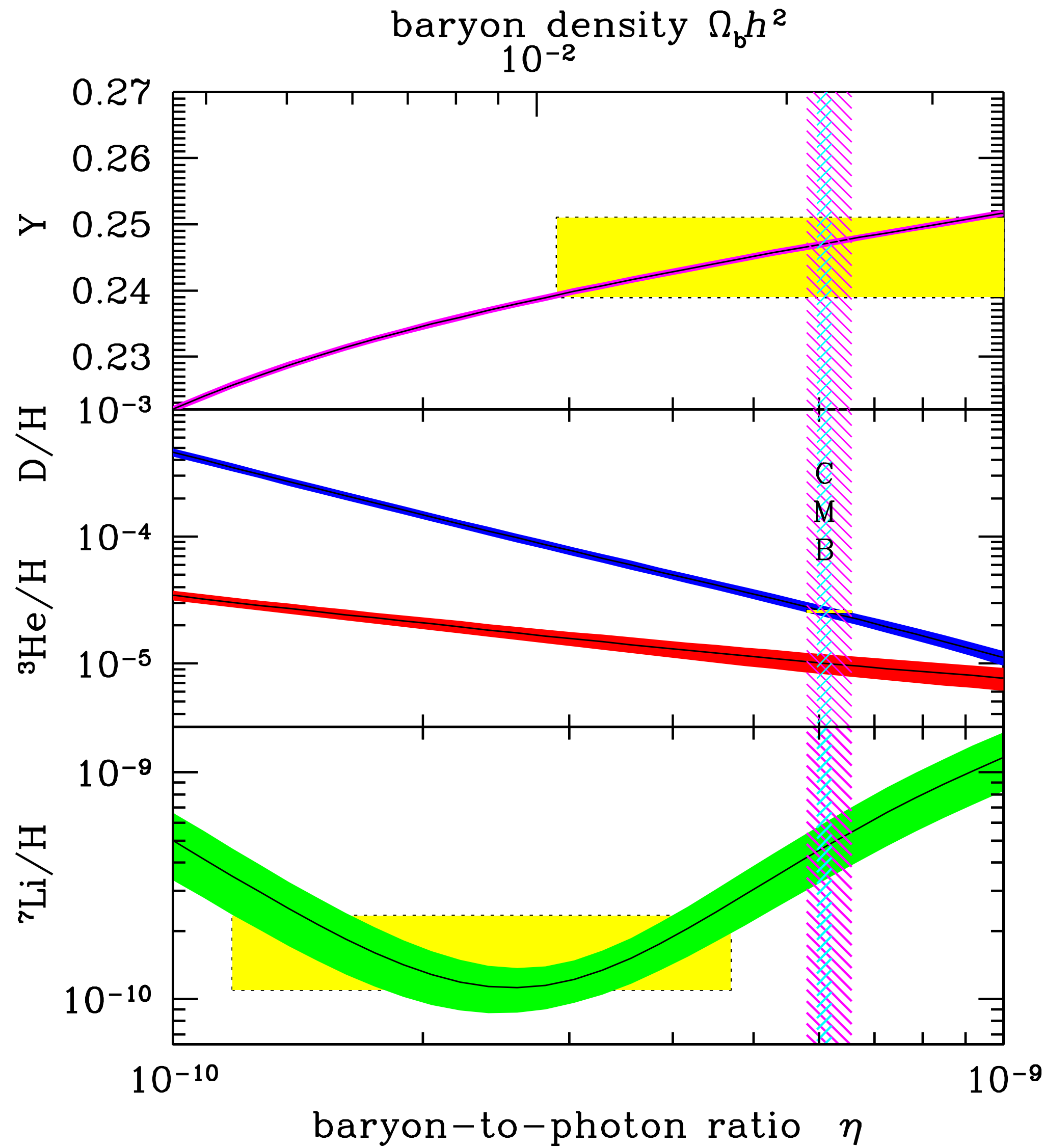
\uparrow
 $X_n(270 \text{ s}) = 0.125$

つまり、ヘリウム4がだいたい全バリオン数の25%

最終的に作られる元素の組成は、宇宙に存在するバリオン数によって決まる。

逆に、ビッグバン元素合成のシナリオが正しければ、軽元素の組成を観測することで、宇宙全体のバリオン数分かる

軽元素合成とバリオン数

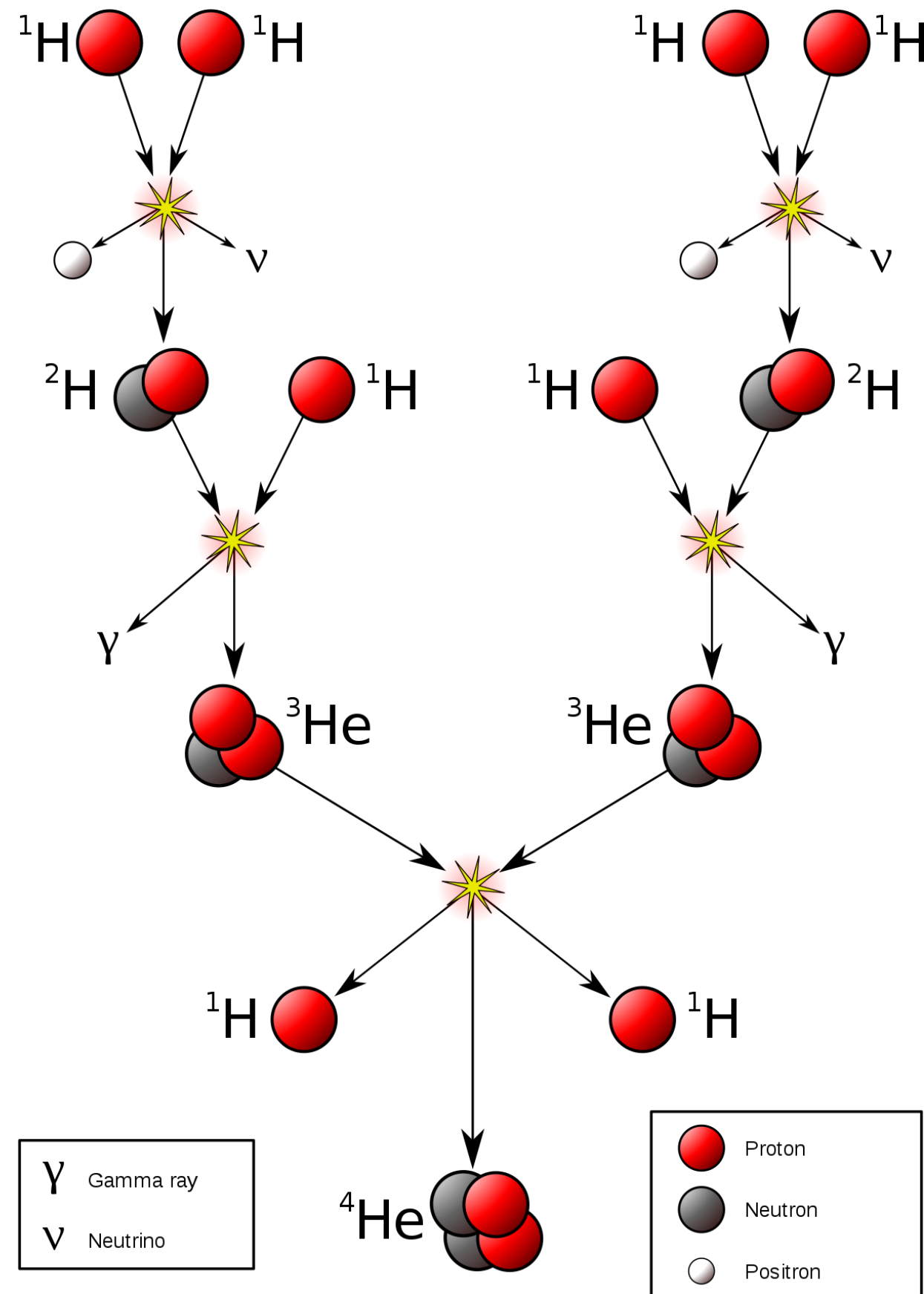


${}^7\text{Li}$ 問題

${}^7\text{Li}$ の観測値が予言とずれている。
理論，観測の系統的な不定性が除去できていない？新しい素粒子理論を示唆？

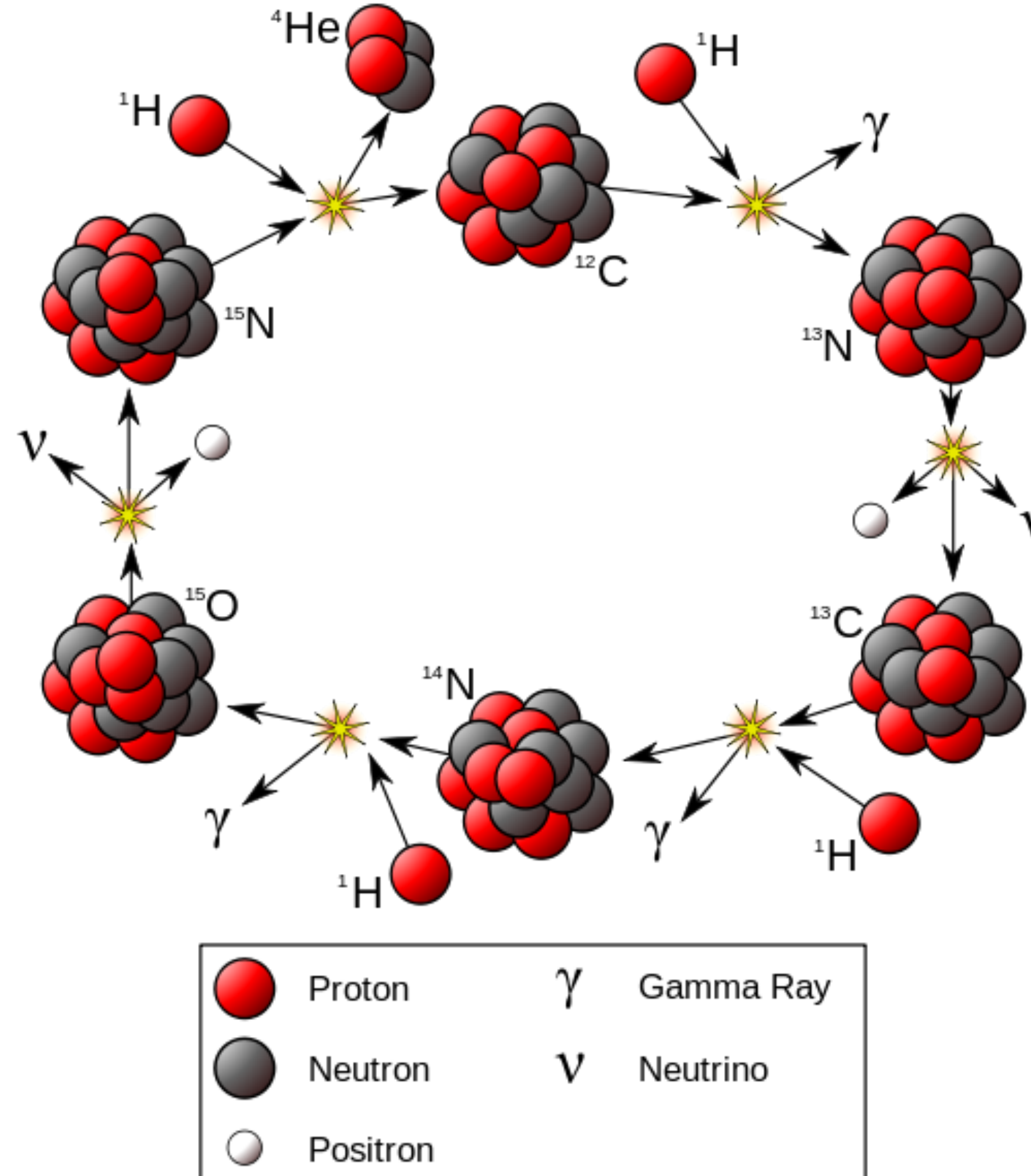
おまけ：星の中の核融合

ppチェーン



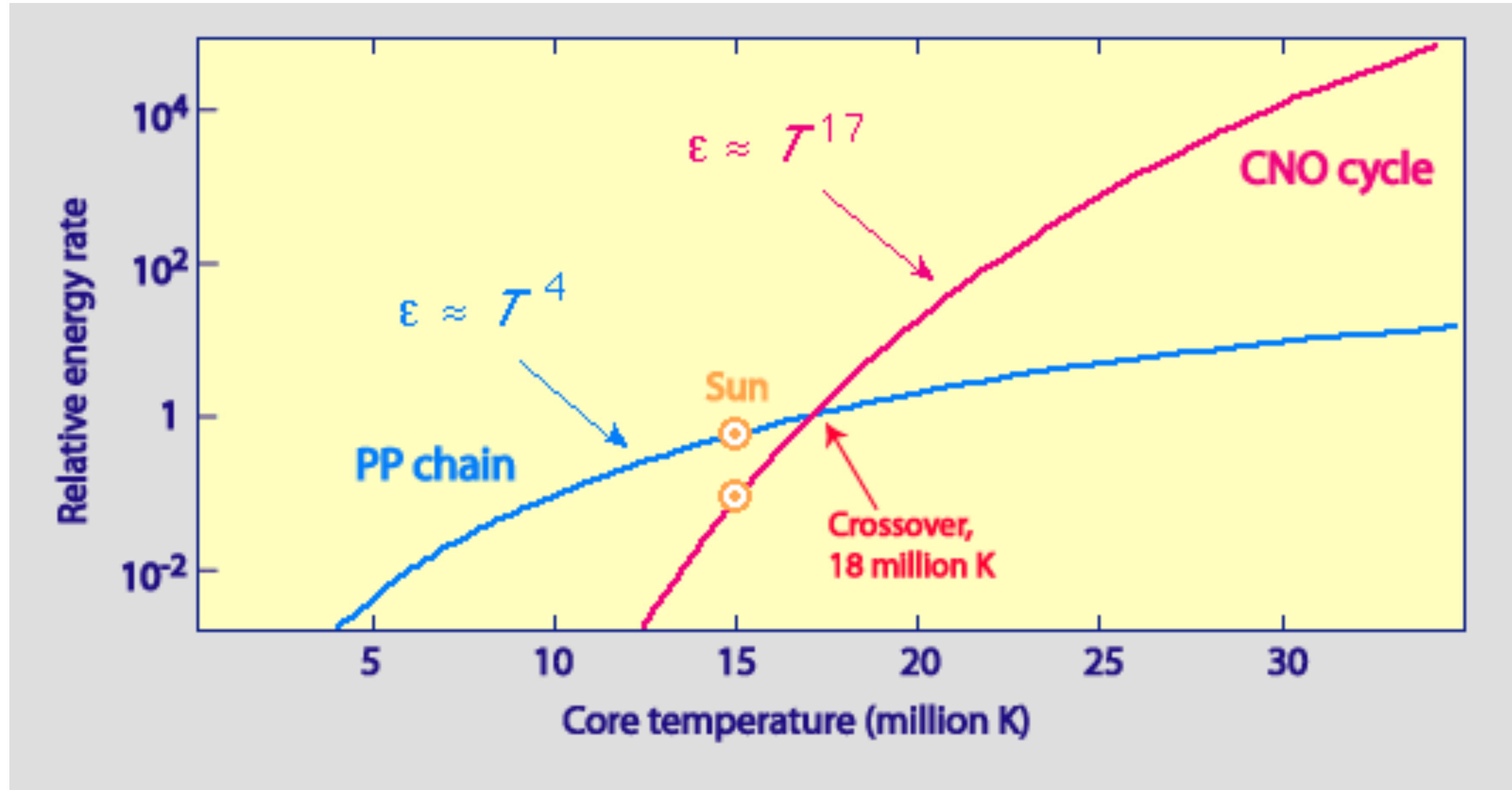
en.wikipedia.orgより

CNOサイクル



en.wikipedia.orgより

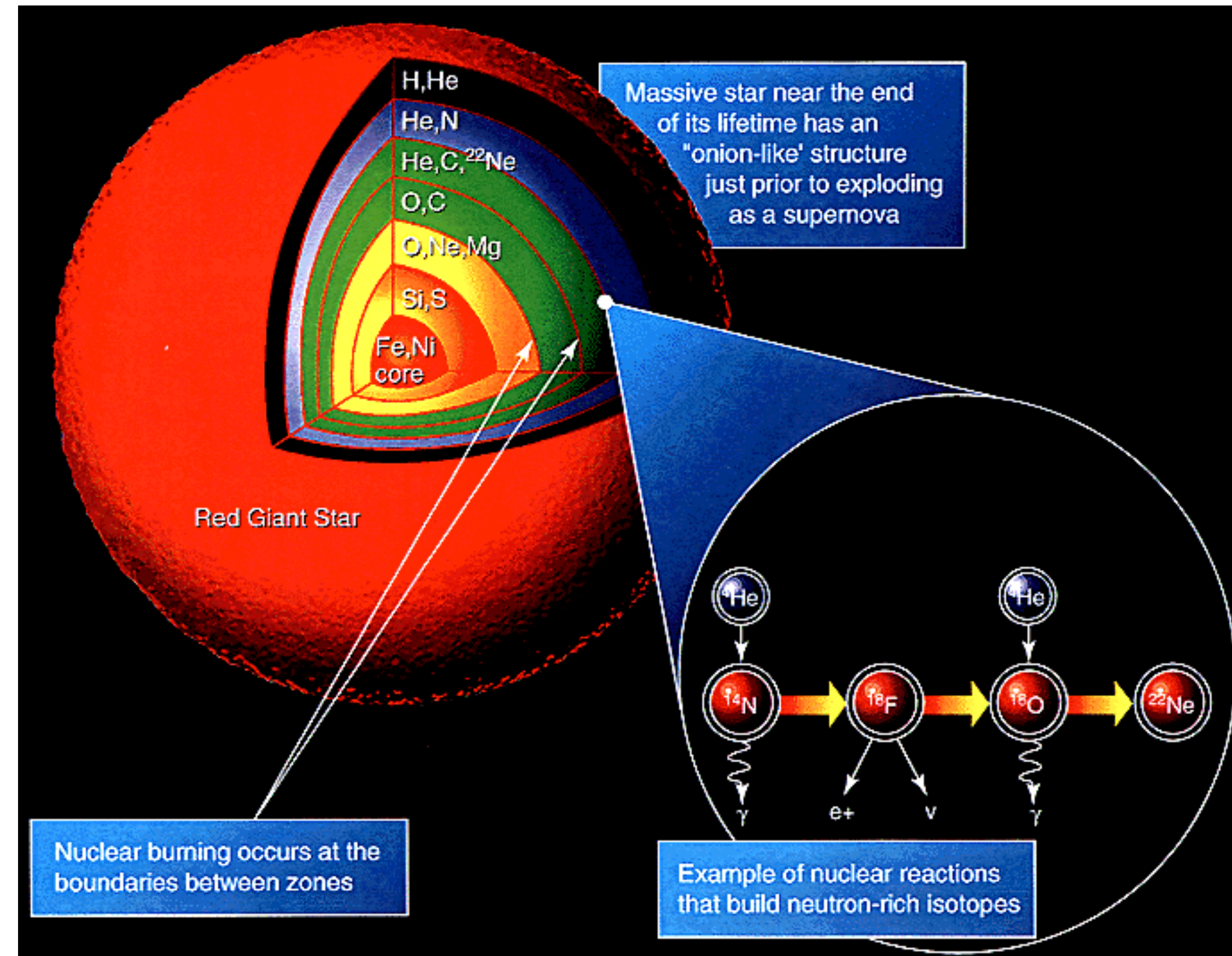
おまけ：星の中での核融合



[Australia Telescope National Facilityのサイトより](#)

おまけ：星の中での核融合

- ★ 水素燃焼
- ★ ヘリウム燃焼
- ★ 重元素燃焼
- ★ 超新星爆発
- ★ 中性子星の衝突
- ★ ...



helios.gsfc.nasa.govより

宇宙の熱史

時間	赤方偏移	温度	出来事
10 ⁻⁴⁴ 秒	10 ³²	10 ³² K=10 ¹⁹ GeV	重力が熱平衡になる
10 ⁻³⁶ 秒	10 ²⁸	10 ²⁸ K=10 ¹⁵ GeV	強い力が熱平衡になる
10 ⁻¹¹ 秒	10 ¹⁵	10 ¹⁵ K=100GeV	電弱相転移
10 ⁻⁴ 秒	10 ¹²	10 ¹² K=170MeV	クォーク・ハドロン転移
10 ⁻² 秒	10 ¹¹	10 ¹¹ K=10MeV	μニュートリノが熱浴から切れる
3秒	10 ¹⁰	10 ¹⁰ K=1MeV	eニュートリノが熱浴から切れる
100秒	10 ⁸	10億K=100keV	原始元素合成
47000年	3570	9700K	等密度時(輻射優勢時代の終わり)
24万年	1370	3700K	陽子と電子の再結合 (電離の対義語)
38万年	1088	3000K	光の最終散乱, 宇宙の晴れ上がり
2億年	10	30K	初代天体の形成と宇宙の再電離

電子と陽子の再結合

宇宙の温度が3000~4000Kくらいの時代

陽子（水素原子核）と電子の大部分が結合して水素原子が作られる

電子と陽子の再結合

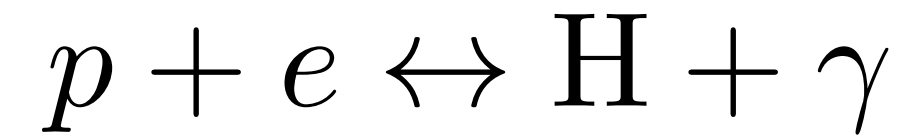
↑
イオン化の対義語

「再び」結合したというわけではない

再結合以降は光子に対して宇宙が透明になる

宇宙の晴れ上がりという

電子と陽子の再結合



この時代には、電子，陽子，水素は全て非相対論的とみなせる

$$n_e = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_e c^2 - \mu_e}{k_B T} \right)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p k_B T}{2\pi\hbar} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_p c^2 - \mu_p}{k_B T} \right)$$

$$n_{\text{H}} = 4 \left(\frac{m_{\text{H}} k_B T}{2\pi\hbar} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_{\text{H}} c^2 - \mu_{\text{H}}}{k_B T} \right)$$

光子の化学ポテンシャルは0なので， $\mu_p + \mu_e = \mu_{\text{H}}$

電子と陽子の再結合

宇宙の電荷が0であることから、 $n_e = n_p$ であり、

$$\frac{n_e^2}{n_H} = \frac{n_e n_p}{n_H} = \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{I_H}{k_B T}\right) \quad \text{サハの式}$$

$$I_H = (m_p + m_e - m_H)c^2 \simeq 13.6\text{eV}$$

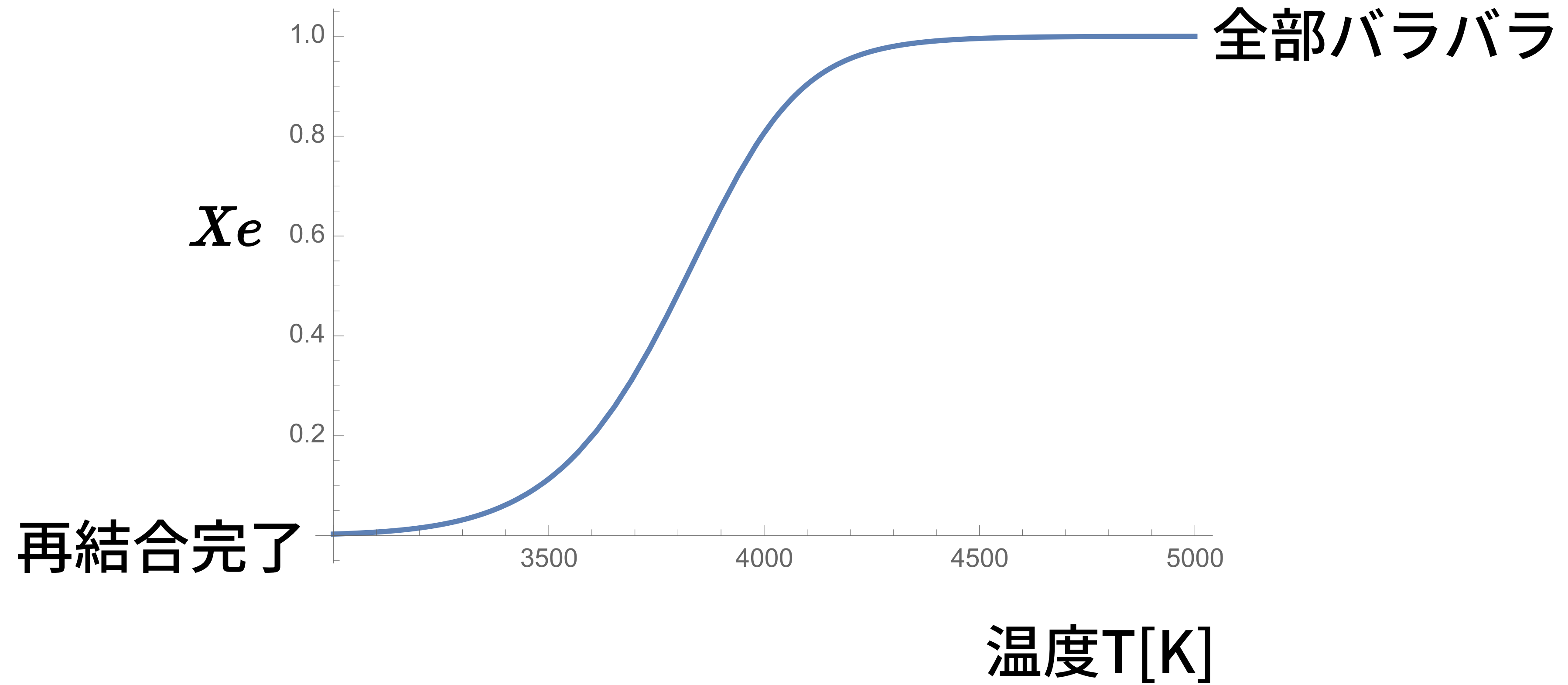
水素のイオン化エネルギー

ここから、イオン化率 X_e が求められる。 $X_e \equiv \frac{n_e}{n_p + n_H}$

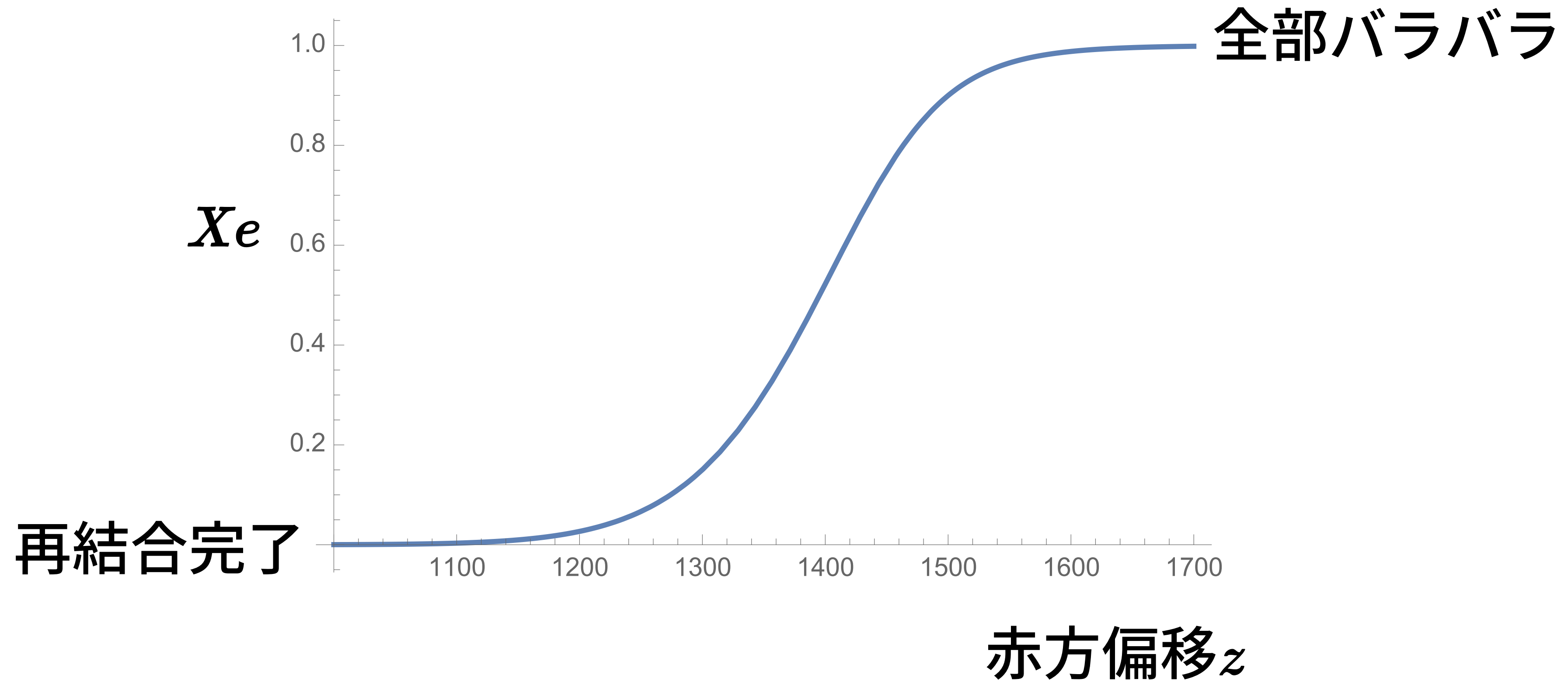
$$\frac{1 - X_e}{X_e^2} = \frac{4\sqrt{2}\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \eta_B \left(\frac{k_B T}{m_e c^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{I_H}{k_B T}\right)$$

$$\eta_B = \frac{n_p + n_H}{n_\gamma}$$

電子と陽子の再結合



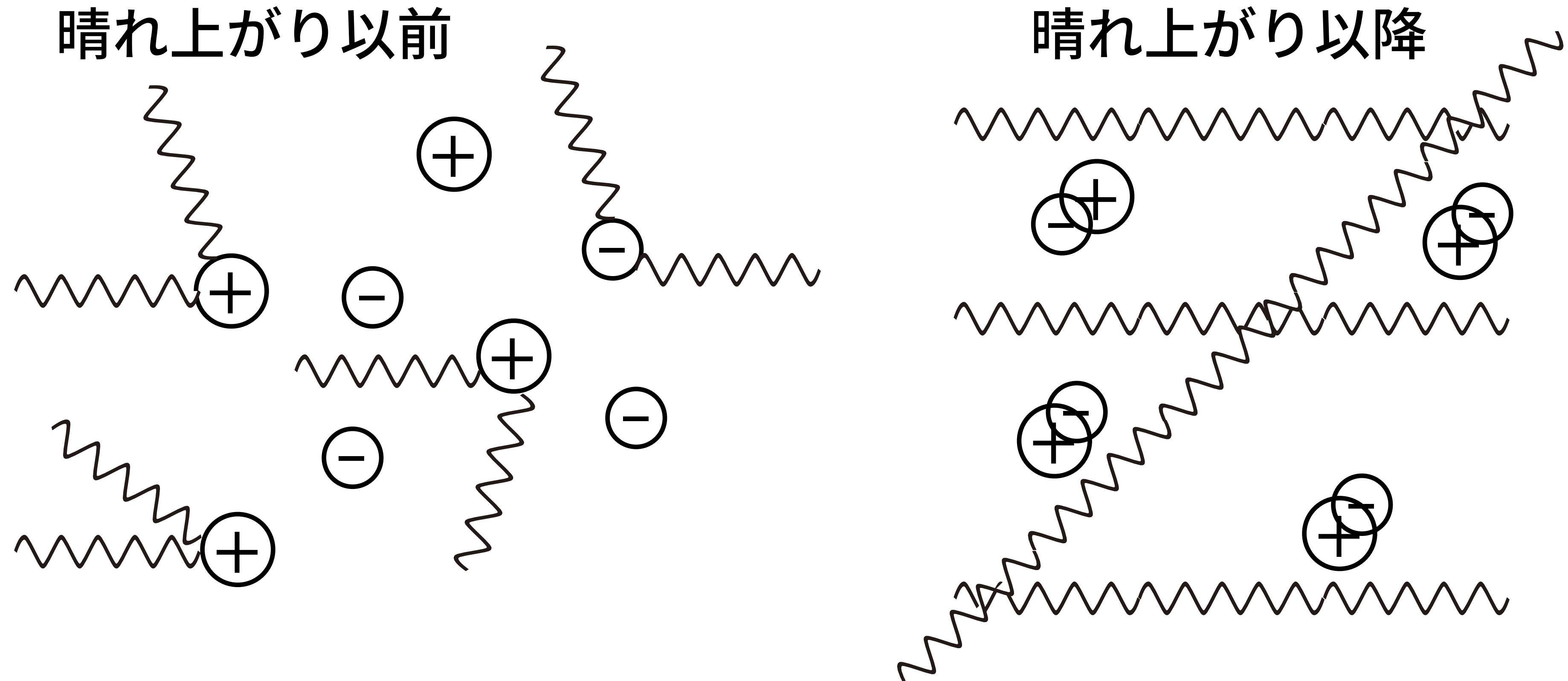
電子と陽子の再結合



目安として、 $z \sim 1300$, $T \sim 3500\text{K}$ の時期に再結合

$$\frac{T}{T_0} = 1 + z$$

宇宙の晴れ上がり



以降の光は宇宙膨張に伴って
冷却される

宇宙の再電離

- ★ 晴れ上がり以降しばらくは宇宙に存在する物質は電氣的に中性であった
- ★ しかし、現在、銀河間に存在する希薄ガスはほぼ完全に電離している
- ★ 晴れ上がり以降、赤方偏移が6程度になる以前に再電離したことが観測からわかってきている
- ★ 再電離を引き起こしたエネルギー源は不明
- ★ 赤方偏移10-1000：宇宙の暗黒時代