物理学概論Ｂ　講義ノート
建築学部

武藤恭之

工学院大学
基礎・教養教育部門

目次

第 1 章

熱力学で扱う系とは

物理学 I では、主として、一つあるいは少数の質点の運動を考察してきた。一つの質点の運動を詳しく観察することで、ニュートンの運動法則に代表されるような力学の基本となる原理が良くわかり、一見複雑に見える運動も単純な法則に基づいて計算できるということが分かった。

しかし、世の中の現象はこのように単純に一つ、あるいは少数の質点の運動を追っているだけでは分からないこともある。例えば、身の回りにある空気は、窒素分子や酸素分子がたくさん集まった系である。空気には「温度」とか「圧力」とかいう概念があるが、これらは、一つ一つの分子の運動を追っていても何のことなのか分からない。力学の講義の中では、「温度」や「圧力」という言葉は出てこなかった。

熱力学では、粒子が多数集まった系を取り扱う。力学を勉強すると、一つの粒子の運動を取り扱うのにも比較的苦労をするのだから、粒子が多数集まった系を取り扱うのは大変に難しいのではないかと考えるかもしれない。

粒子が多数集まった系を考える際、個々の粒子の運動一つ一つを追っていくのは大変である。ある粒子に注目すると、ある速度で動いていると思ったら、ある時には別の粒子とぶつかって、また別の時に別の粒子とぶつかって…、というように、ほとんど予測不可能な動きをする。（本当は全ての粒子の動きというのは、力学を考えればちゃんと分かるはずだが、それをするのは現実的には不可能に近い。）

しかし、このように一つの粒子の運動を詳しく調べるのではなく、多数の粒子が集まった系の「平均的な」性質を調べていくという立場を取ると、色々な現象を比較的簡単に理解することができる。多数粒子系を考える場合に登場してくる概念が「温度」や「圧力」と言った、一つの粒子の運動を考えている際には登場してこなかったような「平均的な」概念である。そして、熱力学とは、このような多数の粒子の集まった系について、個々の

粒子の運動には目をつむって、「平均的な量」の間に成り立つ色々な関係や法則を調べる学問である。

さて、それではどのくらい多数の粒子から成る系を考えているのかということを考えてみよう。例えば、日常的な例として、1.5 リットルの水の入ったペットボトルの中に、水分子がいくつ入っているかということを考えてみる。水 1.5 リットルの質量はおよそ 1.5 キログラムである。水 (H_2O) の分子量は 18 であり、水素原子一つあたりの質量は 1.67×10^{-27}kg であるから、水分子一つあたりの質量は 3×10^{-26}kg である。したがって、水 1.5 リットルに含まれる水分子の数は、5×10^{25} 個ということになる。これは、1 に比べて大変に大きく、水 1.5 リットルの性質を知ろうと思ったときに、分子一つ一つの運動を追っていたのではキリがないという感覚が分かるだろう。

このような系を扱うときに、ある一定の数の粒子を一まとまりにして数えるやり方がある。この単位を「モル（mol)」と表し：

$$1\text{mol} = 6.02 \times 10^{23}\text{個} \tag{1.1}$$

と書く。右辺の 6.02×10^{23} 個という数字をアボガドロ定数といい、記号 N_A で表す。「1 ダース」が 12 個を表すのと同じように、「1 モル」は N_A 個のことを表す。このモル単位を用いて表すと、1.5 リットルの水の中には水分子がおよそ 83 モル入っているということになる。

1 モルの大きさを実感するために、もう少し違う例を考えてみよう。今、直径 1cm の球を、1 モル集めてきて直線上に並べるとする。このとき、総延長は 6×10^{21}m となる。一方で、我々の銀河系の直径はおよそ 10 万光年 $\sim 10^{21}$m である。つまり、1 モルの直径 1cm の球を一直線に並べると、我々の銀河系の数倍くらい長い。

第 2 章

温度と圧力

ここでは、熱力学で重要となる「温度」と「圧力」について説明する。この講義では、特に、気体の熱力学について解説をするが、熱力学にとって重要なのは気体のマクロな性質である。つまり、気体分子一つ一つの性質ではなく、それらの集まり（典型的にはアボガドロ数のオーダーの集まり）がどのような性質を持っているかということを考える。

例えば、風船に空気を入れ、その気体の性質を調べようとすると、おそらく「温度」、「圧力」、「体積」の三つが測りやすい量だろう。熱力学では、これらの量についてどのような物理法則が成り立つのかということを考察する。

2.1　絶対温度

日常的に「熱い」とか「冷たい」とか感じる感覚を数値化したものが「温度」である。歴史的には、水の凍る温度を 0 度、水の沸騰する温度を 100 度として、その間を 100 等分し、さらに低温・高温領域まで伸ばしたセルシウス温度が使われていた。

ところが、圧力一定の気体には、次のシャルルの法則が成り立つということが実験的に知られている。

（圧力一定の時、）気体のセルシウス温度 θ と体積 V の間には

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273.15}\right) \tag{2.1}$$

の関係がある。ただし、V_0 は摂氏ゼロ度の時の体積である。

この法則によると、セルシウス温度 θ が $-273°\mathrm{C}$ を下回ると、体積が負になってしまう。体積が負というのはあり得ないので、温度には下限の値がなければならない。そこ

で、ケルビン温度 T[K] を：

$$T = \theta + 273.15 \tag{2.2}$$

というように定めると、シャルルの法則は：

$$V = V_0 \frac{T}{273.15} \tag{2.3}$$

と書ける。つまり、気体は、圧力一定の時には体積と温度が比例し、またケルビン温度は必ず $T > 0$ の値を取る。

実は、「熱さ」や「冷たさ」は、ある物を構成する粒子の、平均的な運動エネルギーと関係している。例えば、ある人が「部屋の空気が熱い」と感じているとき、その人には空気を構成する窒素分子や酸素分子が、平均的にはとても速い速度でぶつかってきているということになっている。

このような描像で考えると、温度に下限があることも自然だろう。温度の最も低い状態というのは全ての構成粒子の運動が止まった時であるべきであって、それ以下の温度になることは出来ないだろうというのは容易に想像ができる。

また、液体や固体は、分子同士が非常に強く相互作用して、自分のすぐ隣に隣の分子が居るような状態であるが、これを熱して温度を上昇させると、自分自身の動きが大きくなっていって、最終的には隣の分子とくっついていられなくなる。こうして、それぞれの分子がバラバラに運動するようになる。これが「沸騰」や「昇華」といった現象の簡単な説明である。

2.2　圧力

気体を容器に入れてピストンを押すためには、力をかけなければならない。このように、気体（あるいは液体や固体も）は、それを閉じ込めている箱の表面に対して力をかける。箱の表面にかかる単位面積当たりの力のことを圧力と呼ぶ。すなわち、面積 A の面に力 F がかかっていたとすると、その圧力 P は：

$$P = \frac{F}{A} \tag{2.4}$$

と定義される。1 平方メートルの面に 1N（ニュートン）の力がかかっているときの圧力が 1Pa（パスカル）と定義される：

$$1\mathrm{Pa} = 1\mathrm{N/m^2} \tag{2.5}$$

よく、天気予報などで気圧という数字が出てきて、1014hPa などという数値を耳にするだろう。これは、我々の身の回りの空気（大気）の圧力がどの程度であるかということを表す数値である。h（ヘクト）というのは、10^2 のことであるから、通常、大気圧はおよそ 10^5 パスカル程度の大きさである。つまり、我々は常にこれだけの圧力を大気から受けながら生活している。しかし、実際には我々はこのような力をほとんど感じないし、大気の圧力のせいで体がつぶれてしまうようなこともない。これは、人間の体の表面に、内側から同じだけの力が圧力としてかかるように体が構成されているからである。

ピストンに力をかけて押し込むと、その体積は小さくなる。特に、温度が一定の、適当な容器（例えばピストン）に封入された気体について、その圧力 P と体積 V は反比例することが実験的に確かめられている。この法則はボイルの法則と呼ばれる：

$$PV = \mathrm{const} \tag{2.6}$$

この反比例の関係は、温度一定の気体の場合についてのみ成立しているということに注意しよう。圧力をかければ体積が小さくなるということは、一般的に成立するが「互いに反比例する」という部分は「温度一定」の気体についてのみ成立する。

第 3 章

理想気体の状態方程式

ボイルの法則は「温度一定の時、圧力と体積が反比例する」という法則であり、シャルルの法則は「圧力一定の時、温度と体積が比例する」という法則であった。これらを合わせて一本の式で書くと、次のようになるということが予想される。

$$PV \propto T \tag{3.1}$$

この法則の比例係数はどのようになっているべきであろうか。ここで、仮想的に、ある大きな空間の中の一部を取り出して、その部分的な状態を見るということを考えよう。圧力 P や温度 T は、この空間のどんな部分を切りだしてきても、同じ値を取る。

そこで、ある体積 V を取りだしたとき、その圧力が P で、温度が V であったとする。次に、その体積の 2 倍の大きさの空間を取りだしてきたとしよう。このときも、圧力は P で温度は T でなければならない。ところが、式 (3.1) を見ると、左辺はこの二つの場合で 2 倍になっているのに、右辺はそのままである。そこで、この左右両辺が釣り合うためには、右辺に何か 2 倍になる量が入っていなければならない。[*1]

このような量としては、まず体積が考えられるが、$PV \propto VT$ とすると、両辺を V で割れてしまうので、ボイルの法則やシャルルの法則が成り立たなくなってしまう。そこで、体積以外の量になっていなければならないが、結論としては粒子数 n である。

気体の圧力・温度・体積の間に成り立つ関係式は、次のようになる。

$$PV = nRT \tag{3.2}$$

ここで、この式の記号をおさらいしておくと：

[*1] 系を倍にした時にその大きさも倍になるような物理量を示量変数という。また、系を倍にしてもその大きさが変わらないような物理量を示強変数という。

- P は圧力、単位 [Pa]
- V は体積、単位 [m^3]
- T は温度、単位 [K]
- n はモル数、単位 [mol]

であり、式 3.2 に出てきた R は「気体定数」と呼ばれる定数である。この値は

$$R = 8.31 \mathrm{J/mol \cdot K} \tag{3.3}$$

である。

注意すべきは、式 3.2 は、「ボイルの法則」と「シャルルの法則」に基づいて実験的に導かれた「実験事実」である。したがって、実験の条件などが変われば、この式が成り立たないかもしれない。実際、この法則が多くの場合に良く成立するということは確かめられているが、一方でこの法則が成り立たない場合もあるということも知られている。（例えば、分子間距離がとても小さい、密度の濃い場合など。）

しかし、式 (3.2) は、これから熱力学の議論を行っていく上で、良い例を与えることが多い。そこで、「式 (3.2) が、全ての温度・圧力領域を通じて成り立つ」という「仮想的な」気体を考え、これを「理想気体」と呼ぶ。また、式 (3.2) を「理想気体の状態方程式」という。「状態方程式」とは、一般的に温度・圧力・体積を結び付ける式のことを指し、「理想気体の状態方程式」は、世の中にたくさんある状態方程式の一つの例に過ぎない。「状態方程式」を様々な条件下で求めることは、世の中の色々な物質の性質を知る上で重要なことであり、現在も最先端の研究が行われている。

最後に、ボルツマン定数という定数を導入しておこう。式 (3.2) では、右辺の n は mol 単位で測定した粒子数を表していた。これに対し、粒子数を「個」の単位で測定するということも可能である。この「個」単位で表す粒子数を N と置けば

$$N[\text{個}] = n[\mathrm{mol}] N_A \tag{3.4}$$

である。ここに、N_A はアボガドロ定数。そこで、式 (3.2) は

$$PV = \frac{N}{N_A} RT \equiv N k_B T \tag{3.5}$$

とも書ける。ここで、右辺の $k_B = R/N_A$ をボルツマン定数と言い、この値は

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \mathrm{J/K} \tag{3.6}$$

である。気体の粒子数を、個数単位で表すかモル単位で表すかで、定数として気体定数が現れるかボルツマン定数が現れるかが異なる。

第 4 章

気体の状態の表現

4.1　PV 図

気体の状態は、例えば圧力 P、温度 T、体積 V の三つの値で表現される。本当は、考察している系はアボガドロ数個程度の粒子数があるので、この系を完全に記述しようとすると膨大な数の変数が必要になる。しかし、それらの「平均的な」性質のみに注目するということにすると、非常に少ない数の変数を指定してまいさえすれば良いというのが、熱力学の強い主張である。もちろん、このようなことが出来るのは、実験的な裏付けがあってのことであるということは常に注意しておこう。

さて、圧力・温度・体積について、状態方程式があるので、実際はこのうちの二つを決めてしまえば後の一つは自動的に決まる。そこで、気体の状態変化の様子を 2 変数のグラフで表すということが多い。

例えば、圧力 P を縦軸に、体積 V を横軸に取ったグラフを PV 図という。ある系があった時、PV 図の上の一点は、「その系がある圧力・体積の状態にある」ということを示す。そして、状態方程式を用いることで、その状態における温度を計算することができる。また、体積 V を縦軸に、温度 T を横軸に取ったグラフを VT 図という。これも、VT 図上での一点とは「その系がある体積・温度の状態にある」ということを示すものであり、状態方程式を用いることでその系の圧力を計算することが出来る。PV 図や VT 図を用いることによって、系の状態をグラフ上に表すことが出来る。

熱力学では、系の状態（温度・圧力・体積）がゆっくりと変化していくという現象を扱う。つまり、ある時は「圧力 P_1 で、体積 V_1」という状態にあったのが、ちょっとずつ圧力・体積・温度が変化して、最終的に「圧力 P_2 で、体積 V_2」になった、というような現象である。この現象の途中の圧力や体積を常に PV 図上にプロットしていくと、結局この

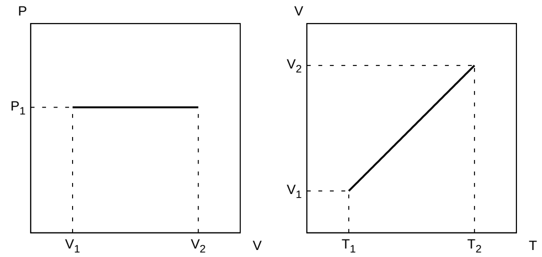


図 4.1　理想気体の等圧変化の PV 図（左）と VT 図（右）

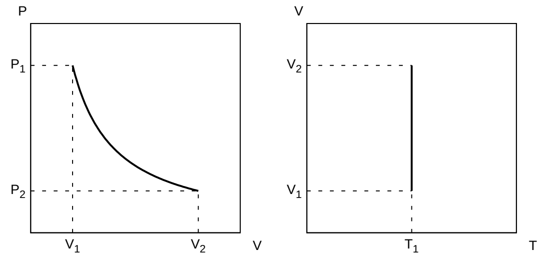


図 4.2　理想気体の等温変化の PV 図（左）と VT 図（右）

現象は PV 図の上で一本の曲線で表すことができるということになる。

注意すべきは、最初の状態と最後の状態が同じでも、変化のさせ方が違えば、PV 図上に描ける線は異なるということである。例えば、最初の状態と最後の状態で温度が同じになるような変化を考えてみよう。この時、「途中も、つねに温度を一定にする」という変化の仕方もあり得るし、一方で「一旦温度を上げてから、温度を下げる」という変化の仕方もあり得る。PV 図の上に表されたグラフがどのような変化に対応しているのかということを明確にイメージできるようにしておかなければならない。

4.2　気体のする仕事

さて、PV 図を導入したところで、気体のする仕事について述べておこう。

物理学 I で、「仕事」という概念を学んだ。ある物体に力 F をかけて距離 Δx だけ動かした時、その物体に対してした仕事 W は

$$W = F\Delta x \tag{4.1}$$

と与えられる。また、摩擦などの散逸が無ければ、物体がされた仕事はその物体の運動エネルギーの変化に等しい。（力学的エネルギーの保存則）

気体は、常にその容器の表面に圧力をかけている。もし、この圧力によって気体の体積

が変化したとすると、このとき気体は外部に対して仕事をしている。今、簡単のためピストンに閉じ込められた気体を考えよう。ピストンのふたの面積を S とし、気体の圧力を P とする。ピストンのふたを人間が動かないように止めているとすると、人間は $F = PS$ の力を気体に対してかけていることになり、この状態で気体の圧力と人間の押さえる力が釣り合っている。

次に、人間が少し力を弱め、気体が少しだけ膨張したとしよう。このとき、内部の気体の立場からすると、ピストン表面に常に圧力 P をかけ続け、結果として自分自身の体積が増えたということになる。内部の気体がピストン表面全体にかける力が $F = PS$ なので、ピストンの移動距離を Δx とすれば、このとき気体がピストンに対してした仕事 δW は

$$\delta W = F\Delta x = PS\Delta x = P\Delta V \tag{4.2}$$

となる。ここで、$\Delta V = S\Delta x$ は気体の体積の変化である。

さて、この変化をつなぎ合わせて考える。すなわち、気体が少しずつ膨張していって、最終的に気体の体積が V_1 から V_2 に変化したとする。気体が全体でした仕事 W は、この仕事を足し合わせれば良いので、

$$W = \sum P\Delta V = \int_{V_1}^{V_2} PdV \tag{4.3}$$

これを、PV 図を用いて視覚的に表せば、PV 図上で状態変化を表す曲線の下側の面積が、気体がした仕事に対応する。

さて、気体が膨張するときには、気体の体積は大きくなっている。これと逆のことを考えると、気体が圧縮されたときは、気体は外部から仕事をされたということになる。これは、これまでのピストンの例でいえば、ピストンを押し込まれているという操作に対応する。このとき、仕事

$$W = \int PdV \tag{4.4}$$

の符号は負になっているということに注意しよう。仕事が負ということは、気体が外部から仕事をされているということに対応する。仕事の値の正・負が、直観的にどのような操作に対応しているのかということは常に頭の中に入れておこう。また、場合によってはこの正と負の約束を逆に取ることもあるので、仕事をどのように定義しているのかということは常に意識しておかなければならない。

一口に気体の体積が V_1 から V_2 に変化したと言っても、その変化の仕方には色々な可能性があり得る。例えば、気体の圧力が一定に保たれるように体積が V_1 から V_2 に変化したということがあり得るだろう。また、別のやり方では、気体の温度が一定に保たれる

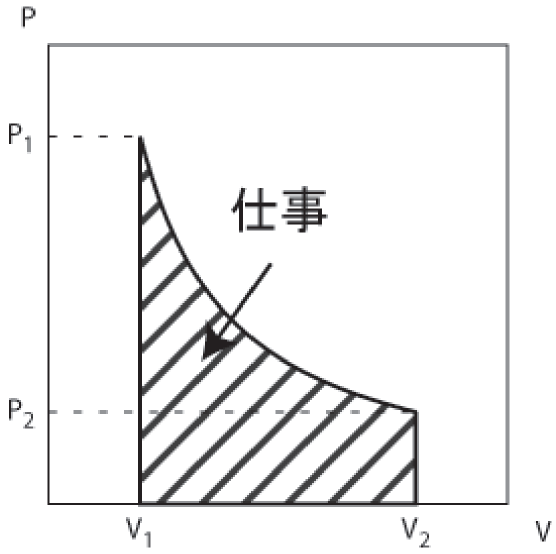


図 4.3　気体のした仕事は、PV 図上の面積に対応する

ようにしながら気体を V_1 から V_2 まで膨張させるということも可能である。それぞれの場合について、気体が外部に対してした仕事は異なる。

- 例 1 ：等圧変化

この場合、P が一定だから、気体が外部にした仕事 W_{ib} は

$$W_{ib} = \int_{V_1}^{V_2} PdV \tag{4.5}$$

$$= P\int_{V_1}^{V_2} dV \tag{4.6}$$

$$= P(V_2 - V_1) \tag{4.7}$$

である。

- 例 2 ：理想気体の等温変化

理想気体では $PV = nRT$ であり、今の場合 n と T は一定値である。したがって、気体

がした仕事 W_{it} は

$$W_{it} = \int_{V_1}^{V_2} PdV \tag{4.8}$$
$$= \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV \tag{4.9}$$
$$= nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \tag{4.10}$$
$$= nRT \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{4.11}$$
$$= P_2V_2 \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{4.12}$$

となる。

例 1 の等圧変化の場合に比べて、等温変化の方が外部にした仕事が少ないということは、PV 図の下の面積を見てみれば一目瞭然である。また、等圧変化の場合、一通りの操作が終わった後には、気体の温度が上昇しているということも PV 図を見れば直観的に納得が出来るだろう。

第 5 章

熱力学第一法則

質点の力学では、仕事をした（された）場合に、その粒子の運動エネルギーは下がる（上がる）ということを学んだ。熱力学的な系といっても、系を構成する粒子が存在している以上、気体が仕事をしたらこれらの粒子の平均的なエネルギーも変化しているだろう。もしも、気体が外部に対して仕事をした場合、その分構成する粒子の平均的な運動エネルギーは減少しているだろうというのは自然な考え方である。

気体を構成する粒子の平均的な運動エネルギーというのは、実は気体の温度を表している。（これは、余裕があれば気体分子運動論として扱う。）したがって、気体の温度が下がっているのではないかというように考えられる。

しかしこれまでの例でみたように、等温変化の場合は「温度を一定に保ったまま」外部に仕事をすることが出来た。また、等圧変化の場合では、あるいは「温度が上昇して」外部に仕事をするということが起こる。現実的な例として、風船を温めると体積が増えるという現象がある。風船自身は周囲の大気の圧力と（ほとんど）釣り合っている状態にあるため、このような変化は等圧変化とみなせるが、体積が増えているから風船の内部の気体としては仕事を外に向かってしている。

「外部に仕事をして」かつ、「気体自身の運動エネルギーも増加する」ということが可能であるということは、エネルギーの保存則が成立していないのだろうか？実は、最初の議論では、力学的エネルギーの保存則からそのまま類推を行ったというところに失敗がある。風船を膨らませる例のところで、「風船を温めると」というように言った。この「温める」という部分がポイントである。この「温める」という操作で、実は気体を構成する粒子に対してエネルギーを与えている。つまり、温めることで気体の平均的な運動エネルギーが上昇しており、気体に対してなんらかのエネルギーを与えているということになる。その結果、気体の運動エネルギーが増えているということになる。

このように、力学的なエネルギーの保存則、つまり「運動エネルギーの変化は気体がした（された）仕事に等しい」という法則だけでは、完全に熱力学系の挙動を記述できない。実際に成り立っているエネルギーの保存則は、これに「熱エネルギー」という別の形のエネルギーを含めた形での保存則になっている。これを定式化するために、まず「気体の内部エネルギー」について説明しよう。

5.1 気体の内部エネルギー

気体は、無数の構成粒子から出来ている。気体の内部エネルギーとは、「気体の構成粒子が持っているエネルギーの総和」のことである。気体の構成粒子が持っているエネルギーとはどのようなものだろうか。まず、構成粒子は色々な方向に運動が出来るから、その運動エネルギーがある。一般には気体の構成粒子は 3 次元の空間を飛びまわっているわけだから、x 方向・y 方向・z 方向の三方向の速度に関して運動エネルギーが考えられる。[*1]もしも、気体の構成粒子が質点ではなく、例えば分子のように何か構造を持っていたらどうだろうか。このときは、分子自身が回転するという可能性もある。分子がもし止まっていても（つまり、並進の運動エネルギーがゼロだとしても）、回転運動というのは存在しても良く、その場合は回転運動のエネルギーというものが考えられる。

このように、気体の構成粒子は色々な形でエネルギーを持っている。このエネルギーを全て足し合わせた物が「気体の内部エネルギー」と呼ばれる。

このように説明すると、「気体の内部エネルギー」を知るには途方もなく大変な努力が必要であると感じるかもしれない。つまり、気体の構成粒子全ての情報を知らなければならないように思われる。しかし、「エネルギー等分配の法則」という法則が成立するということが知られている。[*2]これは、「気体粒子の運動 1 自由度あたりの平均的なエネルギーは $k_BT/2$ で与えられる」という法則である。

運動の自由度というのは、直観的には「気体の構成粒子の運動できる可能性の数」である。ここで「運動できる可能性」というのは、「気体の構成粒子がある方向に動く」とか、「ある方向を軸として回転する」という意味である。例として、二つの原子からなる分子によって理想気体が構成されていたとしよう。例えば、空気は主に窒素と酸素からなるが、それぞれ $\mathrm{N_2}$ や $\mathrm{O_2}$ という分子である。このような二原子分子は、まず空間の x 軸、

[*1] 運動エネルギーはスカラー量だから、本当はこのようにそれぞれの方向に運動エネルギーを考えるというのはあまり意味がない。三方向の速度成分を決めて初めて運動エネルギーが決まるという意味で、運動の自由度が 3 であるということを間隔的に表現しているつもり。

[*2] この法則を導くには、統計力学の知識が必要になるが、物理学 I ではここまでは扱わない。

y 軸、z 軸の三つの方向に運動することができる。それぞれの方向への運動の運動エネルギーは、例えば x 方向ならば $mv_x^2/2$ である。また、分子の方向を仮に x 軸に取れば、y 軸と z 軸の周りに回転することができる。したがって、並進運動の自由度は 3 であり、回転運動の自由度は 2 であり、併せて運動の自由度は 5 である。そこで、二原子分子からなる気体の、粒子一つあたりの内部エネルギー u は

$$u = 5 \times \frac{1}{2} k_B T = \frac{5}{2} k_B T \tag{5.1}$$

である。気体の粒子数が N 個 ($= n$ モル) だったとすると、その系の持っている内部エネルギー U は

$$U = \frac{5}{2} N k_B T = \frac{5}{2} nRT \tag{5.2}$$

となる。また、単原子からなる理想気体の場合、運動の自由度は並進運動の自由度 3 つだけであるから、その粒子一つあたりの内部エネルギーは $(3/2)k_B T$ となる。

さて、このように書くと、内部エネルギーというのは温度だけで決まるというように思えるかもしれない。しかし、これは一般的には正しくない。ここまで、わざわざ「気体の」と断り書きを書き続けてきたのは、このような事情がある。さらに、「気体の」というのも正しくなくて、「理想気体の」というほうのが正確である。内部エネルギーとは、「構成粒子の全てのエネルギーの和」であるというのは正しいが、このエネルギーには、一般的には粒子間に働く力のポテンシャルエネルギーも含まれるだろう。このような場合は、気体の内部エネルギーは系の温度だけではなく、系の体積にも依存するようになる。

通常、気体は構成粒子の大きさに比べて粒子間の距離が十分に離れている。このような場合、普通は粒子同士の間に働く力というのは非常に小さく、粒子の運動エネルギーに比べてポテンシャルエネルギーは無視できる。「内部エネルギーが体積に依存しない」というのは、このような時に初めて成立することである。しかし、逆に言えば、普通の気体を考えている限りこのことは成立していると考えて良いだろう。「(理想) 気体の内部エネルギーは温度のみに依存する」ということは、「ジュールの法則」として知られている。

5.2 熱

さて、「風船を温めると体積が増加し、気体は外に仕事をする」という現象をもう一度考えてみよう。ここで、「温めると」というのはどういうことだろうか。気体の温度というのは、粒子の持っている平均的な運動エネルギーのことである。つまり、「温めると」という操作は、「気体の構成粒子の平均的な運動エネルギーを上昇させる」という操作に

対応している。つまり、「温める」という操作は、「何らかの形で系にエネルギーを注入する」操作だと言い換えることができる。このように、「温める」という操作で系に注入するエネルギーのことを「熱」と呼ぶ。熱はエネルギーの形の一種であるので、[J]（ジュール）という単位で測定する。

5.3 熱力学第一法則

系に熱を注入した結果、風船の例でいえば、「風船が膨らんだ」という現象と、「系の温度が上昇した」という二つの現象が観測される。前者は、「系が外に対してした仕事」ということができ、後者は「系の内部エネルギーの上昇」というように言いかえることができる。

ここで、気体が入っている容器が風船ではなく、フラスコのような形状が変わらないような容器だったと考えてみよう。このとき、「系を温める」という操作をしても容器の形が変わらないから気体は外部に対して仕事をしない。その代わり、「温める」という操作でもらったエネルギーは、全て系を構成する気体の内部エネルギーに変化するだろう。

このように、一般に「系を温める＝熱を与える」ことによって、系の変化としては「外部に仕事をする」という可能性と「内部エネルギーが上昇する」という二つの可能性があり得る。しかし、どのように系が変化するかは、操作の詳細に依存する。このことを表すのが次の熱力学第一法則である：

「内部エネルギーが U_0 の系に熱 Q を与えたとき、その系の内部エネルギーが U_1 となり、また系が W だけの仕事をする。このとき

$$Q = (U_1 - U_0) + W \tag{5.3}$$

が成り立つ。」言葉で書けば、「系に熱を与えると、系の内部エネルギーが変化し、系は仕事をする。内部エネルギーの変化と系がした仕事の和は、系に与えた熱の量に等しい。」ということになる。

5.4 熱の測定

さて、ここまで「熱」という物を「何らかのエネルギーの形」として説明してきた。しかし、熱というのは実態の見えないエネルギーであり、「なんだかよくわからない」ものである。これを「測定」するには、どのようにしたら良いだろうか。

このことにヒントを与えているのが、熱力学第一法則である。つまり、系に対して適当

な操作を行うことによって、「熱を測定する」ことが出来るということを示唆している。具体的に、どのようなことをすれば「熱を測定」することが出来るだろうか。（理想）気体の場合、系の内部エネルギーは温度にのみ依存している。そこで、「温度が一定になるように、気体を膨張したり収縮したりさせる」という操作を考えてやると、その際に必要な仕事がそのまま熱量として測定できる。仕事は、例えばピストンに気体を入れて、それをどの程度の力でどのくらいの距離押し込めるかということで測定することが出来るから、「温度一定」という条件のもとでどのくらいの仕事を気体にかけて体積を変化させることが出来たかということを測定すれば、その仕事の値をそのまま熱量に読み替えることが出来る。*3

5.5　熱容量と比熱

さて、これで一応「熱量」を定量化して測定するという方法が与えられる。そこで今度は、「ある適当な系に熱を与えるとどの程度温度が上昇するのか」ということを考えてみる。これは、物体の性質に依存している。日常でも、「温まりやすい」物質や、「温まりにくい」物質があるということを経験的に知っているだろう。このような、ものの「温まりやすさ」を表す量が「熱容量」や「比熱」と呼ばれる量である。ある熱量 δQ を与えたとき、温度が ΔT だけ上昇したとする時、その間には

$$\delta Q = C\Delta T \tag{5.4}$$

という関係がある。この C という量が「熱容量」と呼ばれる量で、考えている系の性質によって決まる量である。C が大きければ同じ δQ でも温度が上がりにくいということを表しているから、C が大きい物質は温まりにくい。左辺の δQ の単位は [J]（ジュール）であり、右辺の ΔT の単位は [K]（ケルビン）であるから、C の単位は [J/K] である。

さて、ある系に同じ熱量を与えても、系が大きければ温まりにくく、小さければ温まりやすいというのは直観的に明らかであろう。例えば、ライター一本を使って教室の温度を

*3 これは、あくまでも原理的な話をしているので、熱を測定するときに必ずこうしなければならないということを言っているのではない。例えば、体積を一定に保っておいて（つまり、仕事をゼロにしておいて）温度変化を調べるということによっても熱を測定することができる。これが、歴史的に見て「正しい」熱の測定方法であり、もともとは熱（熱力学の概念）と仕事（力学における概念）とは全く異なるものだと考えられていた。しかし、ジュールの実験によって、熱と仕事はともにエネルギーという広い概念に含められるべきものだということが明らかになった。「熱」は、実態が見えない分だけなかなか直観が働きにくい概念である。ここでは、「我々が測定できるものは力学的な仕事と物質の温度である」という立場に立ち、熱力学の第一法則（＝エネルギーの保存則）を通じて熱量を測定する、という立場で説明をしている。

一度上げるには、長時間ライターを燃やして多くの熱を与えてやらなければならないが、自分の手くらいの小さい範囲を温めるだけであればライター一本で少しの時間だけ温めてやるだけですぐに暖かくなる。

そこで、熱容量 C は、考えている物質の性質だけでなく、物質の量（系の大きさ）にも関係している。これだと、物質の性質だけを純粋に取り出して、例えば「アルミニウムと紙の温まりやすさの違い」を議論しようとする時に不便である。そこで、この C の値を系の大きさに対応する、「系の質量」や「系の粒子数」で割り算した数値が良く用いられる。このような量を「比熱」と呼ぶ。特に、モル単位で測定した系の粒子数 n[mol] で、熱容量 C を割り算した値 c のことを「モル比熱」と呼ぶ。

$$c = \frac{C}{n} \tag{5.5}$$

熱容量 C の単位が [J/K] であったから、モル比熱 c の単位は [J/K·mol] である。

ここで、さらに注意しておくべきことがある。ある熱量 Q を与えたときの系の温度変化は、その状態変化の様子を指定しないと一意に定まらない。熱力学の第一法則である式 (5.3) をもう一度見ると：

$$Q = (U_1 - U_0) + W \tag{5.6}$$

である。気体の場合、内部エネルギーの変化がそのまま温度変化に対応しているが、このときどの程度の仕事 W をしたかということが分からないと、内部エネルギー（ひいては温度）がどの程度変化したかということが分からない。仕事の値が系の状態変化の仕方に依存するというのはすでに見てきたとおりである。

そこで、「体積が一定の場合の温度の変化」や「圧力が一定の場合の温度の変化」というように、熱容量の測定の際にちゃんと状態変化の方法を指定してやらなければならない。「体積を一定に保って系を変化させた場合のモル比熱」は「定積モル比熱」と呼ばれ、記号 c_V を用いて表す。また、「圧力を一定に保って系を変化させた場合のモル比熱」のは「定圧モル比熱」と呼ばれ、記号 c_P を用いて表す。

最後に、「熱の仕事等量」という言葉について触れておこう。以前は、熱を測定するときに [cal]（カロリー）という単位が使われてきた。これはおよそ 1 グラムの水の温度を 1 度上昇させるのに必要な熱量を指す。ここで、「およそ」という言葉を用いたのは、色々な定義が使われてきたためである。これを、ジュールの単位で測定するとおよそ 4.2J となり、この値は「熱の仕事等量」と呼ばれる。

第 6 章

状態量と準静的過程

さて、ここでは「状態量」や「準静的過程」など、熱力学で用いられる概念についてもう一度考察しておこう。これまでも「温度 T」や、「ピストンを押す」などの操作を断りなく用いてきたが、この章では熱力学ではどのような系を扱っているのかということをもう一度確認しておく。

6.1　状態量の定義

状態量とは、「ある系を見た際にその瞬間の様子だけを見れば決まる量」である。例えば、ある系についての温度・圧力・体積・内部エネルギーなどは状態量である。さらに、「系を二倍にした時、その量の値も二倍になる」という性質を持つ量を「示量変数」と呼び、「系を二倍にした時、その量の値は変わらない」物を「示強変数」と呼ぶ。例えば、体積や内部エネルギーは示量変数であり、温度や圧力は示強変数である。

状態量は、「その系のある瞬間の様子を見れば決まる量」であるから、状態量の変化は、その途中の変化の経路によらない。すなわち、ある状態 A から B に系が変化した時、状態量 X の変化は

$$\Delta X = X_B - X_A \tag{6.1}$$

で与えられ、その変化の仕方（等積変化と等圧変化の組み合わせなのか、等温変化なのか、等々）に関係しない。

この意味で、熱量や仕事は状態量ではない。なぜならば、これらの量は変化の仕方に依存するためである。ここでは、非状態量の変化を δ を付けて表し、状態量の変化を Δ を付けて表すことにする。熱力学第一法則は

$$\Delta U = \delta Q - \delta W \tag{6.2}$$

と表すことが出来る。熱量と仕事は状態量ではないが、その差を取ると状態量となる。また、気体の場合、気体のした（微小）仕事は $P\Delta V$ で表されたので

$$\delta W = P\Delta V \tag{6.3}$$

とあらわされる。すなわち、仕事 δW は状態量ではないが、仕事を圧力で割った $\delta W/P$ は体積の変化に対応するので、状態量になる。

6.2　熱力学的平衡状態

熱力学的平衡状態（熱平衡状態）とは、「系の熱力学的な状態に何の変化もない状態」である。この時、温度や内部エネルギーなどの状態量が一意に定まっている。適当な系を十分長い時間放置すると、その系は熱平衡状態に達するということが経験的に知られている。

温度の異なる二つの系を接触させると、二つの系の間で熱をやり取りし、最終的に同じ温度になる。最終的な状態では、二つの系の間で熱の出入りが釣り合っており、見かけ上熱の出入りが無いようになっている。この状態の時、「二つの系が熱平衡に達している」という。

ある系が熱平衡状態にある時、その温度は一意に決まっている。逆に言えば、熱平衡状態に達していない系で「温度」を定めるということは非常に難しいことである。

しかし、現実では「場所によって温度が異なる」というような言い方をすることもあるだろう。例えば、部屋の一ヶ所に火鉢を置いておくと、その周りは温度が高いが、そこから離れた場所では温度が低いというようなことがある。この時、部屋全体でみれば熱平衡状態には達していない。しかし、火鉢周囲の適当に小さな領域を見れば、その場所ではほぼ温度が一定であるとみなすことも出来るだろう。このような場合は「局所熱平衡」という。つまり、系全体では熱平衡ではないが、その中の一部を切り出してみると（近似的に）熱平衡状態になっているということである。日常、「温度分布」というようなことを言う場合、このように系が「局所熱平衡状態にある」ということを前提として議論を進めていく。局所熱平衡を議論する際、部分系の大きさは「系全体からみれば小さいが、その中に系の構成粒子がたくさん入っていて、それらの平均的な物理量を議論するには十分な大きさである」というように取らなければならない。

6.3　準静的過程

今まで、色々な「操作」という物を考えてきた。例えば、「等温的に系を変化させて、その経路を PV 図上に示す」というようなことをした。この際、実はある一つの仮定をしている。それは「操作の途中の段階で、系は常に温度や圧力などの状態量が決まっているような熱力学的平衡の状態にある」ということである。このような操作のことを「準静的変化」という。具体的には、「少し系を変化させて、熱平衡に達するまで十分に時間を待ち、さらにちょっと変化させる。この操作を繰り返していく。」ということである。すなわち、熱力学平衡がいつでも成り立つように、系を「じわじわと」変化させていくということである。

このような変化は、「可逆」である。すなわち、ある状態 A から B に系を準静的に変化させるとき、それと完全に逆の経路をたどって系を B から A の状態に戻すことが可能である。

現実には、操作が常に可逆な準静的変化で成り立っているとは限らない。例えば、ピストンを思い切り押し込むような操作を考えると、その途中では系が熱平衡状態にあるとは限らない。現実にはこのように、準静的過程以外の仮定もたくさん考えることができる。しかし、「だから熱力学は現実的な現象を取り扱うことが出来ない」というように理解するのは早計である。この時、先に導入した「状態量」という量が役に立つ。「状態量」の変化は、系がどのような経路をたどって状態が変化したかということに依存しない。これは、途中の仮定が準静的過程であってもそうでなくても同じことである。したがって、現実に起こっているような準静的でない過程を、準静的な過程に置き替えて、状態量の変化を議論するということが可能である。このことによって熱力学が非常に一般性のある理論となっている。

第 7 章

具体的な理想気体の状態変化の過程

ここでは、理想気体の具体的な状態変化について、いくつか例を挙げながら熱のやり取りや仕事の大きさについて学ぶ。気体の場合、熱力学の第一法則は

$$\Delta U = \delta Q - P\Delta V \tag{7.1}$$

と表されたことを思い出しておこう。ここに、Δ や δ は微小変化を表す。状態量の変化については Δ を付けて表し、そうでないものの変化については δ を付けて表している。

以下、変化の前の気体の圧力、体積、温度を (P_1, V_1, T_1)、変化の後の気体の圧力、体積、温度を (P_2, V_2, T_2) とおく。また、全ての変化は準静的に行われているとする。

7.1 定積変化

気体の体積を一定に保ちながら温度や圧力を変化させる過程を「定積変化」と呼ぶ。この時、$V_1 = V_2$ であり、体積変化について $\Delta V = 0$ である。したがって、気体は仕事をしていない。

$$\delta W = P\Delta V = 0 \tag{7.2}$$

そこで、

$$\Delta U = \delta Q \tag{7.3}$$

であり、内部エネルギーの上昇が系に与えられた熱の量に等しい。気体のモル数を n[mol] とおく。この時の温度変化を ΔT とすると

$$c_V = \frac{\delta Q}{n\Delta T} = \frac{1}{n}\frac{\Delta U}{\Delta T} \tag{7.4}$$

となる。ここに c_V は定積モル比熱である。最初の式変形は、比熱の定義である。また、同じことだが、定積モル比熱を用いて、内部エネルギー変化と温度変化の関係を表せば

$$\Delta U = nc_V \Delta T \tag{7.5}$$

となる。ここから、内部エネルギーの表式

$$U = nc_V T \tag{7.6}$$

が得られる。(絶対零度で内部エネルギーはゼロとした。)[*1]

理想気体の場合、運動の自由度を f とすると

$$U = \frac{f}{2} nRT \tag{7.7}$$

と書けたから、理想気体の定積モル比熱は

$$c_V = \frac{f}{2} R \tag{7.8}$$

と書ける。

7.2 定圧変化

圧力が一定の変化を定圧変化という。このとき、$P_1 = P_2$ である。そこで、状態方程式 $PV = nRT$ より温度と体積が比例する(シャルルの法則)。そこで、定圧モル比熱 c_P は

$$c_P = \frac{1}{n} \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{1}{n} \frac{\Delta U + P\Delta V}{\Delta T} \tag{7.9}$$

と表される。今、圧力一定であるから

$$\frac{P\Delta V}{\Delta T} = \frac{nR\Delta T}{\Delta T} = nR \tag{7.10}$$

であり、また定積モル比熱の表式から

$$\Delta U = nc_V \Delta T \tag{7.11}$$

[*1] この内部エネルギーの表式は、定積過程ではなくても一般的に成り立つ。内部エネルギーは状態量だから、気体のある瞬間の状態を見れば分かる量である。そして、熱力学では何か二つ変数が分かれば全ての状態が記述できる。(例えば、温度と体積が分かれば圧力などの他の熱力学量も計算できる。)今、温度 T と体積 V を変数に選ぶ。ジュールの法則によって、理想気体の内部エネルギーは体積に依存しないので、内部エネルギーは温度のみの関数である。従って、内部エネルギーを温度で表した $U = nc_V T$ という式が一般に内部エネルギーを表す式となっている。

である。ゆえに

$$c_P = \frac{1}{n}\left(nc_V + nR\right) = c_V + R \tag{7.12}$$

である。ここで導かれた定積モル比熱と定圧モル比熱の関係

$$c_P = c_V + R \tag{7.13}$$

をマイヤーの関係式という。

理想気体の場合、定圧モル比熱は

$$c_P = \frac{f+2}{2}R \tag{7.14}$$

と表される。

また、この過程では気体が膨張・収縮しているから、気体は外部に対して仕事をしている。仕事の大きさは

$$W = \int \delta W = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P(V_2 - V_1) \tag{7.15}$$

である。

定圧モル比熱は定積モル比熱に比べて大きい。このことは理想気体に限らず一般的に成り立つ性質である。このことは、直観的には以下のように理解できる。定積変化の場合、気体は仕事をしないから、気体に与えた熱は全て気体の内部エネルギーの変化に利用される。一方、定圧変化の場合は気体に与えた熱は、一部が仕事 W に利用され、残りの部分が内部エネルギーの上昇に使われる。したがって、同じ熱量を与えても、気体の内部エネルギーの上昇（すなわち温度の上昇）に利用できるエネルギーは定圧変化の場合の方が少ない。したがって、定圧変化の方が定積変化に比べて内部エネルギーの上昇が少なく、温度の上昇も少ない。

7.3 等温変化

温度 T を一定に保つような変化を等温変化という。この時、状態方程式 $PV = nRT$ を考えると、気体の圧力と体積が反比例する（ボイルの法則）。

この時、気体がした仕事は

$$W = \int \delta W \tag{7.16}$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} P dV \tag{7.17}$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV \tag{7.18}$$

$$= nRT \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{7.19}$$

となる。

理想気体の場合、内部エネルギーは温度にしか依存していないから、内部エネルギーの変化はゼロである

$$\Delta U = 0 \tag{7.20}$$

ゆえに、熱力学第一法則 $\Delta U = \delta Q - P\Delta V$ を考えると、与えた熱は全て仕事に利用されているということになる。つまり、この過程で気体に与えられた熱量は気体がした仕事に等しく

$$Q = W = nRT \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{7.21}$$

である。

7.4 断熱変化

断熱変化とは、系に熱の出入りが無いような変化のことである。例えば、系が発泡スチロールにすっぽり包まれているような状態を想像すれば良い。

断熱変化では、系に熱の出入りが無いから $\delta Q = 0$ である。この時、内部エネルギーと体積の微小変化に対し、熱力学第一法則より

$$\Delta U = -P\Delta V \tag{7.22}$$

の関係がある。

今、定積モル比熱の定義によって

$$\Delta U = nc_V \Delta T \tag{7.23}$$

であり、状態方程式によって

$$P = \frac{nRT}{V} \tag{7.24}$$

であるから

$$nc_V \Delta T = -\frac{nRT}{V}\Delta V \tag{7.25}$$

となり、これを書き替えれば

$$c_V \frac{\Delta T}{T} = -R\frac{\Delta V}{V} \tag{7.26}$$

となる。これを、変化全体について積分する。理想気体では、定積モル比熱は温度に依存しないので

$$c_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dt}{T} = R\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \tag{7.27}$$

となる。この両辺を積分すれば

$$c_V \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = R\log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{7.28}$$

となる。ここで、マイヤーの関係式

$$R = c_p - c_V \tag{7.29}$$

を用いると

$$\log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = (\gamma - 1)\log\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \tag{7.30}$$

となる。ここに

$$\gamma \equiv \frac{c_p}{c_V} = \frac{f+2}{f} \tag{7.31}$$

は比熱比と呼ばれ、定積モル比熱と定圧モル比熱の比を表す。最後の等式に現れる f は構成粒子の運動の自由度である。比熱比を用い、温度と体積の関係を書き直すと

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \tag{7.32}$$

となる。状態方程式 $PV = nRT$ を組み合わせると

$$\frac{T_1^\gamma}{P_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{P_2^{\gamma-1}} \tag{7.33}$$

あるいは

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \tag{7.34}$$

となる。結局、断熱変化について、次の関係が成立する

$$PV^\gamma = \mathrm{const} \tag{7.35}$$

$$\frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} = \mathrm{const} \tag{7.36}$$

$$TV^{\gamma-1} = \mathrm{const} \tag{7.37}$$

特に、$PV^\gamma = \mathrm{const}$ の関係はポアッソンの法則と呼ばれる。この法則を PV 図上で表すと、断熱膨張をした場合、気体の温度が下がるということが分かる。

最後に、断熱変化の場合の仕事を求めよう。断熱変化では $PV^\gamma = P_1V_1^\gamma = \mathrm{const}$ であるので

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} PdV & (7.38) \\ &= P_1V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} dV & (7.39) \\ &= P_1V_1^\gamma \frac{1}{1-\gamma}\left(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}\right) & (7.40) \\ &= \frac{1}{1-\gamma}\left(P_1V_2\frac{V_1^\gamma}{V_2^\gamma} - P_1V_1\right) & (7.41) \end{aligned}$$

さらに、$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$ を用いると

$$W = \frac{1}{1-\gamma}\left(P_2V_2 - P_1V_1\right) \tag{7.42}$$

となる。さらに、$\gamma = c_P/c_V$ であることと、状態方程式を用いれば

$$W = -\frac{c_V}{c_P - c_V}\left(nRT_2 - nRT_2\right) \tag{7.43}$$

となる。$c_P - c_V = R$ を用いると

$$W = -nc_V(T_2 - T_1) \tag{7.44}$$

と求められる。ここで、定積モル比熱の定義式

$$\Delta U = nc_V\Delta T \tag{7.45}$$

を思い出すと

$$W = -(U_2 - U_1) \tag{7.46}$$

となっていることがわかる。この結果は、熱力学の第一法則を考えれば当然の結果である。断熱変化では熱の出入りがないので、気体がした仕事は、気体の内部エネルギーの減少分に等しい。すなわち、気体は自分自身の内部エネルギーを使って外に仕事をしているということである。

第 8 章

熱サイクル

8.1　熱機関と効率

熱力学の一つの実用上の応用の方向性として、熱サイクルの基礎的な理論的枠組みを提供するということがある。

熱機関とは熱力学的な系に対し適当な状態変化を行い、最終的に初期の状態に戻るような機械のことを表す。この過程で、系は吸熱・排熱を行い、一部仕事を行う。

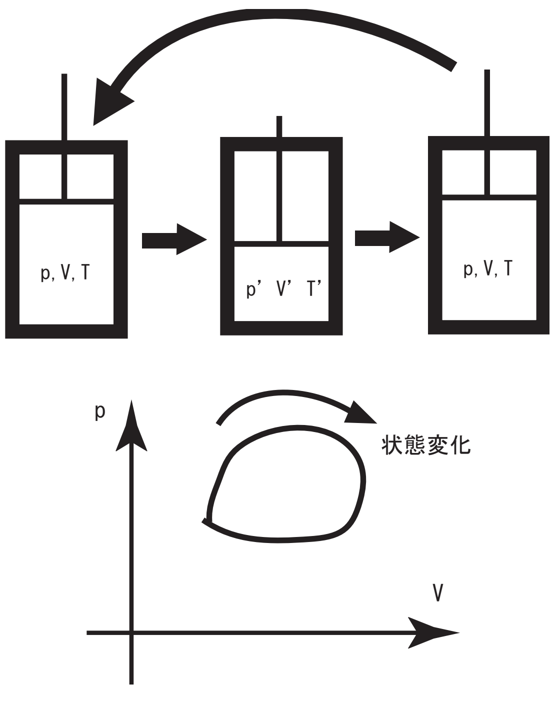


図 8.1　熱サイクルの概念図

熱機関の性質を考える上で重要なのは、どの程度の熱を与えて、そのうちどの程度を仕事に転化することができたかということである。このことを表す指標を熱機関の「効率」といい、文字 η で表す。熱機関の効率は

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{in}}} \tag{8.1}$$

で定義される。ここに、Q_{in} はサイクルの間に熱機関に与えた熱量を表し、W はサイクルの間、気体が正味でした仕事を表す。サイクルの中で気体は仕事をしたりされたりしているが、それらの仕事を（符号を含めて）全て足し合わせたものが「正味の仕事」である。効率 η は、まさに「与えた熱に対する仕事の割合」を表す量である。

熱サイクルでは、初めの状態と終わりの状態は全く同じ状態になっている。気体の内部エネルギーは状態量だから、始めの状態と終わりの状態で変化はない。したがって、熱力学の第一法則により

$$Q = W \tag{8.2}$$

が成立している。ここで、Q は気体に「正味で」与えた熱量で、W は気体がした「正味の」仕事である。

Q と Q_{in} とは異なるということに注意して置こう。Q は正味の熱量だから、気体に与えた熱と気体が捨てた熱を全て（符号付きで）足し合わせたものである。一方で、Q_{in} は、気体に与えた分の熱量のみを数えている。気体が外部に捨てた熱量を Q_{out} と書くと、

$$Q = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}} \tag{8.3}$$

である。ここで、Q_{out} は、気体が熱を捨てる方向を正に取った。（この Q_{out} は、今までの符号の約束と異なることに注意。）

熱力学の第一法則より

$$W = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}} \tag{8.4}$$

であるので、熱機関の効率は

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{in}}} = 1 - \frac{Q_{\text{out}}}{Q_{\text{in}}} \tag{8.5}$$

と書ける。

8.2 カルノーサイクル

理論的に重要な熱サイクルとして、カルノーサイクルがある。カルノーサイクルは、図 8.2 に示すサイクルで、断熱変化と等温変化から成っており、温度 T_H と T_L の二種類の熱浴（$T_H > T_L$）から成る熱サイクルである。

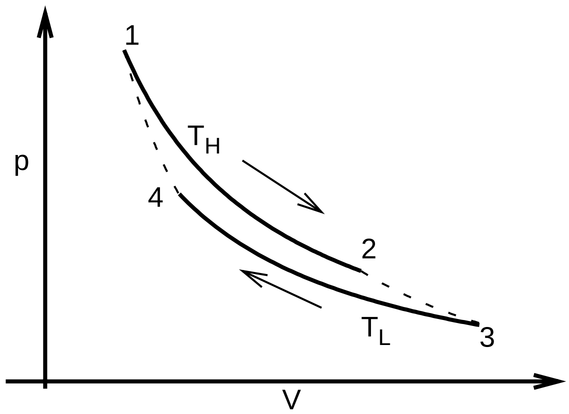


図 8.2　カルノーサイクル。実線部分が等温過程、波線部分が断熱過程である。

理想気体のカルノーサイクルの効率を求めよう。サイクルを PV 図上に表すと図 8.2 のようになる。断熱変化では熱の出入りがないので、熱の出入りがあるのは等温過程の部分である。理想気体の等温変化では、内部エネルギーは変化しないので、熱力学第一法則より

$$\delta Q = PdV \tag{8.6}$$

となる。過程 $1 \to 2$ では気体に熱を与えているので

$$Q_{\mathrm{in}} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_H}{V} dV = nRT_H \log\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \tag{8.7}$$

となる。また、過程 $3 \to 4$ では気体が熱を放出しているので

$$Q_{\mathrm{out}} = nRT_L \log\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \tag{8.8}$$

となる。したがって、効率は

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\mathrm{out}}}{Q_{\mathrm{in}}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \frac{\log(V_1/V_2)}{\log(V_4/V_3)} \tag{8.9}$$

となる。今、$2 \to 3$ と $4 \to 1$ は断熱変化だから

$$T_H V_2^{\gamma-1} = T_L V_3^{\gamma-1} \tag{8.10}$$

$$T_H V_1^{\gamma-1} = T_L V_4^{\gamma-1} \tag{8.11}$$

が成立している。したがって、両辺を割り算すれば

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} \tag{8.12}$$

となるから、最終的に効率は

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} \tag{8.13}$$

と表される。ここから、$\eta < 1$ が成立していることがわかる。

第 9 章

地球大気の構造

この章では、「断熱変化」の知識を使って、地球大気の力学的な構造について議論する。

9.1　大気の釣り合い

地球の大気は、地球の重力と大気の圧力が力学的につりあった状態にある。まず、この釣り合いの方程式を導こう。

地表を $z = 0$ とし、鉛直上向きに z 軸を取る。地球大気のごく一部を取り出して、その部分にかかる力の釣り合いを考えよう。地球大気のうち、底面積が S で、高さが Δz の柱状の領域を考える。この領域の下面の高さを z とすると、上面の高さは $z + \Delta z$ である。この領域にかかる z 方向の力を考えると、

- 領域の上面に、下向きに圧力 $P(z + \Delta z)S$
- 領域の下面に、上向きに圧力 $P(z)S$
- 領域にかかる重力 $\rho(z)S\Delta zg$

がある。ここに、$\rho(z)$ は高さ z での大気の質量密度を表す。Δz は十分に小さく取り、この領域の中では密度は一様であるとみなせるとした。また、g は重力加速度である。これらの力の釣り合いを考えると、上向きを正として

$$-P(z + \Delta z)S - \rho S\Delta zg + P(z)S = 0 \tag{9.1}$$

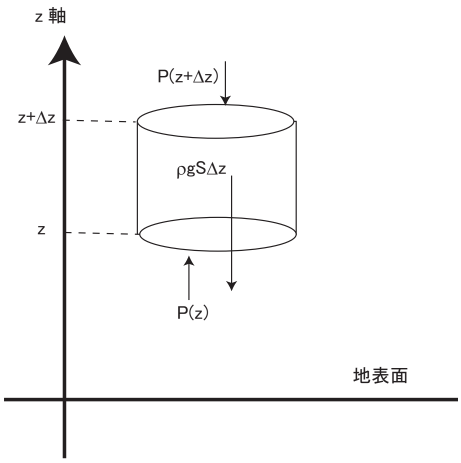
となる。ここで、Δz が十分に小さければ

$$P(z + \Delta z) \sim P(z) + \frac{dP}{dz}\Delta z \tag{9.2}$$

と近似できるので、釣り合いの式は

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \tag{9.3}$$

と表すことが出来る。



大気は理想気体だと仮定する。この時、状態方程式

$$PV = nRT \tag{9.4}$$

が成立する。これを、今の議論に使いやすいように書き直しておこう。大気を構成する粒子の平均分子量を μ とし、水素原子の質量を m_p とすると、大気粒子一つあたりの質量は μm_p である。また、アボガドロ定数を N_A と書くと、モル数単位ではかった粒子数 n は、個数単位で表現すると nN_A となる。ゆえに、大気の質量密度 ρ は

$$\rho = \frac{\mu m_p n N_A}{V} \tag{9.5}$$

である。ここから、状態方程式は

$$P = \frac{R}{N_A \mu m_p} \rho T \tag{9.6}$$

と表される。

大気は、一般には高さによって圧力・温度・密度が全て変化する。（通常、上空では圧力・密度・温度は全て下がっている。）ただし、状態方程式は常に成立している。そこで

$$\frac{dP}{dz} = \frac{R}{N_A \mu m_p} \left(\frac{d\rho}{dz} T + \rho \frac{dT}{dz} \right) \tag{9.7}$$

が成立する。これを釣り合いの式に代入すれば

$$T\frac{d\rho}{dz}+\rho\frac{dT}{dz}=-\frac{N_A\mu m_p}{R}\rho g \tag{9.8}$$

が成立する。

9.2　等温大気

大気の構造は、適当な境界条件のもと、微分方程式 (9.8) を解けば求まる。ただし、この式の未知の量は温度 T と密度 ρ の二つがあるが、式としては一本しかない。そこで、別途温度を計算するための方程式が必要である。

通常、温度を求めるためには、大気への熱の出入りを考慮しながら解かなければならない。地球は、太陽の熱によって温められる一方、地表から宇宙空間への放射冷却で冷える。また、雲などがあると太陽の光が遮られて温度が上がりにくくなるが、一方で地上の熱もこもりやすくなり、冷えにくくなる。このような現象を考えながら、現実的なモデルを考えていくという作業が必要になる。ここが、大気をモデル化する上で難しい部分である。しかし、ここではその詳細には立ち入らず、簡単な場合を考えて、大気構造がどのような性質を持っているかを考えてみよう。

もっとも簡単な場合は、地球の大気の温度が高さに依らずどこでも一定であると仮定する場合である。一定の温度を T_0 と置くと、式 (9.8) において

$$\frac{dT}{dz}=0 \tag{9.9}$$

であるから

$$\frac{d\rho}{dz}=-\frac{N_A\mu m_p g}{RT_0}\rho \tag{9.10}$$

という式が成り立つ。これは、ρ に関して簡単に解くことができ、

$$\rho(z)=\rho_0\exp\left[-\frac{N_A\mu m_p g}{RT_0}z\right] \tag{9.11}$$

となる。ここで、ρ_0 は地表面 $(z=0)$ での密度を表す。ここから、上空に行くにつれ、大気の密度は指数関数的に減少するということが分かる。大気の密度が $1/e$ になる高さをスケールハイトと呼び、H で表す。スケールハイトは、「この程度上空に行くと、圧力が目に見えて減少する」という意味を持つ量である。

今の場合、大気の構造は $\rho(z)=\rho_0\exp[-z/H]$ と表せ、スケールハイトは

$$H=\frac{RT_0}{N_A\mu m_p g} \tag{9.12}$$

となる。地球の場合、$T_0 = 300$ K, $g = 9.8$ m/s^2 で、平均分子量はおよそ $\mu = 29$ だから

$$H \sim 8700 \text{ m} \tag{9.13}$$

である。エベレストの標高が 8848 m だから、この高さと同じような値である。高い山に登ると酸素が薄い、と言われていることが、この計算から理解できるだろう。

9.3 断熱温度勾配

さて、ここまでは大気の温度が一定であるとしてきたが、実際は大気の温度も上空に行けば下がるということが知られている。このことを、簡単に考察してみよう。

その準備のために、まず浮力について説明する。大気の中に、密度 ρ' で、底面積 S、高さ Δz の物体があったとする。この物体の下面が高さ z の位置にあったとして、この物体にかかる力を考えよう。物体には

- 上面に、下向きに圧力 $P(z+\Delta z)S$
- 下面に、上向きに圧力 $P(z)S$
- 重力 $\rho' S \Delta z g$

がかかっているから、物体にかかる力 F は、上向きを正として

$$F = -P(z+\Delta z)S + P(z)S - \rho' S\Delta z \sim -\frac{dP}{dz}S\Delta z - \rho' S \Delta z \tag{9.14}$$

である。一方で、大気の釣り合いの式から

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \tag{9.15}$$

だったから

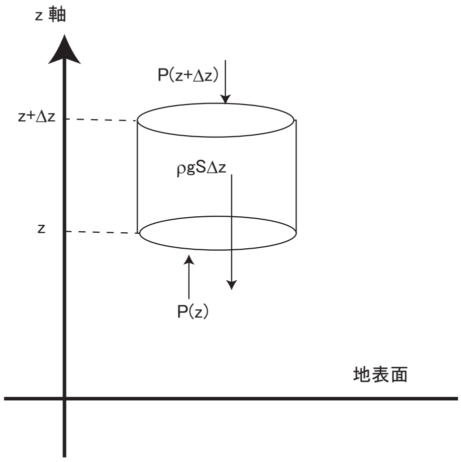
$$F = (\rho - \rho')g \tag{9.16}$$

の力がかかっている。そこで

1. $\rho > \rho'$ ならば $F > 0$
2. $\rho < \rho'$ ならば $F < 0$

ということがわかる。つまり、物体の密度が大気の密度よりも小さい場合、上向きの力が働くということがわかる。

このことを前提にして、地球の大気の安定性を考えてみよう。今、仮に地球の大気のある高さ z にある気体が、急に δz だけ上昇したとする。この時、この気体は周囲の大気と



は圧力平衡は保っているが、熱のやり取りは無いとする。これは、一般に圧力をつりあわせるのにかかる時間は短いが、熱のやり取りをするには時間がかかるためである。つまり、この気体は断熱的に変化していると考えることが出来る。

理想気体の断熱変化では $PV^\gamma = 一定$ という関係が成り立っていた。

$$\rho = \frac{\mu m_p n N_A}{V} \tag{9.17}$$

だから、この関係は $P\rho^{-\gamma} = 一定$ というように書き直すことが出来る。そこで、この関係を

$$P = K\rho^\gamma \tag{9.18}$$

と書いておこう。この変化によって、圧力が $P \to P + \delta P$ と変化し、密度が $\rho \to \rho + \delta\rho$ と変化したとすると

$$P + \delta P = K(\rho + \delta\rho)^\gamma \sim K\rho^\gamma + \gamma K\rho^\gamma \frac{\delta\rho}{\rho} \tag{9.19}$$

となる。ここで、$\epsilon \ll 1$ の時に成立する近似式

$$(1+\epsilon)^\alpha \sim 1 + \alpha\epsilon \tag{9.20}$$

を用いた。再び $P = K\rho^\gamma$ の式を用いると

$$\delta P \sim \gamma \frac{P}{\rho} \delta\rho \tag{9.21}$$

となる。圧力は、周囲の大気と常に同じ圧力になっているので

$$\delta P \sim \frac{dP}{dz} \delta z = -\rho g \tag{9.22}$$

とかける。ここで、再び大気の釣り合いの式を用いた。したがって、この気体の密度変化は

$$\delta\rho = \frac{\rho}{\gamma P}\frac{dP}{dz}\delta z = -\frac{\rho}{\gamma P}\rho g\delta z \tag{9.23}$$

となる。状態方程式より

$$\frac{\rho}{P} = \frac{N_A \mu m_p}{RT} \tag{9.24}$$

だから

$$\delta\rho = -\frac{\rho g}{\gamma}\frac{N_A \mu m_p}{RT}\delta z \tag{9.25}$$

となる。

もし、この移動した気体に上向きの浮力がかかると、この気体はさらに上昇し、大気は不安定になり、対流が起こる（つまり、大風が吹く）。そこで、このようなことが起こらないためには、この気体に対して下向きの力がかかっていなければならない。そのためには、周囲の大気に比べて、移動した気体の方が密度が大きくなければならない。周囲の大気の、δz だけ上昇した位置での密度は

$$\rho(z+\delta z) \sim \rho(z) + \frac{d\rho}{dz}\delta z \tag{9.26}$$

となるから、$d\rho/dz < 0$ であることに注意すると、安定であるためには

$$\delta\rho > \frac{d\rho}{dz}\delta z \tag{9.27}$$

でなければならない。したがって

$$-\frac{\rho g}{\gamma}\frac{N_A \mu m_p}{RT}\delta z > \frac{d\rho}{dz}\delta z \tag{9.28}$$

である。ここで、大気の釣り合いの式

$$T\frac{d\rho}{dz} + \rho\frac{dT}{dz} = -\frac{N_A \mu m_p}{R}\rho g \tag{9.29}$$

を用いて $d\rho/dz$ を dT/dz で書き直すと

$$-\frac{dT}{dz} < \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{N_A \mu m_p g}{R} \tag{9.30}$$

となる。温度勾配も、通常は負なので、左辺は正の量であることに注意。このことは、「温度勾配があまりに強すぎると、対流が起こり、大気が不安定になる」ということを示している。不安定になるギリギリの温度勾配のことを、断熱温度勾配という。大気が不安定に

なると、対流によって素早く密度や圧力の分布がならされ、安定な状態に戻ると期待される。(おそらく、風が吹いては止み、また風が吹くというような状態を繰り返しているのだろう。) そこで、この温度勾配の条件は、「実現される最も強い温度勾配」だと考えられる。地球の場合に、この値を計算してみよう。$\gamma = 7/5$ (二原子分子) とするとおよそ

$$-\frac{dT}{dz} < 0.01 \text{ [K/m]} \tag{9.31}$$

となる。つまり、100 メートル上昇すると、およそ 1 度温度が下がるというような温度勾配である。実際の地球大気は、100 メートル上昇するとおよそ 0.6 度温度が下がると言われているので、地球大気は安定な状態にある。また、断熱温度勾配が、地球大気の温度構造について、大まかな見積もりを与えるということも言える。

第 10 章

電場と磁場

10.1　クーロンの法則と電場

我々は、日常的にも「電気的な力」によく接している。冬に「静電気」を感じることがあるし、電気を用いた機械は日常生活にはなくてはならないものになっている。

この「電気的な力」に対する理論的な枠組みを与えるのが電磁気学である。ここでは、世の中の様々なものは「電荷」と呼ばれる物理量を持つという性質があるとしている。電荷 q は、場合によっては正にもなるし、負にもなる。また、q がゼロになっても良い。q がゼロということは、「電荷をもっていない」ということと同じことである。

電荷は、SI 単位系では [C]（クーロン）という単位で表される。この単位が、SI 単位系の中でどのように位置づけられているのかということは少しややこしいが、とりあえずは「このような単位がある」というように思っておけば良い。電磁気学の単位系は、実は必ずしも万人が（ほぼ）同じ単位系を用いているわけではない。現在国際標準となっているのは SI 単位系だが、それに対して少し古い単位系であるガウス単位系というものを用いている分野も多い。異なる単位系での換算を間違えると大変なことになるので、教科書を読む際などにはどの単位系を用いているのかを明確に意識しながら読まなければならない。

力学では、世の中のあらゆる物体には「質量」という固有の性質があるということを前提として議論が構築されてきた。ここでの「電荷」は、力学における「質量」と同じように最も基本的な物理量である。質量をもった二つの物体の間には重力（万有引力）が働いていた。これと同様に、電荷をもった二つの物体の間にも力が働く。この力の性質を記述するのが次のクーロンの法則である：

- 真空中に二つの電荷をもった物体が置かれているものとする。物体 1 の電荷を q、

物体 2 の電荷を Q とし、二つの物体が距離 r だけ離れているとき、二つの物体の間に働く力は

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2} \tag{10.1}$$

で与えられ、力の方向は二つの物体を結ぶ直線の上である。ここで、ε_0 は真空の誘電率と呼ばれる定数で

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}[\mathrm{C}^2/\mathrm{Nm}^2] \tag{10.2}$$

である。クーロンの法則にかかる係数の形であらわせば：

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9[\mathrm{Nm}^2/\mathrm{C}^2] \tag{10.3}$$

この式を見ると、q と Q が同符号の場合には F は正となり、異符号の場合には F は負となる。これは、電荷の符号によって働く力の方向が異なるということを示唆している。同符号の場合には電荷同士が反発する力が働き、異符号の場合には電荷同士が引きあうような力が働く。

電磁気における力は、万有引力の場合と良く似ている。特に、力が距離の二乗に反比例しているということは万有引力と電磁気力の間に共通の性質である。しかし、万有引力の場合、電荷に対応するものは質量であるが、質量は符号が正と決まっており、また同符号の場合には引きあうような力が働いていた。万有引力の式

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \tag{10.4}$$

を思い出せば、ちょうどマイナスの符号が付いているというところが、引力と斥力の違いに対応する。

クーロンの法則で与えられる電荷の間に働く力は保存力である。すなわち、この力に対応するポテンシャルが存在する。ポテンシャルの定義は

$$\mathbf{F} = -\nabla U \tag{10.5}$$

であった。ここに ∇ は

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) \tag{10.6}$$

という微分作用素からなるベクトルである。二つの電荷の間に働く力のポテンシャルの形は

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r} \tag{10.7}$$

となる（確かめよ）。ちょうど、万有引力のポテンシャルも同じような形をしていたということを思い出しておこう。

10.2　電場

さて、ここで「場」の概念を導入しよう。「場」は、「界」と言われることもあり、分野によって多少言葉の使い方が異なる。理学系では「場」と呼ばれ、工学系では「界」と呼ばれることが多いようである。しかし、概念としては「場」と言っても「界」としても同じことである。この講義では、「場」という言葉を用いることにする。

場の概念は、「空間的に広がった何か」というイメージを持っておくと良い。「場」の概念は、現代の物理学の基本をなす重要な概念である。現代の物理学では、世の中のあらゆるものは「場」として表されるという考え方に基づいている。例えば、電子などの物質もその正体は「場」であり、「一点に集中した点電荷」や「一点に集中した質点」という描像はその近似的な見方に過ぎないと考えられている。

電磁気学では、電気や磁気の実態を「場」の概念を用いて表現する。ここではまず、クーロンの法則で記述される、二つの点電荷の間にかかる力について、場の概念を用いるとどのように表現されるかについて説明しよう。

二つの点電荷があるとき、「その二つの間には力が働く」という考え方は「遠隔相互作用の考え方」と呼ばれる。ここで「遠隔」という意味は、空間的に離れた二点の間に力が働いているという意味である。

この現象を、「場」の概念を用いて表現するとどのようになるだろうか。この場合は、次のような二段階のロジックを用いることになる：

1. 物体 1 は、自分の周囲の空間に「電場」を生成する
2. 物体 2 は、自分の周囲にある物体 1 が作った「電場」から力を受ける

となる。ここで、常に「自分の周囲の」という言葉が使われているということに注目してほしい。つまり、物体 2 の立場からすれば、感じている力は「自分の周囲にある電場」である。別の言葉を使えば、「物体 2 にとって、物体 1 が存在しているかどうかなどということは知らないが、自分の居る場所に何かしらの電場があるのでそこから力を受ける」ということになる。もちろん、物体 1 がある場合は、その場は「結果的に」物体 1 によって作り出されたものである。このように、「電場」を用いた力の記述では、自分にかかる力を考えるときは、自分自身の居る場所のことしか考えない。この意味で、「場」を用いた力の記述は「近接相互作用の考え方」と呼ばれる。

近接相互作用の考え方に従うと、自分自身の周囲に存在する電場からどのような力を受けるのかということが問題になる。これは、次のような法則にしたがって力を受けている

ものとする。すなわち、電荷 q が、周囲の電場 $\mathbf{E}$ から受ける力は

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \tag{10.8}$$

とする。力 $\mathbf{F}$ は一般にベクトル量なので、電場 $\mathbf{E}$ もベクトル量である。そして、空間の各点において電場 $\mathbf{E}$ の大きさと方向が定められているのである。空間の各点でベクトル量が定められているような場は「ベクトル場」と呼ばれる。また、この式から電場の単位は [N/C] という単位になる。ただし、一般的にはこれと同等な [V/m] という単位で表す。単位 [V]（ボルト）についてはまた後で導入する。

さて、点電荷が作る電場はどのようなものであろうか。もちろん、クーロンの法則に矛盾するような電場であってはいけない。そこで、上の電場と力の関係の式を考えると、電荷 q の作る電場 $\mathbf{E}$ は

- 大きさが $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$
- 向きは、電荷から放射状で、q が正の時は電荷から出る向き、q が負の時は電荷に吸い込まれる向き

とすれば良いということになる。（これで、電荷の符号と働く力の関係が正しく記述されていることを確かめよ。）

クーロンの法則の記述の仕方に限っていれば、場を用いた記述は非常に面倒なものに見える。しかし、この近接相互作用による記述は、他の色々な電磁気の法則を考えると、電磁気現象の記述が非常に簡単なものになる。

電場については、次の重ね合わせの原理が成り立つ：

- 複数の電場の源があるとき、ある点における電場は、それぞれの電荷が作る電場の和で表される。すなわち
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots \tag{10.9}$$

ここで、和はベクトルとしての和を取るということに注意しておこう。つまり、同じ大きさで向きが逆向きの二つの電場が空間内の同じ点にかかっていれば、その和はゼロである。

また、導体に関しては次の性質が成り立つ：

- 導体内部の静電場はゼロ

10.3　電位

力学では、保存力の場合、力 $\mathbf{F}$ に対応してポテンシャル U があり

$$\mathbf{F} = -\nabla U \tag{10.10}$$

となっていた。

これと同様のことが、電場についても成立する。つまり、電場ベクトル場 $\mathbf{E}$ に対し、電位と呼ばれる関数 V が存在し、

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{10.11}$$

となる。力と電場の関係

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \tag{10.12}$$

を考えると、電位は、「ある場所から別の場所へ単位電荷を動かすために必要な仕事」だと解釈しても良い。電位の単位は [V]（ボルト）と書かれる。

ある粒子が、電場の影響を受けて、空間内の適当な経路に沿って A から B に運動したとする。この粒子の電荷を q とすると、粒子が電場からされた仕事は：

$$\tilde{W} = \sum \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{l} = q \sum \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{l} \tag{10.13}$$

とかける。ただし、$\Delta\mathbf{l}$ は経路に沿った線要素を表す。保存力の場合は

$$\sum \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{l} = -(U_B - U_A) \tag{10.14}$$

これに対応して、電場では

$$\sum \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{l} = -(V_B - V_A) \tag{10.15}$$

となる。つまり、電場が粒子に対してした仕事は、電位差に電荷 q をかければ求まる。

$$\tilde{W} = -q(V_B - V_A) \tag{10.16}$$

粒子を今電場で加速させているということを考えると、この量は正でなければならない。正の電荷を考えると、この時、電位としては終点の方が低くなっていなければならない。このように、正電荷は「坂を転げ落ちる」というイメージを持って置けばよい。逆に、負電荷は「電位差の坂を駆け上がる」というイメージになる。また、電場がある中を電場に対して「逆らって」動かすのに必要な仕事は

$$W = q(V_B - V_A) \tag{10.17}$$

となる。

電位は空間内のスカラーの関数であるので、空間内に等高線（面）を書くことができる。この面を「等電位面」という。等電位面の意味は何だろうか。電位は「ある場所から別の場所へ単位電荷を動かすために必要な仕事」であったが、物体に対し電場に垂直な方向には力が働かない。つまり、この方向に物体を動かすのに必要な仕事はゼロであり、電場に垂直な線の上での電位は全て等しいということになる。つまり、等電位面が与えられれば、その法線としてその場所の電場の様子がわかるということになる。

10.4 電流と電力

電荷が移動しているものが「電流」である。ある地点（本当は、ある面積）を電荷 Δq が時間 Δt の間に移動するとき、電流 I は

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \tag{10.18}$$

と定義される。電流の単位は [A](アンペア)= [C/s] である。

いま、電位差 V を電荷 Δq が、Δt の時間で動いたとする。この時の仕事は

$$\Delta W = V\Delta q \tag{10.19}$$

なので、仕事率は

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = V\frac{\Delta q}{\Delta t} = VI \tag{10.20}$$

となる。これを電力（消費電力）といい、単位は [W]（ワット）である。日常で、電気使用量は kWh などと書かれているのを見かけるだろう。

10.5 電流にかかる力

電荷は電場を作り出し、また電荷は周りの電場から力を受けて運動する。一方、磁場は電流によって作られ、また電流は磁場から力を受ける。電場と磁場は実は良く似た性質を持つものであるが、まずここでは磁場を導入しよう。その後、電場と磁場の間の関係について解説する。

二つの電流は、力を及ぼし合うということが知られている。電流 I_1 [A] と I_2 [A] の流れている二本の直線状の導線が距離 l [m] だけ離れているとき、その二本の導線の間には、単位長さ (1m) あたりに大きさ

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi l} \tag{10.21}$$

だけの力がかかる。電流にかかる力は「単位長さあたり」で定義されるので、この式の左辺は単位 [N/m] で表されていることに注意しよう。力の方向は、電流の向きが同じならば互いに引き合う方向、逆向きならば互いに反発する方向にかかる。また、ここで出てきた μ_0 は、真空の透磁率と呼ばれる定数で

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2} \tag{10.22}$$

である。

真空の透磁率は物理定数であるのだが、値は 4π という、有効数字無限大でありそうな表現がされている。実は、この真空の透磁率の値は「定義値」である。電場、磁場、電流など、電磁気に関係する量を測定するにはどのようにすれば良いかということを考えてみよう。

電磁気的な量を測定するためには、基本的には電流や電荷にかかる力を測定するということが必要になる。つまり、例えば、もしもある物体が 1C の電荷を持っているということを知っていたとすれば、その物体が 1N の力を受けているとき、そこには 1N/C の電場がある、ということを知ることが出来る。

そうすると、そもそも電荷量というのをどのように定義すれば良いか、ということが問題になる。SI 単位系では、電流の間にかかる力をもとに、1A を定義する。電流が流れている二本の直線電流を持ってきて、それらの間にかかる力を測定する。片方の電流量を倍にする（例えば、電池を使って電流を流しているとすれば、片方の電流についてだけ電池を二個使う）と、かかる力が倍になるとか、かかる力が距離に反比例するということはすぐに実験から分かるだろう。そこで、

$$F \propto \frac{I_1 I_2}{l} \tag{10.23}$$

という関係は実験的に導ける。しかし、その比例定数をどのように決めるかということは、電流の大きさを測定する単位を決めなければ決まらない。

そこで、全く同じ条件の二つの電流を距離 1m だけ離して置いたときにかかる、単位長さあたりの力が、2×10^{-7} N/m であった時に流れている電流の量を 1A と定義する。これで、上の関係式の比例定数が決まる。このようにして 1A という量を定義してしまえば、後はその他の電磁気現象に関係するものの単位は順次決まっていく。例えば、1 秒間に 1A の電流が流れたときに、そこを通過する電荷量が 1C であるという具合に決まる。

SI 単位系における真空の誘電率についてもコメントしておこう。実は、電磁波（光）の伝搬速度は、電磁気学から導くことができ、その値 c は

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \tag{10.24}$$

である。光速度 c は真空の誘電率と真空の透磁率によって決まっている。SI 単位系では、光速度 c はメートルを定義するために用いており、その値は「定義」された量である。ここから、実は SI 単位系では真空の誘電率も有効数字無限大の定義値である。

10.6　磁場

「電流の間には力がかかる」という言い方は、遠隔相互作用的な言い方である。二つの電流が適当な距離離れて置かれているとき、それらの間には力がかかる、というのは、ちょうど「二つの電荷が適当な距離離れて置かれているとき、それらの間には力がかかる」というクーロンの法則と似たような言い方になっている。

これを、近接相互作用の言葉を使って言うとどのようになるだろうか。近接相互作用の考え方では、「電流が自分の周りにある場を作り、別の場所にある電流はその場から力を受ける」という言い方になる。電流の作る場を磁場といい、電流は次のような磁場を作るということが知られている：

- 電流は、その周囲に電流の向きが右ねじの進む方向になるように磁場を作る
- 大きさ I の直線電流が、距離 l のところに作る磁場 H の大きさは

$$H = \frac{I}{2\pi l} \tag{10.25}$$

  である。

磁場は大きさと方向を持った量であり、ベクトルを用いて表される。また、磁場の大きさは [A/m] という単位であらわされる。

電流が磁場から受ける力については、次のような性質がある

- 電流を、大きさが電流の強さ I で方向が電流の流れる方向になっているようなベクトル $\mathbf{I}$ であらわす。この電流が磁場 $\mathbf{H}$ の中に置かれているとき、その電流にかかる単位長さあたりの力 $\mathbf{F}$ (単位は [N/m]) は

$$\mathbf{F} = \mu_0 \mathbf{I} \times \mathbf{H} \tag{10.26}$$

  である。

ここで、$\times$ はベクトルの外積を表す。これで、直線電流の間にかかる力が正しく表現されているということを確認しておこう。

最後に、磁束密度 $\mathbf{B}$ を導入しておこう。磁束密度は、磁場 $\mathbf{H}$ に真空の透磁率（より正確には物質の透磁率だが、ここでは真空中の電磁場しか考えない）をかけたものである

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \tag{10.27}$$

磁束密度は、SI 単位系では [T] (テスラ) という名前の付いた単位が用いられる。$\mathbf{F} = \mathbf{I} \times \mathbf{B}$ と書けるから、1 T = 1 N/Am である。

10.7 運動する電荷と電場・磁場

電流とは、電荷の流れであるということを述べた。電荷の運動を考えてみると、電場と磁場が非常に関係の深いものであるということが明らかになってくる。

今、たくさんの正の電荷が一直線上に並んでいるという状況を考えよう。そうすると、この直線状の電荷の周囲には電場が出来る。この電場は、電荷分布に対して垂直な方向で、大きさはこの直線状の分布からの距離に反比例して減少していくということが、ちゃんと計算するとわかる。（ガウスの法則を用いる。興味があれば付録などを参考にしてほしい。）

さて、この電荷が全て速さ v でこの分布の並んでいる方向に運動し始めたとしたらどうだろうか。この場合も、電荷分布は電荷分布として存在しているので、電場は存在している。さらに、電荷が流れているわけだから、電流も存在している。すると、そのために磁場も空間内にできていなければならない。このように、電荷が運動することで磁場が出来たり消えたりするということがある。

さらに、今度は電荷はずっと止まっているが、この電荷分布を観測している人が電荷分布の直線に沿って運動したらどうなるだろうか。この人にとって見ると、電荷分布の場所では自分の運動と逆方向に電荷が運動しているように見えているわけだから、電流が存在している。つまり、この人にとっては磁場が存在しているように見えるのである。

このことは、見る人によって（つまり、座標系によって）電場しかないような場合や電場も磁場も存在するという場合のどちらもあり得るということがあるということを示している。電場と磁場は別々に考えていれば良いというものではなく、実は「電磁気現象」として、合わせて考えていかないといけないということである。

10.8 (附録) ガウスの法則

近接相互作用の見方にたてば、電荷と電場の関係を明らかにすることが重要になる。すでに一つの電荷の時はクーロンの法則に基づいて電荷と電場がどのような関係になるかということを与えた。また、重ね合わせの法則によってたくさんの電荷がある場合の電場の様子も計算することができる。ここでは、このような状況を一般化した、電場の具体的な計算方法を与えるような法則について説明する。

まず、電気力線を導入しよう。電場の中に置かれたある電荷の運動を考える。この電荷は非常に小さく、周囲の電場に対して影響を与えないものとする。これは「テスト電荷」と呼ばれる。

テスト電荷は、周囲の電場の方向に応じた力を受けながら運動していく。つまり、テスト電荷の受ける力のベクトルの方向を接線とするような曲線を描いていくと、空間内の電場の分布が分かることになる。色々な場所にあるテスト電荷を考えると、この電場の分布は、空間内の適当な「流れ」のように表現されるだろう。特に、テスト電荷が正の電荷を持っていると仮定すると、正電荷の周囲ではこの「流れ」はちょうど「湧き出して」居るように見える。また、負電荷の周囲ではこの「流れ」は「吸い込まれて」居るように見えるだろう。

このように、電場の分布は空間内の色々な線の集まりとして表すことができる。この線を、「電荷が受ける力の分布を表す」という意味で「電気力線」という。電気力線の重要な性質として、「電荷が無いところでは生成・消滅したり分岐・融合したりしない」という物がある。これは、別の言葉で言えば「電荷の無い部分では電場の大きさと方向は常に一意に定まっており、したがって力も一意に決まる」ということができる。

さて、電気力線は、空間内に連続的に分布している。すなわち、ある電気力線のすぐ隣には別の電気力線が存在している。したがって、電気力線を「一本・二本」と数えるのは適当ではない。便宜上そのように数えるということもあり、講義の中でも「電気力線の本数」という表現を用いるが、その場合、あくまでもたくさんの電気力線の「束」をまとめて一本と数えているイメージである。

それでは、電気力線の「数え方」として適当なものはどのようなものであろうか。直観的には、電気力線の「本数」は、その電場を作る電荷の強さに比例すると考えるのが適当であろう。実際、一つの電荷の作る電場の強さは $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$ で電荷の大きさに比例している。また、空間内に適当な面積を取った際に、電気力線の「本数」はその面積の大きさにも比例しているだろう。例えば、一様な電場を考えたとき、その電場に垂直な面をよぎる

電気力線の量は、その面積に比例しているということは直観的に正当であるだろう。そこで、適当な面積 S を通過する電気力線の本数としては、ES に等しいと考えるのが良い：

$$\text{電気力線の本数} = ES \tag{10.28}$$

「電気力線の本数」という概念をもう少し詳しく見ていこう。基本となるのは点電荷の作る電場による電気力線の量である。点電荷が周囲に作る電場は

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \tag{10.29}$$

であった。また、電場の向きは点電荷から放射状になっている。点電荷から出てくる電気力線を「余すところなく」数え上げるためには、点電荷をすっぽり覆い囲うような面を考えれば良い。そのような最も簡単な面は点電荷を中心とする半径 r の球である。この球の表面積は $4\pi r^2$ であるから、電気力線の本数としては

$$\text{本数} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{10.30}$$

となる。ここで、電気力線の本数は半径 r の値に依存しないということに注意して置こう。これは、「電気力線が電荷の無いところで現れたり消えたりしない」ということを裏付けている。以上のことから、「点電荷 q の作る電気力線の本数は q/ε_0 である」ということが出来る。

さて、この表現をもう少し簡単にするために、「電気力線の何本かをひとまとめにして数える」ということを考えてみる。今、電束密度 $\mathbf{D}$ を

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} \tag{10.31}$$

と定義する。この「電束密度」も場の量であり、今の場合（真空中を考えている）は電場 $\mathbf{E}$ と比例している。この電束密度を用いて、「電束」と呼ばれる量を

$$\text{電束} = DS \tag{10.32}$$

と定義する。これは、直観的には電気力線の何本か分を「まとめて一つ」と数えたものである。この定義から、点電荷 q の作る電束は

$$\text{電束} = DS = \varepsilon_0 ES = q \tag{10.33}$$

となる。つまり「電荷 q の作る電束は q 本である」と非常に簡単な形で基本法則が書けるということになる。電束の単位は電荷と同じ [C] であり、電束密度 D の単位は $[\mathrm{C/m^2}]$ となる。

以上で、「電気力線の本数」を少し精密な言葉で書き替え、またシンプルな式で表すことが出来た。すなわち、「電気力線の本数を数える」ということを「電束を測る」という言葉で置き替え、「点電荷 q が作る電束は q である」ということができるようになった。単位面積当たりの電束の量は電束密度 $\mathbf{D}$ で求められ、また真空中では電場 $\mathbf{E}$ と電束密度 $\mathbf{D}$ の間には

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{10.34}$$

の関係がある。

ここまでは、点電荷を取り囲む球の場合を考えながら、点電荷が生成する電束について考えてきた。しかし、一般には電荷は色々な形で分布しているであろうし、また常に球面を考えなければならないという制限があると、物理法則として使いづらくなる。そこで、この法則を色々な電荷の分布や取り囲む面の形について一般化できるように拡張しよう。

まず注目すべきは、「電気力線は途中で消えたり現れたりしない」という性質である。そこで、実は取り囲む面は球面でなくても、適当な面でも「電気力線の本数」つまり電束は変わらないと考えられる。そこで、「取り囲む球面」は「適当な閉じた曲面」と言い換えても良い。また、電場には重ね合わせの原理が成り立つのだから、考えている曲面の中にいくつか電荷が入っていたとすれば、そこから出てくる電束の総和が曲面を貫く電束になるであろう。すなわち、曲面の中に入っている電荷は一つを考える必要はなく、その中の電荷の総和が与えられればそれで曲面を貫く電束がわかるということになる。

さて、このように適当な曲面を考えて適当な電場を考えると、電場がベクトル量だということを気にする必要が出てくる。つまり、曲面を貫く電場を足し上げると言う時、電場のどのような成分を考えれば良いのかということである。

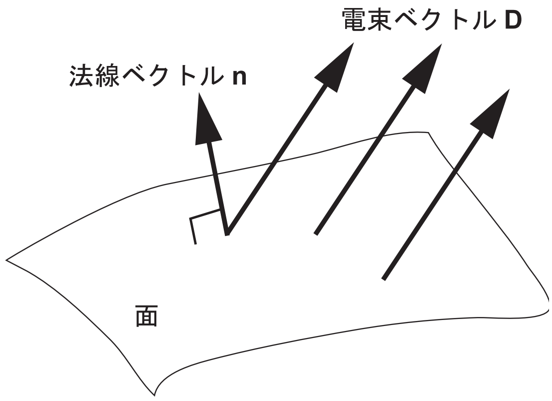
例えば、水の流れを考えたとき、水の水の流れる方向にほとんど沿っているような面を考えると、その面から出てくる水の量は少ない。電束についても、これと同じようなことを考える必要があるだろう。そこで、電束密度のベクトルのうち、曲面の法線に沿って外向きに出てくる成分だけを考えるのが妥当である。曲面の法線方向は、一般には曲面の場所によって色々と変わるので、曲面のある微小な面積の領域 ΔS のみを考える。この ΔS から、面の外向きに立てた長さ 1 のベクトルを、曲面の法線ベクトルと言い、$\mathbf{n}$ で表す。そして、電束のこの法線ベクトル方向成分

$$D_n = \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \tag{10.35}$$

のみを数えて曲面全体で足し上げることで、面を貫く電束が求められる。そして、この値は閉曲面で囲われた部分の中にある電荷の総和に等しい

$$\sum D_n \Delta S = \sum q \tag{10.36}$$

これは、ガウスの法則と呼ばれ、電磁気学の基本を作る法則の一つである。この法則は、



クーロンの法則から出発して求められた法則であるが、その見方は、場の概念を用いた近接相互作用的なものになっているということに注意しておこう。

最後に、このガウスの法則の足し上げは、常に符号込みで考えているということに注意をして置く。つまり、左辺の電束の足し上げでは、面の内から外に貫く電束はプラスであり、逆に面の外から内に入ってくる電束はマイナスである。また、右辺の電荷の足し上げも、正電荷・負電荷を全て足し上げているので、等量の正電荷と負電荷が存在していれば、右辺の和はゼロになる。

10.9 (附録) 平行平板コンデンサー

ガウスの法則と電場・電位の関係の応用として、平行平板コンデンサーを考えてみよう。まず、平面内に一様に分布しているような電荷が作る電場を考える。

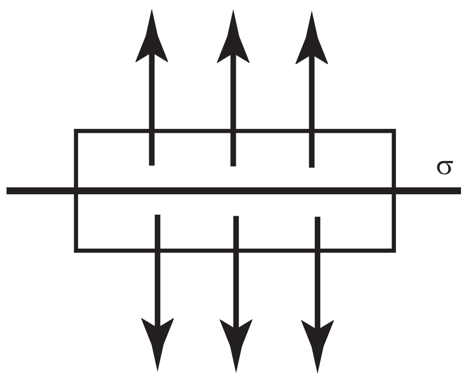


図 10.1　面に一様に分布した電荷による電場

電荷が分布している平面を xy 平面に取る。この平面内には、単位面積当たり σ の電荷が一様に分布しているものとする。つまり、面積 A の中に分布している電荷の総量は

$$q = \sigma A \tag{10.37}$$

である。これにガウスの法則を適用し、電荷の分布を求めてみよう。

ガウスの法則を適用する際に難しいのは、閉曲面の取り方をどのように取るかというところである。これに関しては、できる限り問題に則した「ちょうど良い」曲面を取らなければならず、問題の対称性などをフルに活用することになる。

まず、電荷分布の対称性から、電場は常に平面に垂直な方向に存在しているということは明らかであろう。適当な点の電場を考えれば、そこを頂点とする円錐の底面にある電荷からの電場の寄与を考えれば、平面に平行な電場の成分は全て打ち消す。次に、この電荷分布の対称性から、面の上下には同じ大きさの電場が逆向きにできるということも明白であろう。そして、少なくとも面から一定の距離にある場所では、対称性から電場は同じ大きさになっているはずである。（これは、電荷が存在する面が無限に広ければそうなる。）

そこで、考える面として、平面に水平な面積 A の面を、電荷が分布している面の上下に同じように取り、その側面を、電荷が分布している面に垂直な面で覆った筒状の閉曲面を考える。この閉曲面に囲まれた部分に存在する電荷の総量は σA である。

次に、電場の分布を考えよう。まず、電場の方向は電荷分布のある面に垂直だから、この筒の側面を貫く電束は存在しない。

電荷分布の上側の面を考え、そこでの電束密度を D とすると、この面を貫く電束は DA である。また、電荷分布の下側の面も、この面を貫く電束は $(-D) \times (-A) = DA$ となる。（電場の向きも、法線の向きも両方とも上面とは逆向きなので。）

以上の考察により、ガウスの法則は

$$q = \sigma A = DA + (-D)(-A) = 2DA = 2\varepsilon_0 EA \tag{10.38}$$

と書けるから、電場の強さ E は

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{10.39}$$

となる。電場の強さは、平面からの距離に依存しない。

平行平板コンデンサーは、適当な一様な電荷分布を持った二つの導体板を平行に並べたものである。片方の板には電荷の面密度 σ、もう片方の板には電荷の面密度 $-\sigma$ が存在している。この内部にできる電場は、重ね合わせの原理を用いると

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{10.40}$$

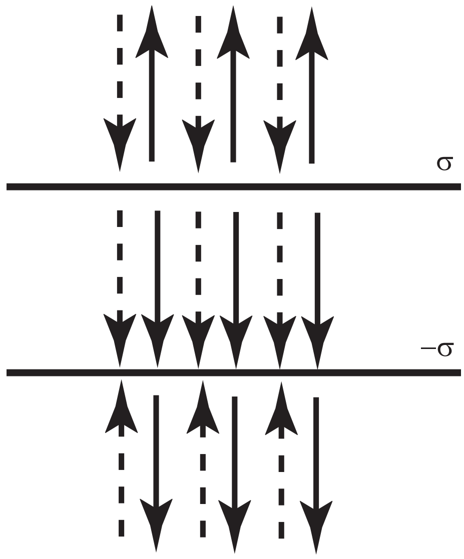


図 10.2　平行平板コンデンサー

となり、また平板の外側には電場はできないということが分かるだろう。

一般に、大きな電荷をためるほど、できる電場もそれに比例して強くなり、その結果ポテンシャル V も大きくなる。したがって、コンデンサーにためられる電荷 q とコンデンサーにかける電圧 V は比例していて

$$q = CV \tag{10.41}$$

とかける。ここで C は電気容量と呼ばれ、コンデンサーの形状などに依存する。

平行平板コンデンサーの場合、できる電場の強さは

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \tag{10.42}$$

であった。ここに、A は極板の面積を表す。

電圧は電場を一回積分すれば求まるが、今の場合は向かい合った面の間に一様な $\mathbf{E}$ ができているので、ポテンシャルの電位差は

$$V = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 A} \tag{10.43}$$

となる。ゆえに

$$q = \frac{\varepsilon_0 A}{d} V \tag{10.44}$$

だから、静電容量は

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{10.45}$$

である。

コンデンサーに電気をためるためには、極板間にかかっている電位差 V に逆らって電荷 Δq を動かしていかなければならない。この時に必要な仕事は

$$\Delta W = V\Delta q \tag{10.46}$$

である。$V = q/C$ だから

$$W = \int \Delta W = \int \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 \tag{10.47}$$

と求められる。

この仕事は、どこかにエネルギーとして蓄えられているはずである。これは、電場がエネルギーをためている状態になっている。$V = Ed$ と静電容量の式を合わせて

$$W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}(Ed)^2 \tag{10.48}$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 (Sd) \tag{10.49}$$

となる。この最後の式の分だけが、場のエネルギーとして極板の間にためられているということになる。最後の Sd は、極板間の体積をあらわすから、電場の体積当たりのエネルギー（エネルギー密度）の表式に直すと

$$\frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \tag{10.50}$$

となる。より一般に、適当な形をした物体があるとき、電場のエネルギーは

$$\sum \frac{1}{2}\varepsilon_0 |E|^2 \Delta V \tag{10.51}$$

となる。

第 11 章

時間的に変化する電磁場

前章の最後で、電場と磁場は別々に考えられるものではなく、電場と磁場をまとめて「電磁気現象」として扱わなければならないということを注意した。実は、電場や磁場が時間変化するような現象を調べていくと、この事情がよりはっきりしてくる。

11.1　電磁誘導

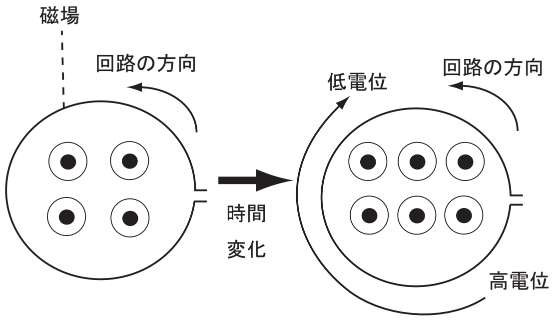
磁場の時間変化が電場を作り出すという現象を、電磁誘導という。具体的には、次のファラデーの法則によって記述される。すなわち、閉じた回路があり、その中を磁場が貫いているとする。この磁場の量が時間変化するとき、その回路一周に

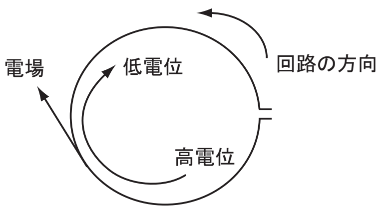
$$\frac{dB}{dt}S = -V \tag{11.1}$$

なる起電力が生じる。ここで、S は回路が囲んでいる領域の面積である。

この式はどのようなことを意味しているのだろうか。回路の向きの符号は、回路を貫く磁束が右ねじの進む方向になるように正の方向を取っておくものとする。すなわち、紙面の上に、反時計回りの方向を正に取った回路があり、それに対して紙面を手前向きに磁束が貫いているとする。ここで、回路を貫く磁束が増大するとした時、マイナスの符号が付いているということは、回路を逆向きに回った時に電位が低くなるような電位差が生じているということになる。[*1]つまり、紙面に垂直で、手前向きの磁束が増大したとすると、回

[*1] ここで、上の式で出てくる V は、起電力を表していることに注意しよう。つまり、「この閉じた回路を電池と思った時に、これにつながれた回路の中での電圧降下が V となるような電位差が生じている」という意味である。（この先の議論を丁寧に追うと分かるように）$\mathbf{E} = -\nabla V$ で表される電位とは符号が逆向きになっている。これは、非常に混乱しやすい部分であるので、電位差がどのように出来るかということ





路の起電力の方向は時計回りになる。したがって、この時に流れる電流は、（正の電荷が時計回りに回転するということなので）時計回りの方向になるがこのような電流によって作られる磁場は、ちょうど磁束の増大を打ち消す方向に働いている。回路を貫く磁束が減少した場合は、その減少を補うように、逆向きの電流が流れる。つまり、ファラデーの法則は、「外部の磁場の変化を打ち消す」方向に回路に電流が流れるということを言っている。このことはレンツの法則と呼ばれる。

電磁誘導を利用している機械が、火を使わずに料理をする電磁調理器（IH クッキングヒーター）である。電磁調理器の中には小さなコイルが並べられており、そのコイルに交流電流を流す。コイルに電流が流れると磁場が出来るが、交流なのでその磁場は激しく時間的に変化している。この状態で、電磁調理器の上に金属製の鍋を載せたとする。（金属は、磁石にくっつく性質が無いものでも良い。）この時、金属を通る磁場が激しく変化しているから、電磁誘導によって金属中のあらゆる場所に電位差が生じ、微小な電流が流れる（渦電流という）。この電流が金属の中を通る際に、電気抵抗によってジュール熱が発生し、金属の鍋が温まるということになる。これでわかるように、鍋は磁石にくっつく必要はないが、電気を通す性質を持っていないと温まらない。つまり、金属製の鍋ならば電磁調理器で温めることが出来るが、土鍋のようなものは電磁調理器で温めることはできない。

さて、電磁誘導という現象が、「磁場が時間変化すると電場が出来る」ということを示

はレンツの法則を用いて覚えておいた方が良いだろう。すなわち、閉じた回路の内部の磁場の変化を妨げるように、閉じた回路に電流が流れ、電場ができる（すなわち、電位差が生じる。）

していることを確認しておこう。電磁誘導では、磁場の変化を打ち消すように電位差を生じて電流が流れる。電位差があるということは、つまりそこには電場があるということに他ならない。（電位差は、電場に距離を掛けて求まる。）

11.2　変位電流

電磁誘導は、磁場の時間変化によって電場が生成されるという現象だった。これに対し、変位電流は、電場の時間変化によって磁場が生成されるという現象である。

今、例として、コンデンサーに電流を流して電荷をためる途中の状態を考える。コンデンサーとは、金属板（極板という）を二枚向かい合わせて置いたもので、これに電池をつなげることで、極板に電荷をためることが出来るというものである。コンデンサーに電荷が溜まりきると、コンデンサーの間には電場が生じており、電池が発生する起電力と、コンデンサー間の電場によって生じる電位差が釣り合い、電流が全く流れなくなる。

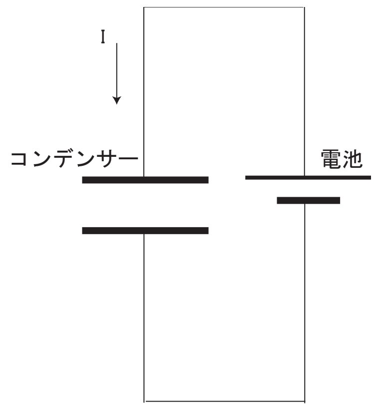


図 11.1　電池につながれたコンデンサー

コンデンサーに電流を流して電荷をためる途中の状態では、電池から極板に流れ込む電流と、もう片方の極板から電池に流れ込む電流が存在している。そして、極板間の電場はだんだんと大きくなっているという状況になっている。コンデンサーの間には電気を通すものが何も無いので、電荷の流れとしての電流は存在していない。しかし、この回路全体を見てみると、あたかもコンデンサーを超えて電流が流れているように見える。

そこで、「コンデンサーの間には、電場が変化していることが原因となる電流が流れている」とみなす。そして、この電流は、コンデンサーにつながれた導線を流れている電流と同じ量であるとする。この電流は、「変位電流」と呼ばれる。そして、この変位電流も電流の一種であるから、その周囲には磁場を作る。実は、このように考えて変位電流を導

入しておかないと、「電流は磁場を作る」とするアンペールの法則に矛盾が生じるということが知られている。

以上のことは、電場が時間的に変化することによって磁場が出来るということを示している。これは、「磁場が時間的に変化することによって電場が出来る」という電磁誘導の現象のちょうど裏返しの現象である。

11.3 電磁波

電磁誘導と変位電流によって、「磁場の時間変化が電場を作り、また電場の時間変化は磁場を作る」ということが起こる。この現象が続けて起こり、電場と磁場が時間変化しながら空間的にある方向に進んでいく、という現象が起こる。これが「電磁波」と呼ばれている現象であり、この電磁波が光の正体である。電磁波が空間を進む速度は電磁波の位相速度は

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \tag{11.2}$$

によって与えられるということが知られており、これが光速度そのものである。電磁波は、波長によって「γ 線」、「X 線」、「紫外線」、「可視光線」、「赤外線」、「電波」と呼ばれており、日常でもたびたび耳にすることがあるだろう。異なる言葉で呼ばれているが、本質的には全て同じものであり、全て光速度 c で進んでいく、電場と磁場から成る波である。