自然科学の歩き方
第２回

2019年

第1クォーター

金曜４クラス

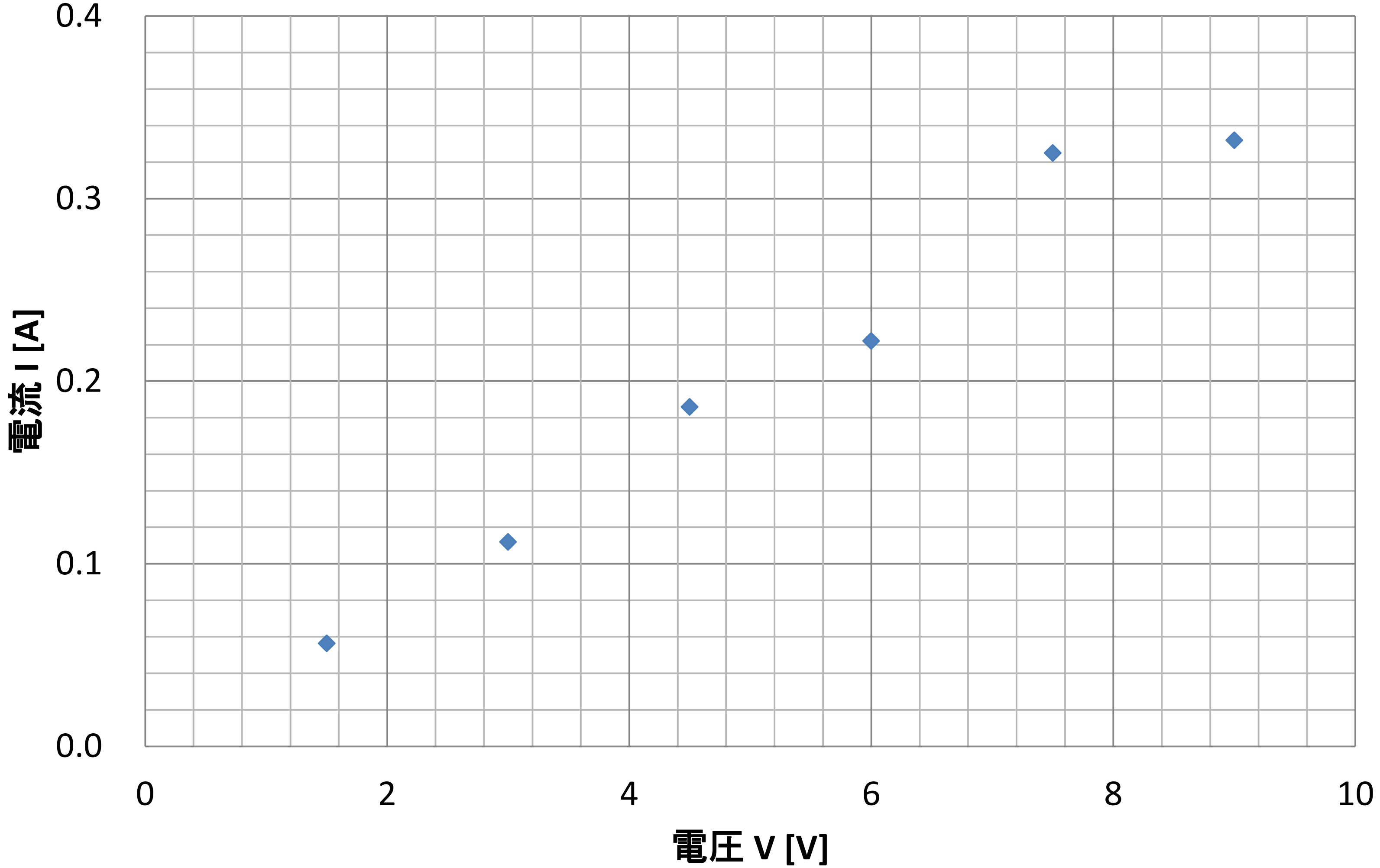
前回の演習

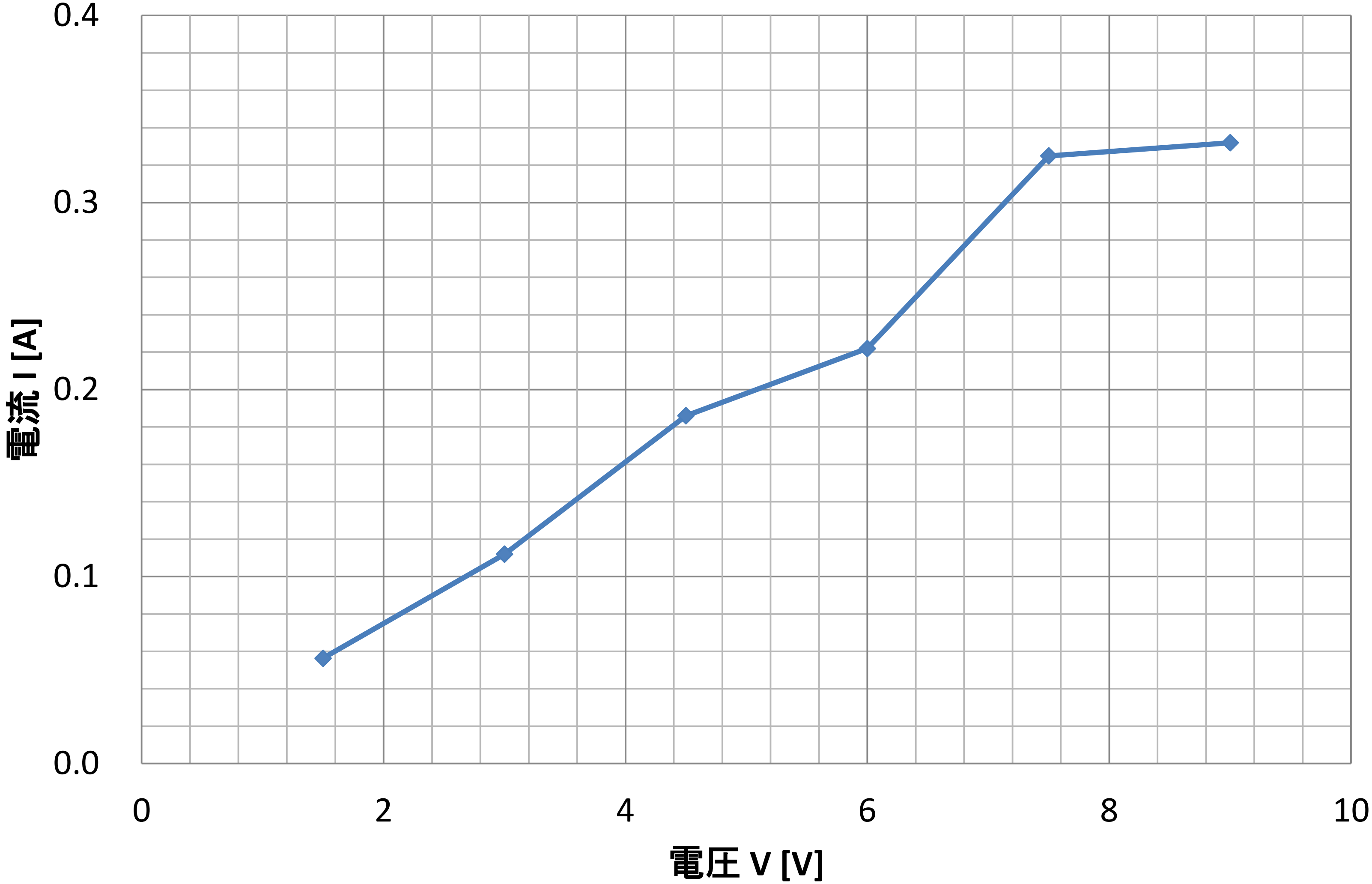
- データをもとに、グラフを描いた

- ありがちな質問:
  - 「線で結ぶんですか？」

- ということで、「線」の話をします

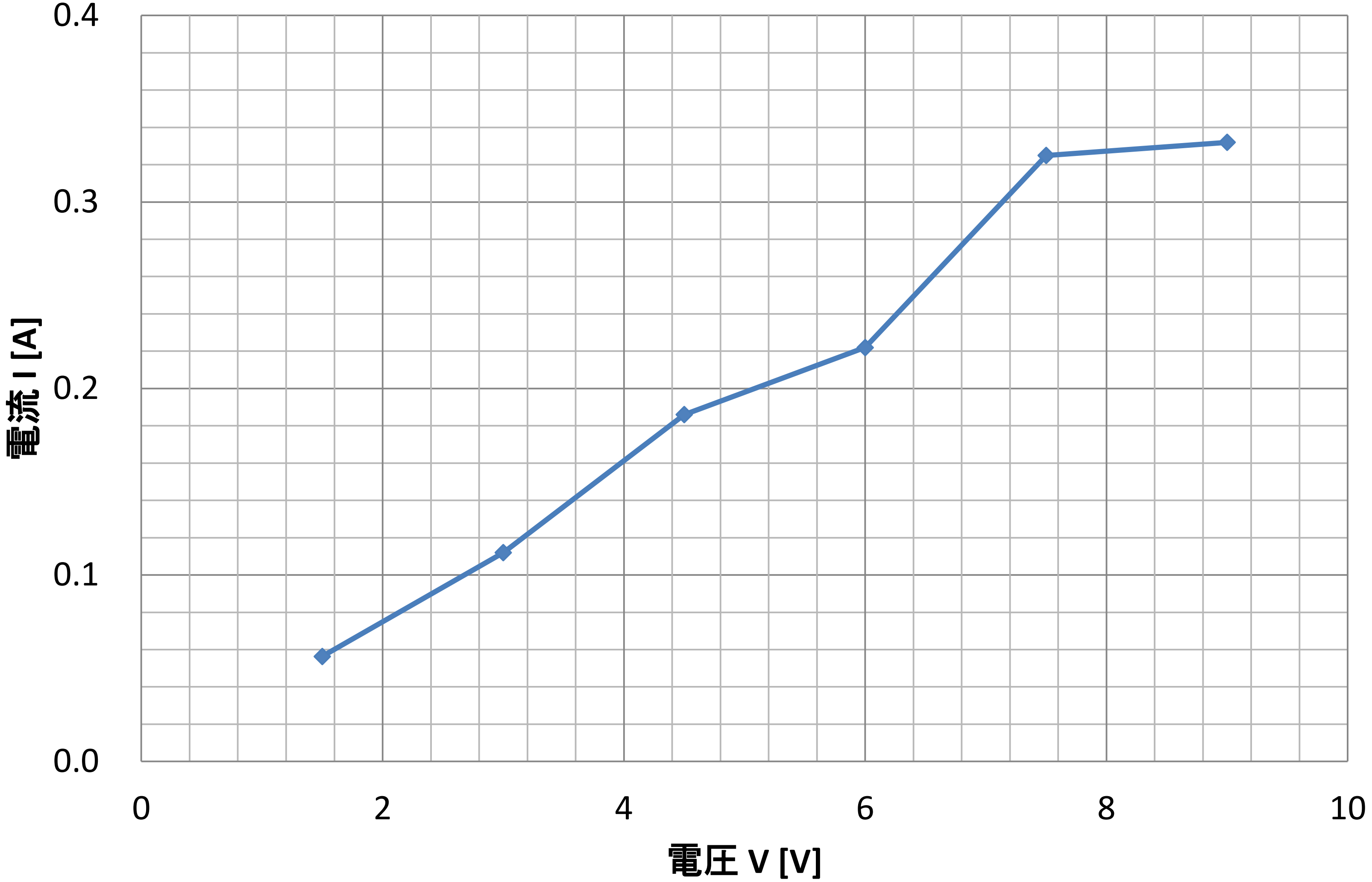
前回描いたグラフ





0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
電流 I [A]
0
2
4
6
8
10
電圧 V [V]

…で、何がしたいの？



「線を引く」とはどういうことか？

- 「グラフ」は、数値データを見やすくするためのもの
- 「グラフ」の上の点･線･文字は、全て意味がある
- 必ず意図を持って作らなければいけない

良くない事例

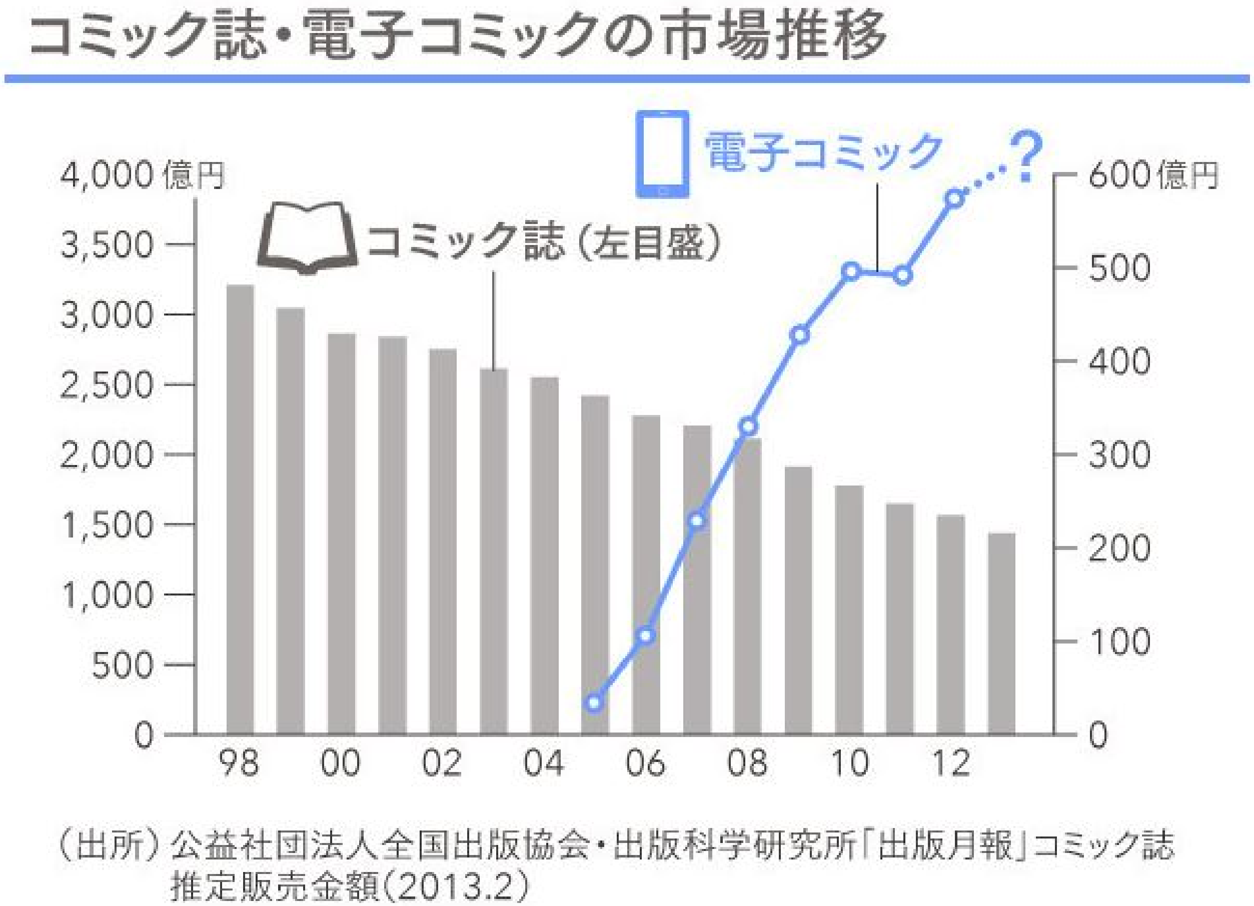
グラフ，統計を「活用」して，誤解を与えることも可能である。

真似するんじゃないよ！

以下の事例は
https://news.yahoo.co.jp/byline/soichiromatsutani/20150216-00043032/
松谷創一郎「グラフでウソをつく方法――統計リテラシーのための基礎文献」から引用

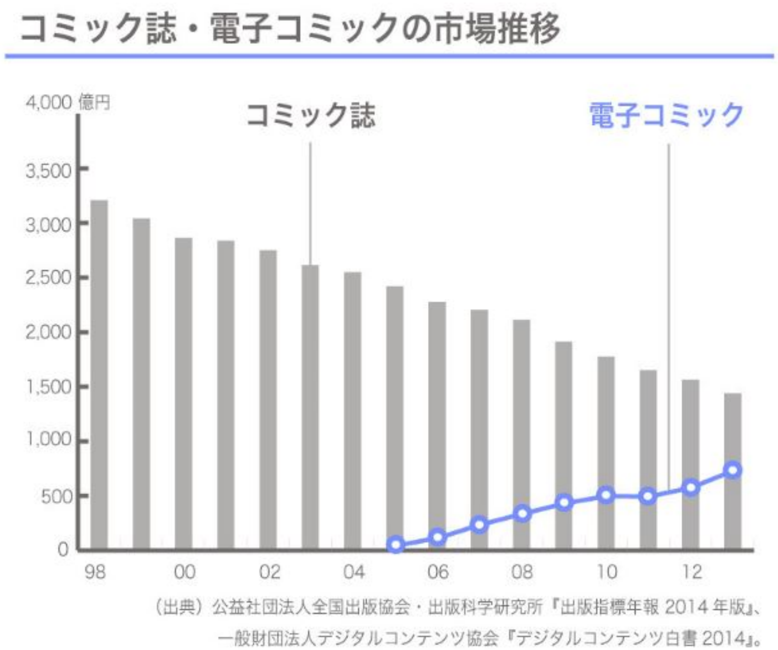
良くない事例（1）

電子コミック
市場が伸び
ていることを
論じる記事



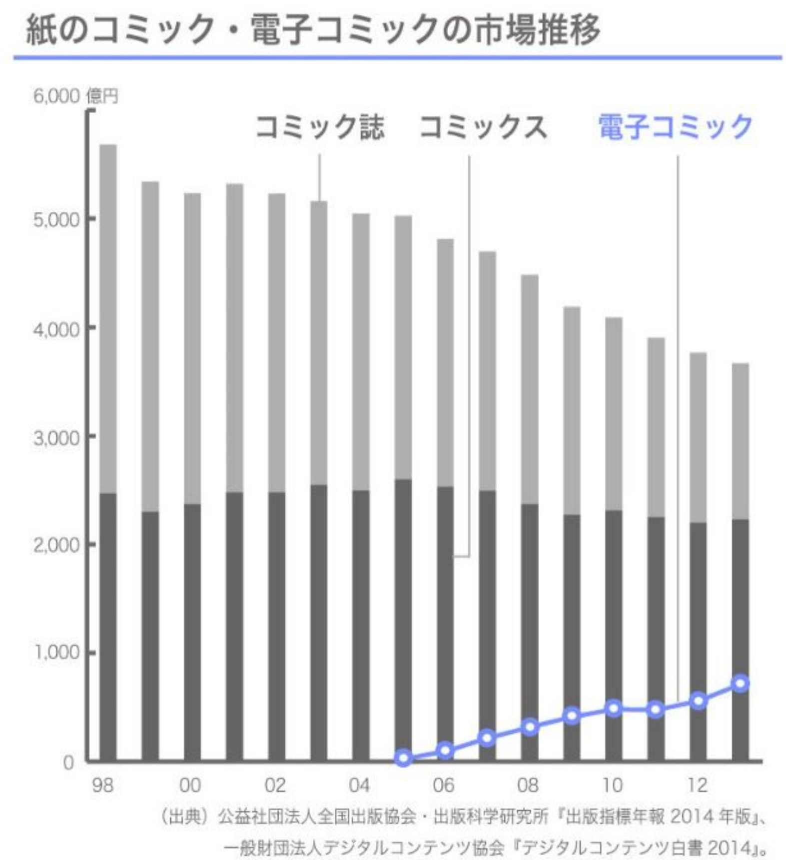
どう見えますか？

実は･･･



縦軸をそろえるとこうなる

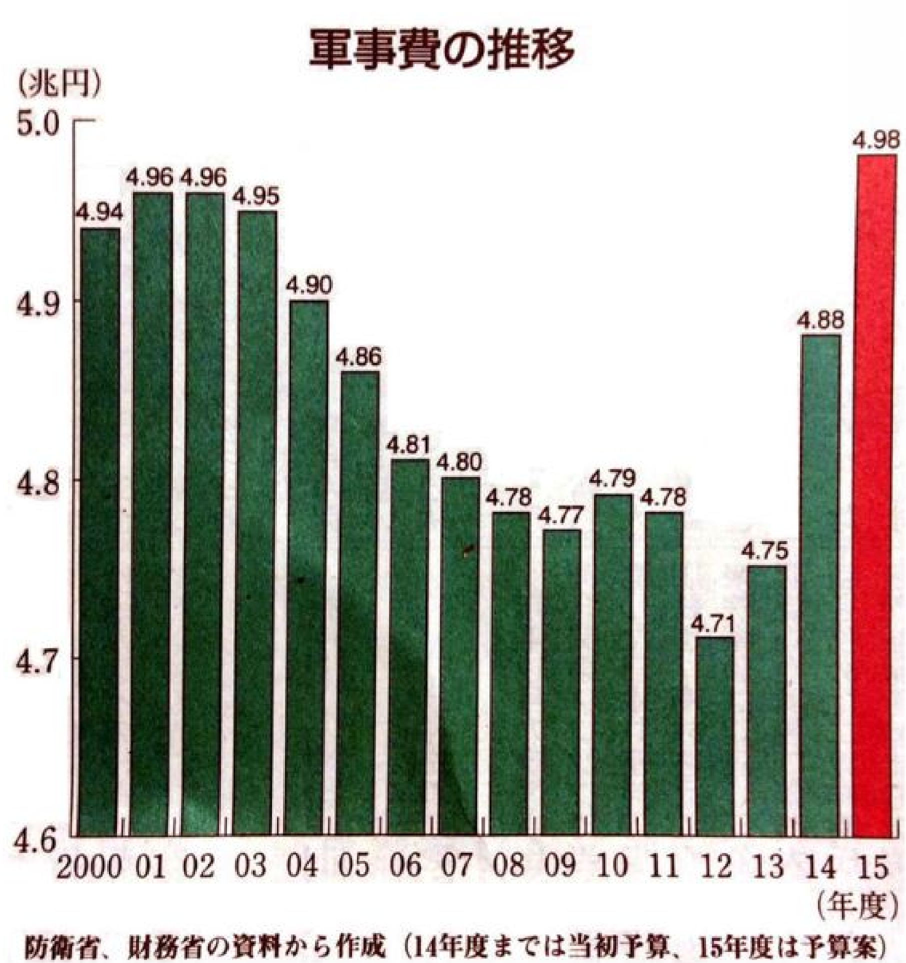
さらに･･･



実は紙ではコミックスを抜いて示していた

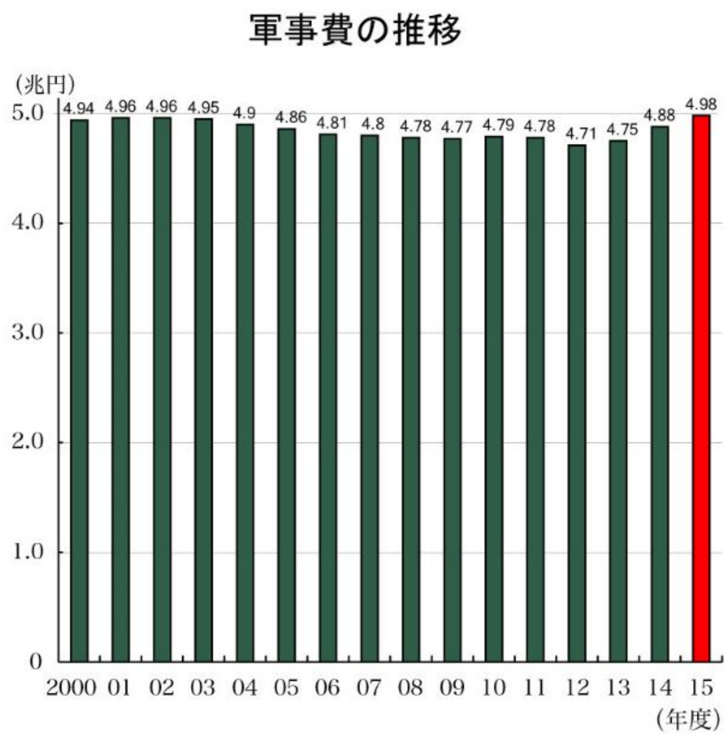
良くない事例（２）

安倍政権が軍事費を拡大しているという主張に伴い示されたグラフ。



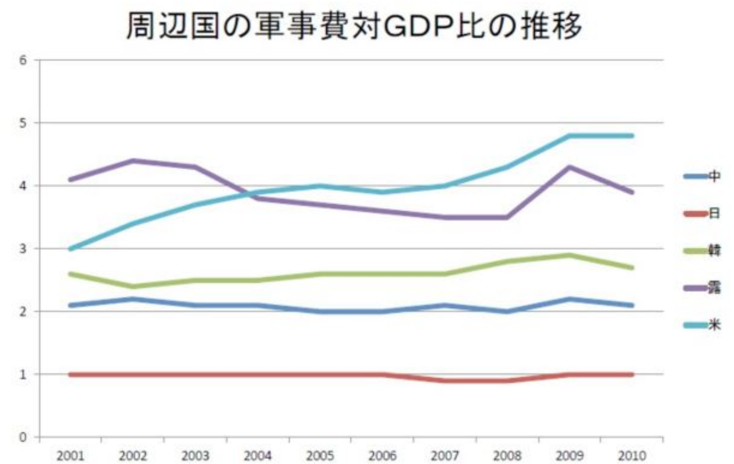
どう見えますか？

実は･･･



防衛省、財務省の資料から作成（14 年度までは当初予算、15 年度は予算案）

さらに･･･



『現代ビジネス』2012年8月27日「失われた２０年で東アジアでの日本（略）」より

「グラフを読む」とは

- データをもとに視覚化されたグラフから、何らかの情報を読み取る
  - 数値データ ➔ グラフ ➔ 言葉

- 目から入る情報は大きい
  - 何が読み取れるか、しっかりと見極める必要
  - 「何を伝えたいか」に基づいてグラフを描く

基本的な心構え

- 自然に忠実であること

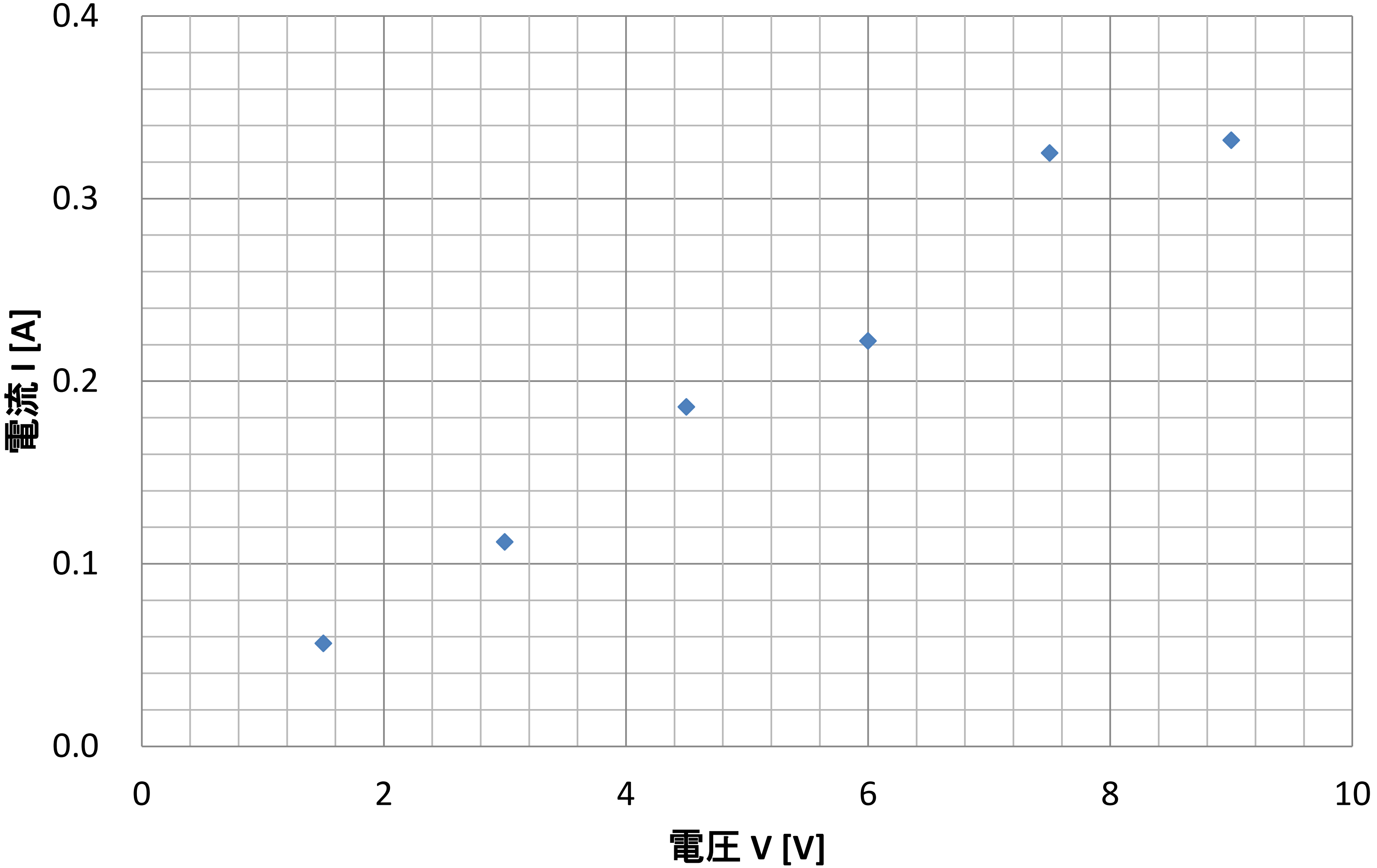
- データは、自然の一部を切り取っただけ（無限にありうる状況の、「ある一点」のみを知る）

- データは人間が測ったものなので，誤差を持っている可能性がある。（というか，必ず誤差がある。→あまりにも理論と測定がぴったり合っていたら，何か背後で異常なことが起きている。）

原理主義的には…

- 測定したデータ点以外は信じない
- グラフ上に描かれたものは、データを表す
- どんなグラフが「良い」か？

原理主義的グラフ



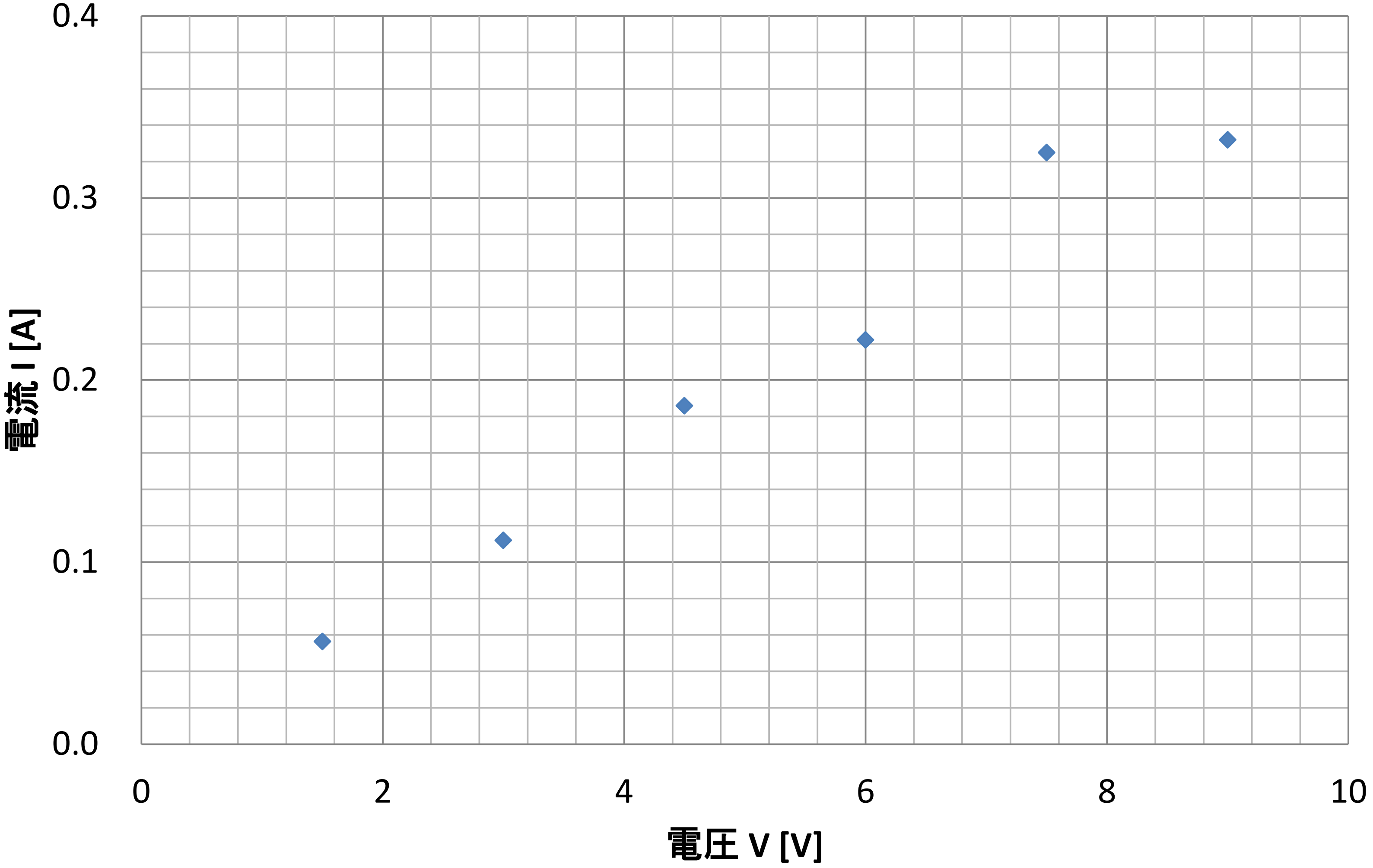
実験のその先へ

- そもそも、なぜ実験をするのか？
- 自然現象を理解するため
- 自然現象の原理を知る
  - その先に起こる自然現象を予測できる

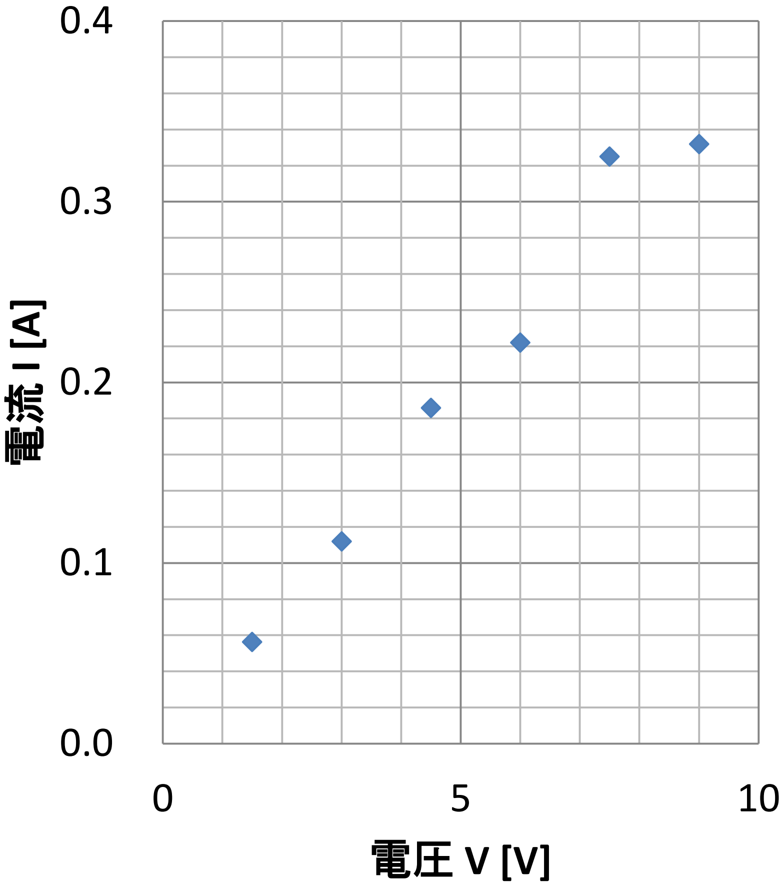
原理主義の立場だと

- 測定したデータ点以外は信じない
  - 自然は何が起こるかわからない
  - 新たな現象を知るには、新たな実験が必要
- まぁ、それは大事な考え方なんですが…
  - 少々、思考停止気味
- 新たな現象を「予測」できますか？
  - 「わからない」だけでは前に進めない

例）電圧が5Vの時の電流の値は？



電圧が5Vの時の電流の値は？



- 原理主義
  - 電圧5Vで測定しなければわからない
- グラフをもう少し観察
  - 電圧と電流の間には「右上がり」の関係がありそう

電圧が5Vの時の電流の値は？

- 電圧が大きくなると、電流が大きくなりそう
- どのくらい大きくなるのか？
  - 測定データを100% 信用する
  - 測定データをそれなりに信用する
- 分からない部分を推定する ➔ 補間

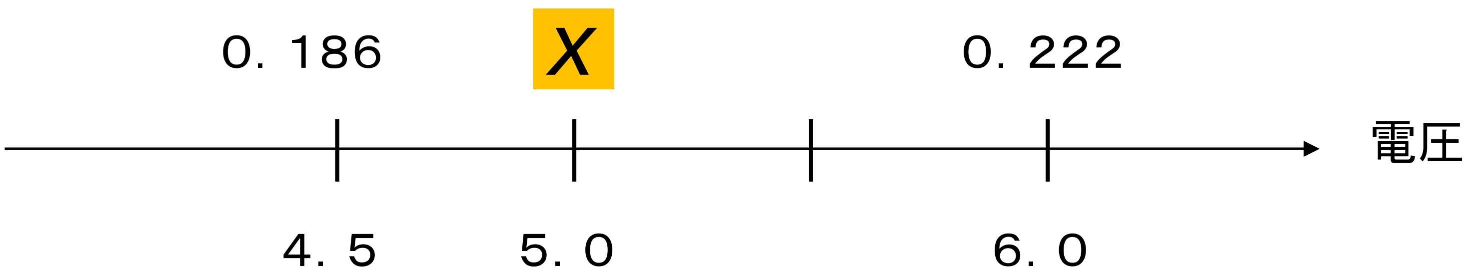
測定データを 100% 信用する

V [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
I [A]	5.64×10^{-2}	1.12×10^{-1}	1.86×10^{-1}	2.22×10^{-1}	3.25×10^{-1}	3.32×10^{-1}

- 「測定データは絶対」という立場
  - 電圧が 4.50 V の時、電流は 0.186 A
  - 電圧が 6.00 V の時、電流は 0.222 A
- では、その間だろうと思って、比例配分してみる。（比例配分で良いという「絶対的」根拠はない。けれども，特別な事情がない限り「なめらかに」変化すると考えても良いだろう。）

比例配分

電圧が 4.50 V の時、電流は 0.186 A
電圧が 6.00 V の時、電流は 0.222 A

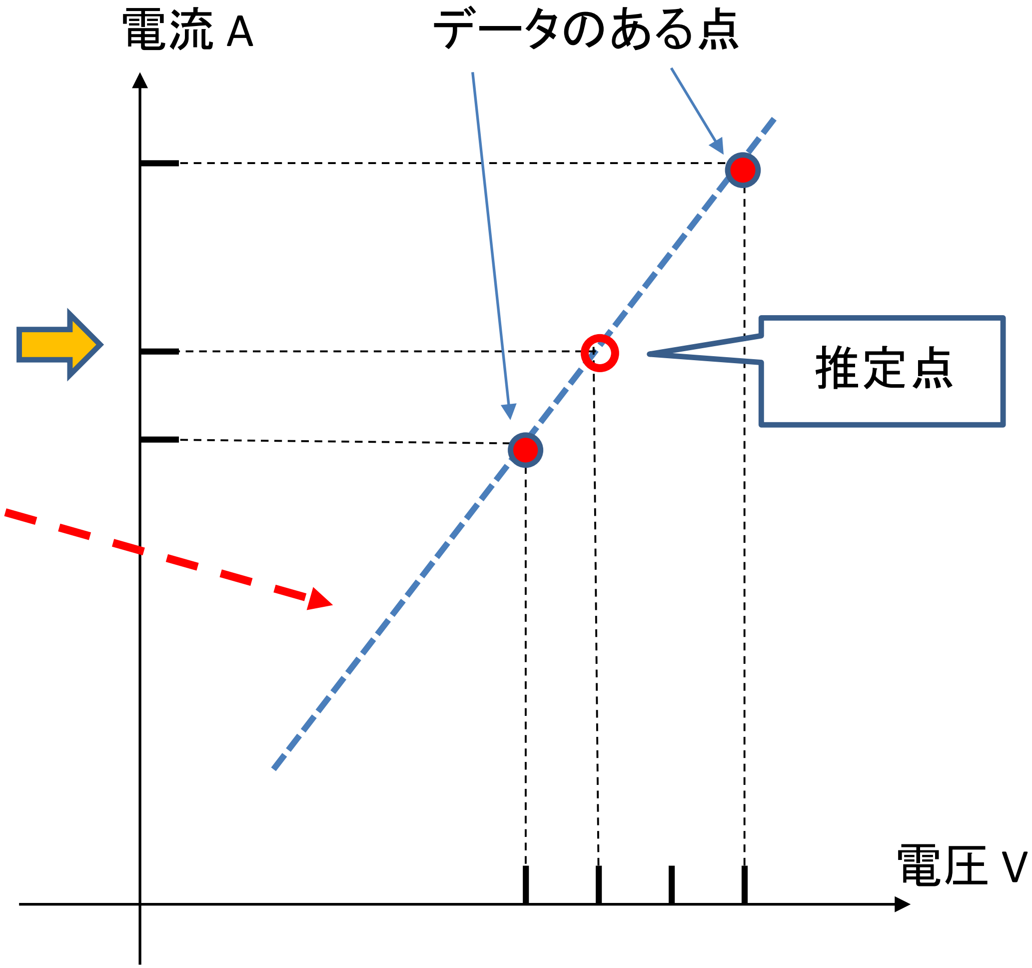


$$1:2=(x-0.186):(0.222-x)$$

$$x=0.198$$

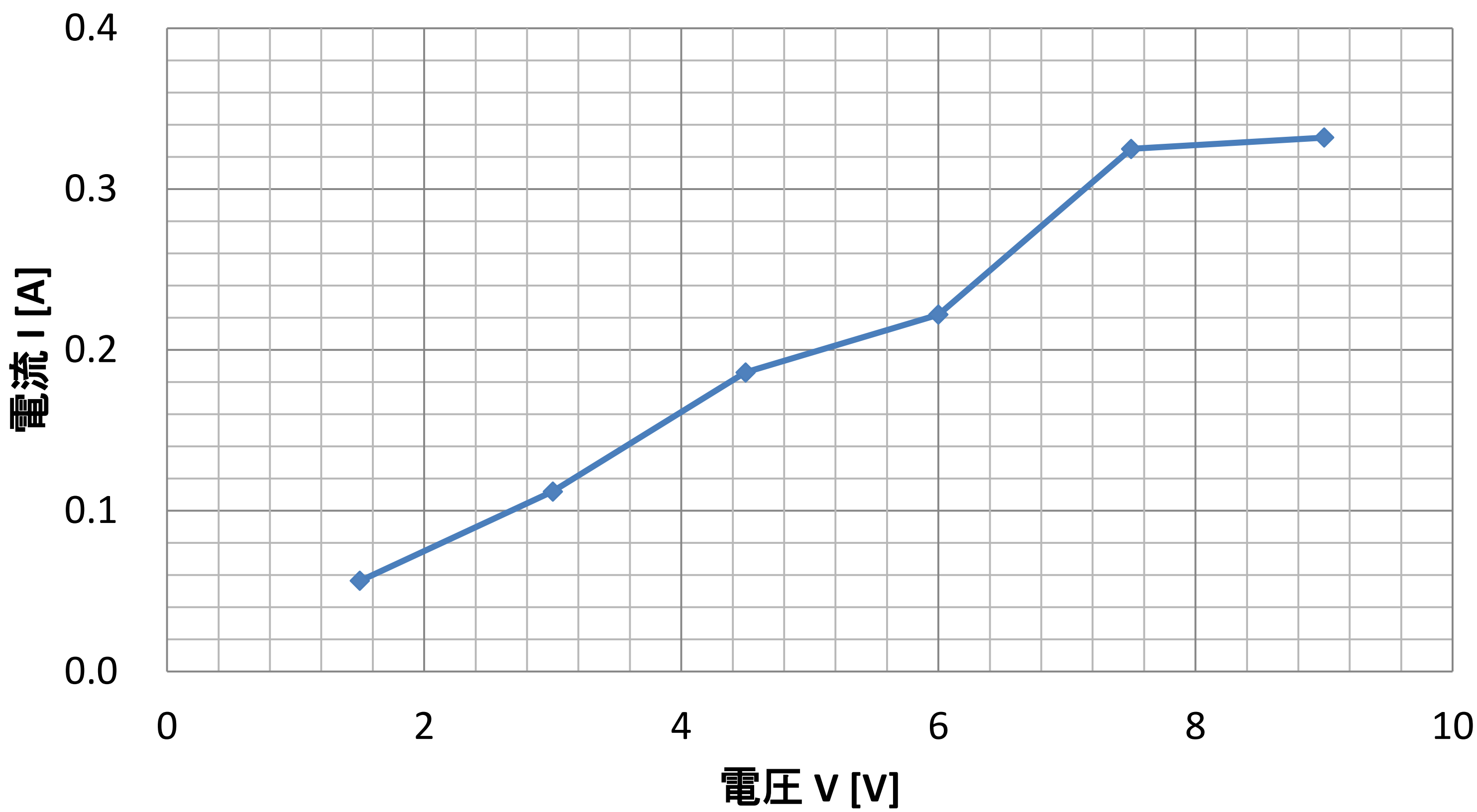
比例配分

比例配分は「電流と電圧の関係」が直線的に変化すると仮定したものである。



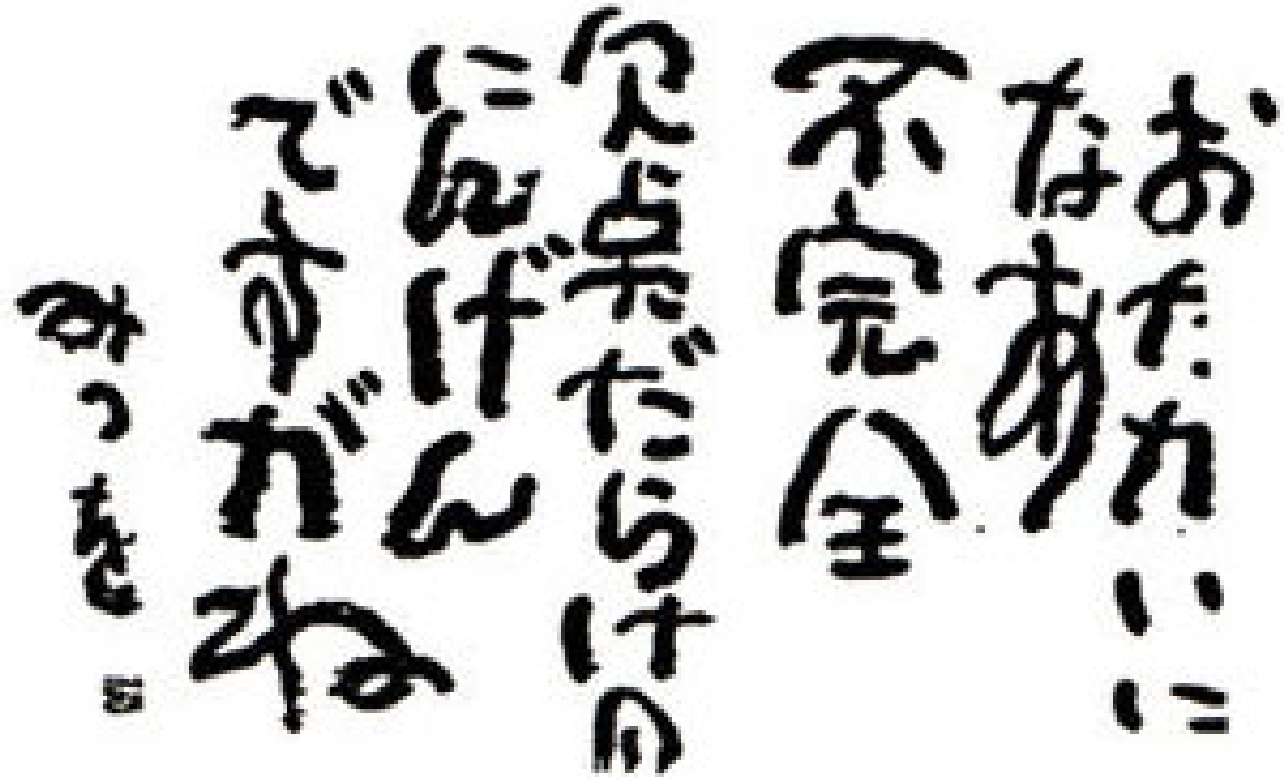
線型補間（一次補間）

- 「データを信用し，データのない箇所は，とりあえずまっすぐつなぐ，という考え方



測定データ、信用しますか？

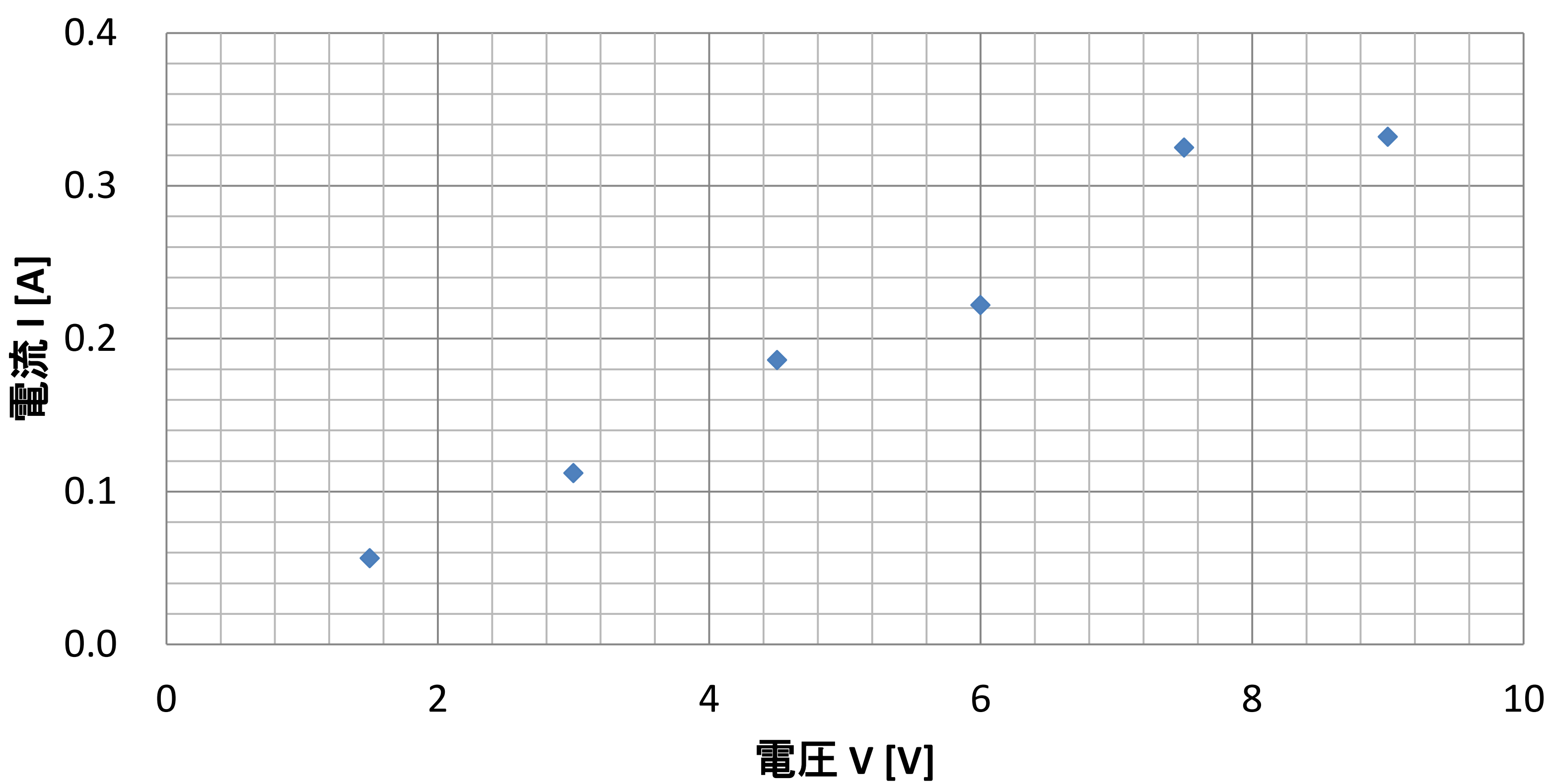
- 自然現象は絶対、でも、それを測った人間は？



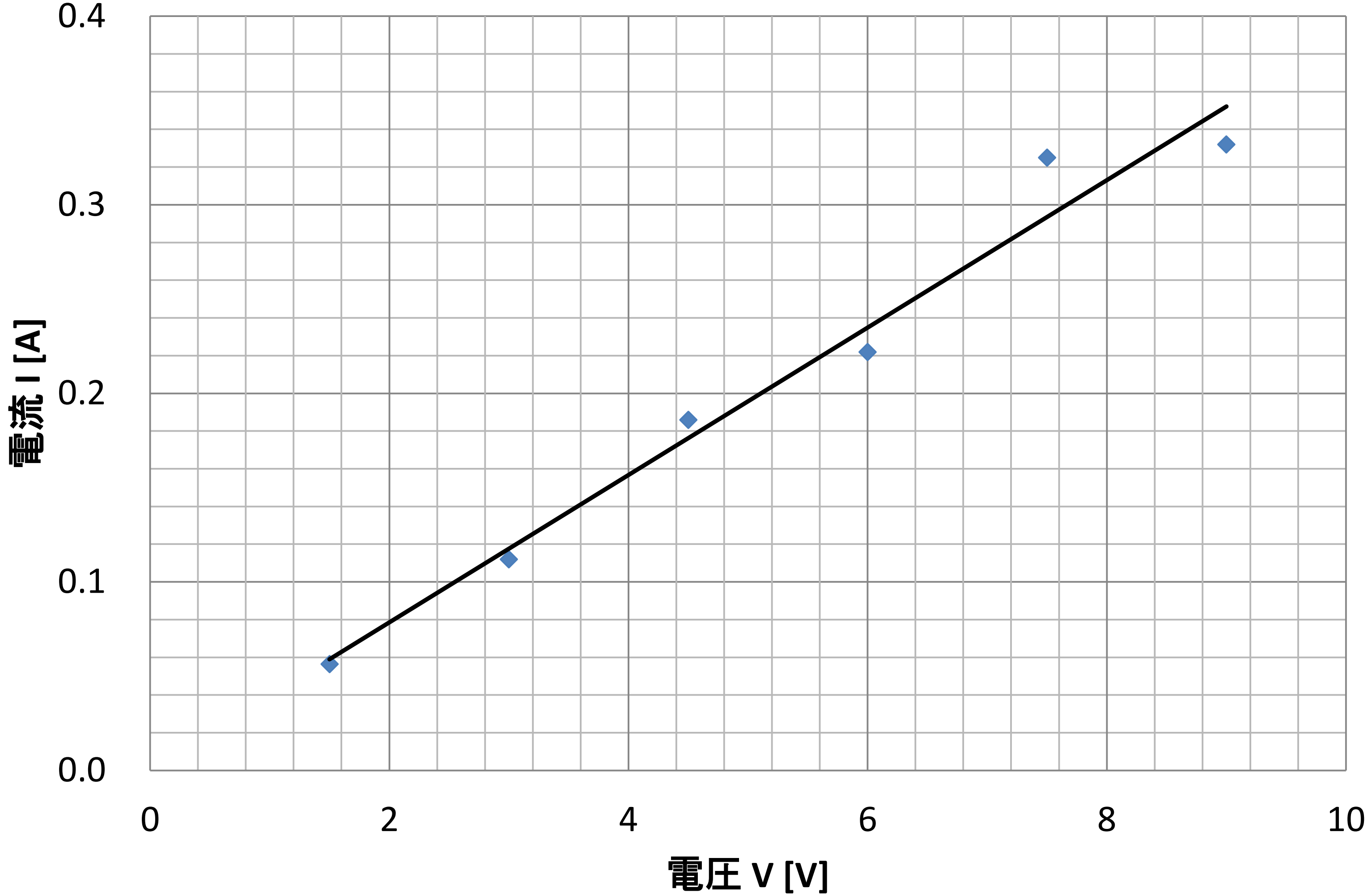
http://plusact.me/blog/post-1555/

測定データを「それなりに」信用する

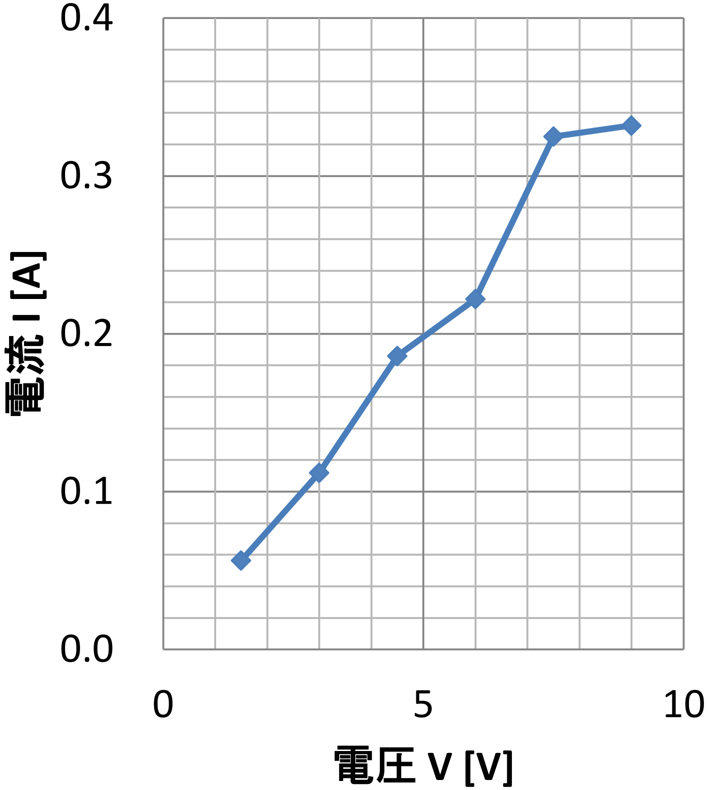
- 電圧が増えると電流も増える
- 測定がちょっと間違っているかもしれないけど



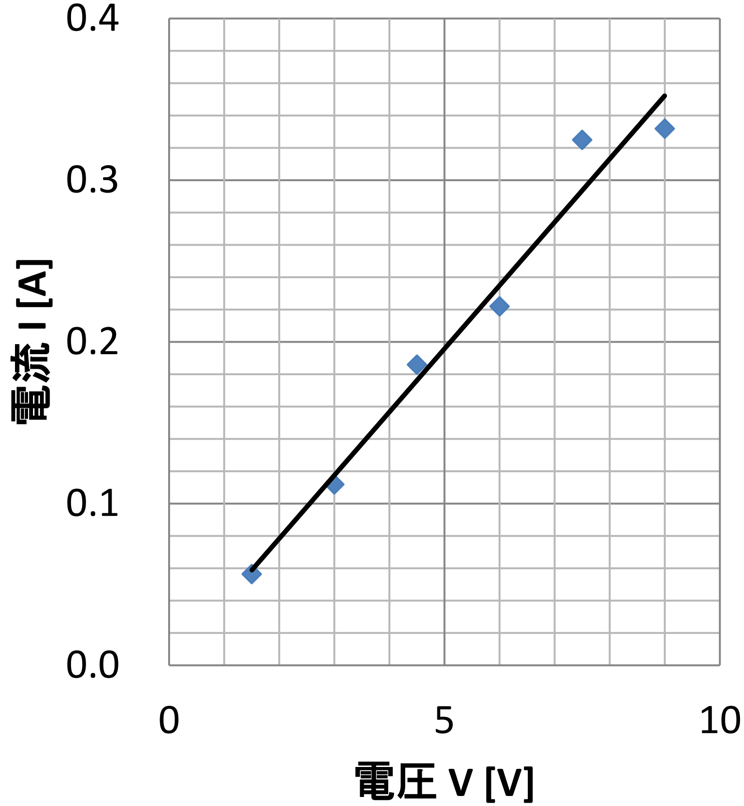
とりあえず全体をまっすぐで
そのかわり個々の測定点でずれてもよい



考え方の違い

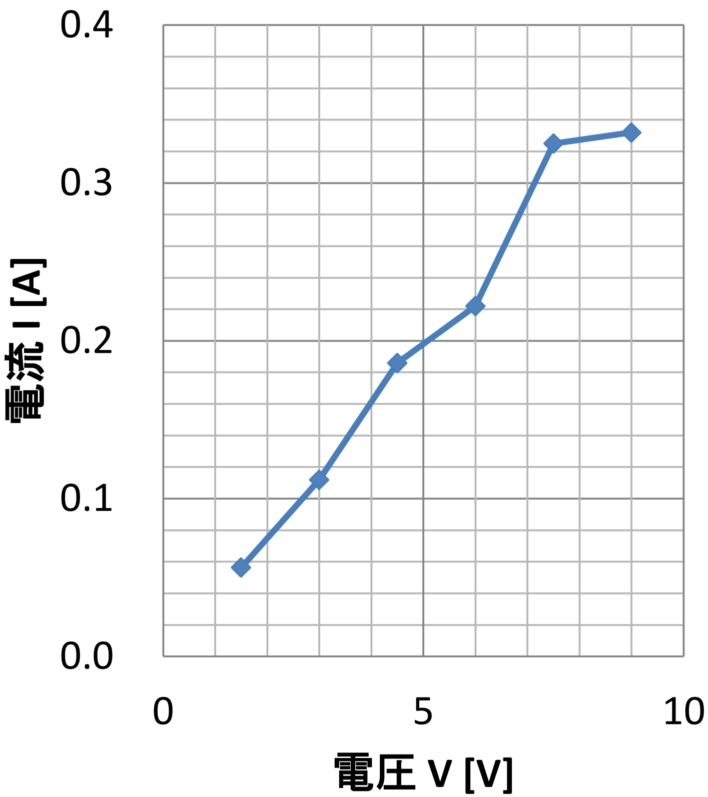


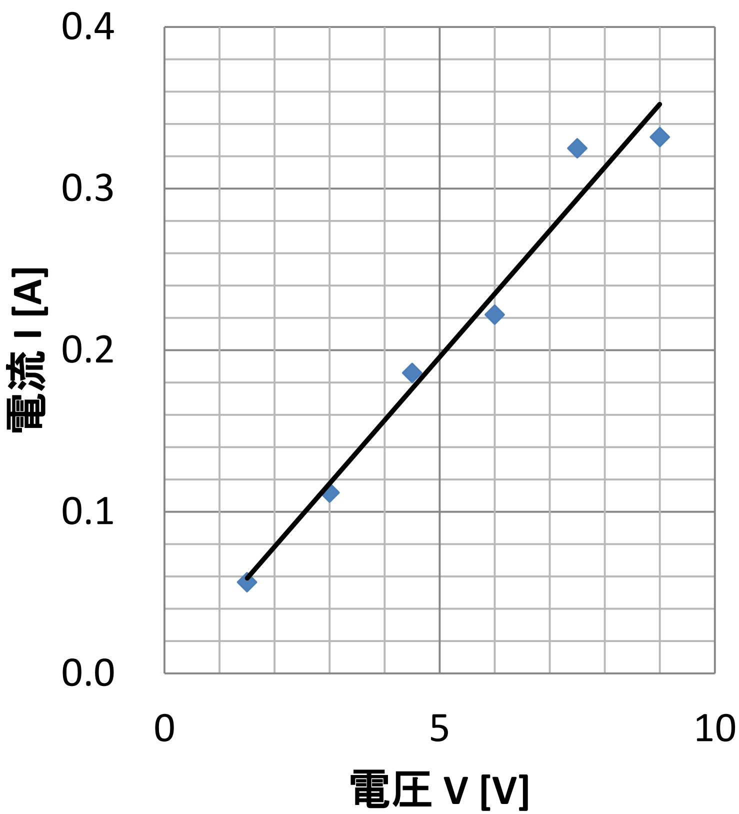
電圧を増やした時の電流の上がり方は、時と場合によって異なる



電流と電圧の間には、一次関数の関係がある

「パラメータ」の数





傾きが5種類
y切片も5種類

傾きが1種類
y切片も1種類

モデル化

- 自然を単純な形で表せるなら、そうしたい
  - 自然現象の「モデル化」
- そこで、今回は、「えいや」と一次関数の線を引いてみる
  - 電流と電圧の関係を、一次関数でモデル化する
- そういえば、「オームの法則」とか…

良いモデル･悪いモデル

- 良いモデル
  – 測定結果を、「それなりに」再現する

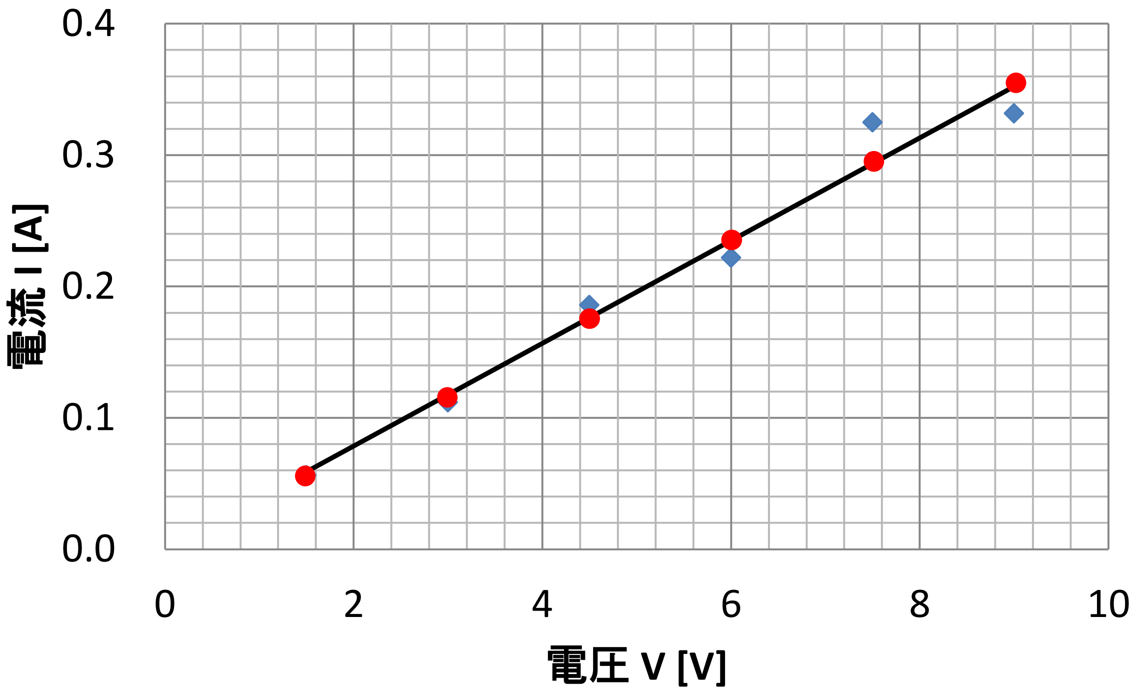
- 悪いモデル
  – 測定結果と、「ぜんぜん」合わない

- 「それなり」とか「全然」とか、どういう意味？
  どういう基準で判断するの？

モデルとデータの誤差

- 「モデルのデータからのずれ」を計算しよう
- 測定データごとに、誤差の値がある
- ［誤差］＝［モデルの値］ー［データの値］
  と定義してみる

誤差の計算



電圧 [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
◆ 電流 [A]	0.0564	0.112	0.186	0.222	0.325	0.332
● モデル [A]	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
誤差	0.0036	0.0080	−0.0060	0.0180	−0.0250	0.0280

● − ◆

モデルの「良さ」の測定

- データ点ごとに、「誤差」の値が全てあると、扱うのが大変
- 一つの数値で表したい
  - 誤差が小さいほど、「良い」モデル
  - ここでの定義では「誤差」は、正にも負にもなる

電圧 [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 [A]	0.0564	0.112	0.186	0.222	0.325	0.332
モデル [A]	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
誤差	0.0036	0.0080	−0.0060	0.0180	−0.0250	0.0280

誤差を調べる上での問題

- 「誤差全部の和」なら、データ全体に対して、モデルの善し悪しを一つの数値で評価できる
- 今の誤差の定義では，単純に「誤差」を足すと、正と負が打ち消して、全体の誤差が小さくなる

電圧 [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 [A]	0.0564	0.112	0.186	0.222	0.325	0.332
モデル [A]	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
誤差	0.0036	0.0080	−0.0060	0.0180	−0.0250	0.0280

「誤差」の定義を修正してみては？

二乗誤差

- 「誤差」の定義を以下の式で与えることにする
[誤差]＝([モデルの値]ー[データの値])^2

- こうすると個々の誤差はすべて正となる。
全部のデータ点で加算すると，単純に積みあがる。

二乗誤差

データ全体の誤差を次の式で定義する。

$$(\text{二乗誤差}) = \sum\left[(\text{モデルの値}) - (\text{データの値})\right]^2$$

ここでシグマ記号は，すべてのデータ点について加算するという意味

電圧 [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 [A]	0.0564	0.112	0.186	0.222	0.325	0.332
モデル [A]	0.06	0.12	0.18	0.24	0.30	0.36
(誤差)^2	0.000013	0.000064	0.000036	0.000324	0.000625	0.000784

二乗誤差：0.000013 + 0.000064 + … = 0.001846

実習:モデルの推定

- 「とりあえずまっすぐ」のモデルを、自分なりに、「点線で」引く
  - 原点を通るような線で良いです
- その点線の傾きを読み取る
- モデルとデータのずれを表す二乗誤差を計算

電圧 [V]	1.50	3.00	4.50	6.00	7.50	9.00
電流 [A]	0.0564	0.112	0.186	0.222	0.325	0.332
モデル [A]						
(誤差)^2						