電流と回路（２）

情報物理学B

No.2

回路

- エレクトロニクスの一般常識としての
  線型回路の初歩
  抵抗、コンデンサー、コイル

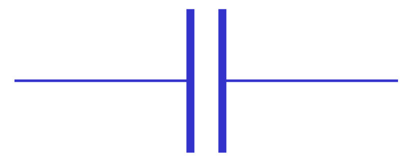
- 直流（DC） ・・・ 前回(No.1)
- 交流（AC） ・・・ 今回(No.2)

基本的な量と単位（2）

- 電流 I [A]アンペア
- 電位差（電圧） V [V]ボルト
- 抵抗 R [Ω]オーム
- 電流の仕事率（電力） P [W]ワット
- 電気容量 C [F]ファラド
- （自己）インダクタンス L [H]ヘンリー
- インピーダンス Z [Ω] オーム
- 位相のずれ φ （ラジアン）

回路記号(2)

- コンデンサー

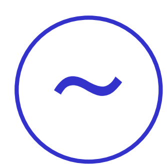


C

- コイル

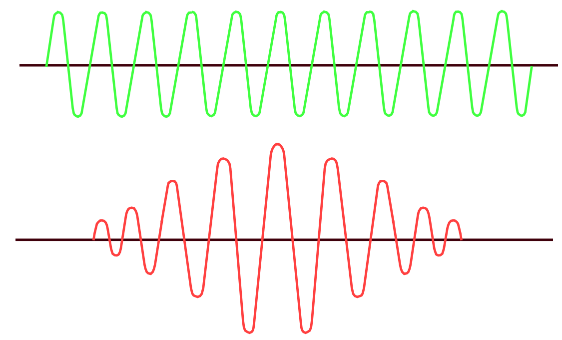
L

- 交流電源



交流

- 周期的に＋と－が変化する
- 周波数（振動数）　*f*
  東日本50Hz,
  西日本60Hz（100V）
- 角振動数（周波数）　ω



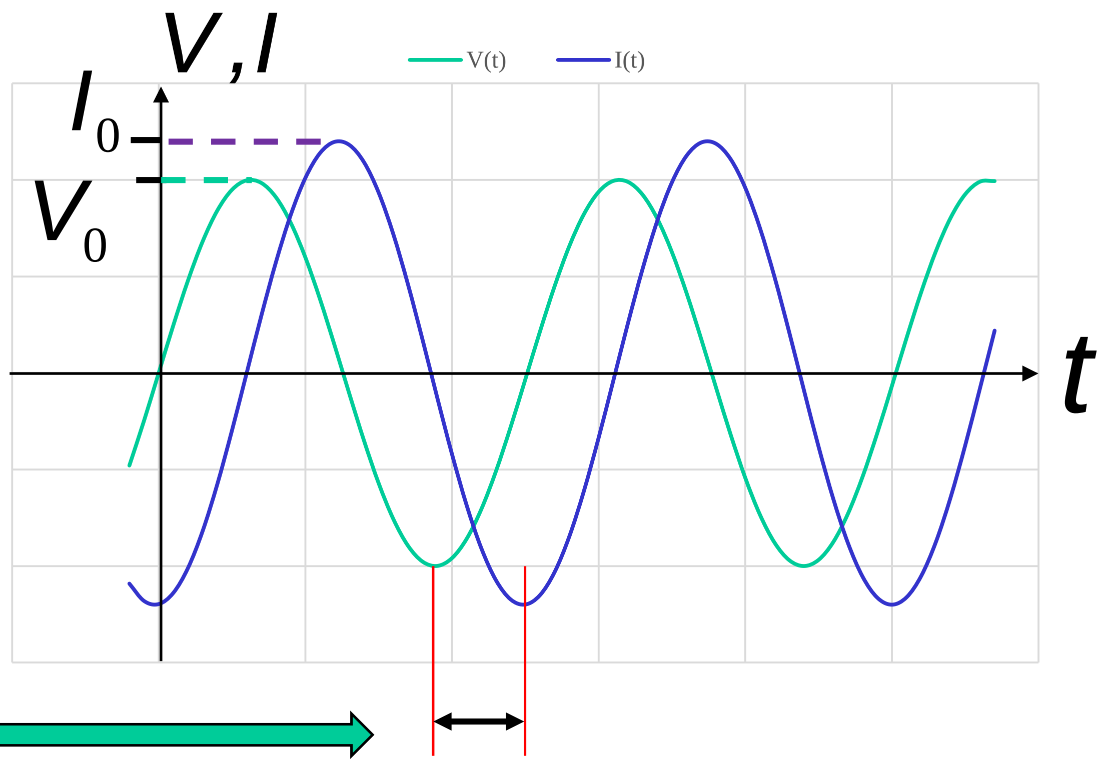
$$\omega = 2\pi f$$

電圧と電流の表現

目標 V_0とI_0の関係，ϕ を決定する。

$$\begin{cases} V(t) = V_0 \cos \omega t \\ I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

V_0とI_0 : 電圧と電流の最大値



位相のずれ
ϕに対応する

電力（交流）

$$P = VI = V_0 I_0 \cos(\omega t)\cos(\omega t - \phi)$$

平均 →

$$P = \tfrac{1}{2} V_0 I_0 \cos\phi$$

同位相（φ＝0）のとき

$$P = V_{eff} I_{eff} \qquad V_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \qquad I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

↑

実効値：通常これを電圧，電流の値として表示

Eulerの公式

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$i = \sqrt{-1}$$

途中の計算は複素数で行い最後の結果で実数部分をとる

$$V(t) = V_0 \cos \omega t \qquad = \quad 「V_0 e^{i\omega t}」の実数部分$$

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi) = \quad 「I_0 e^{i\omega t - i\phi}」の実数部分$$

なぜ指数関数？

e^x はとても良い関数　（**イイ**ね！）

あらゆる関数の中で，微分しても，積分しても形の変わらないのは指数関数だけ！
（というか，それが，指数関数の基本的性質）

$$\frac{de^x}{dx} = e^x \qquad \int e^x dx = e^x + C$$

線形交流回路の素子

抵抗

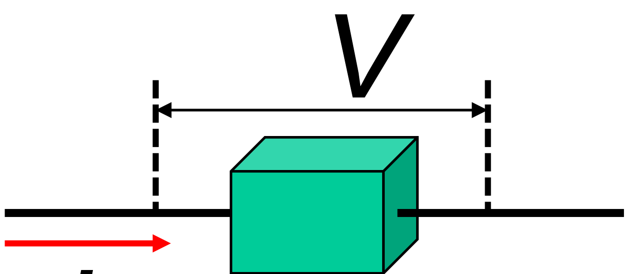
$$V = IR$$

コンデンサー

$$I = C\frac{dV}{dt}$$

コイル

$$V = L\frac{dI}{dt}$$



表記のルール ・・・ 複素数の量には

～（チルダ）をつける

複素数の電位差 $\tilde{V} = V_0 e^{i\omega t}$

複素数の電流 $\tilde{I} = I_0 e^{i\omega t - i\phi}$

複素インピーダンス $\tilde{Z}$ 単位はΩ（オーム）

例えばコイルの場合

$$\boxed{V = L\frac{dI}{dt}}$$

この式を複素数で考える

$$\tilde{I} = I_0 e^{i\omega t - i\phi}$$ を代入する。

$$\frac{d\tilde{I}}{dt} = I_0(i\omega)e^{i\omega t - i\phi} = i\omega\tilde{I}$$

微分しても関数形が変わらない・・・指数関数

よって

$$\boxed{\tilde{V} = i\omega L\tilde{I}}$$

線形交流回路の素子

抵抗

$$\tilde{V} = R\tilde{I}$$

コンデンサー

$$\tilde{V} = \frac{1}{i\omega C} \cdot \tilde{I}$$

コイル

$$\tilde{V} = i\omega L \cdot \tilde{I}$$

となり、すべてオームの法則と同じになる

→　直流回路の理論がそのまま使える

(違いは、[抵抗」が複素数であること。)

複素数の電位差 $\tilde{V} = V_0 e^{i\omega t}$

複素数の電流 $\tilde{I} = I_0 e^{i\omega t - i\phi}$

複素インピーダンス $\tilde{Z}$

関係 $\tilde{V} = \tilde{Z}\tilde{I}$

$\tilde{Z} = R + iX$

X はリアクタンス

あるいは

$\tilde{Z} = Ze^{i\phi}$

$$\boxed{V_0 = ZI_0}$$

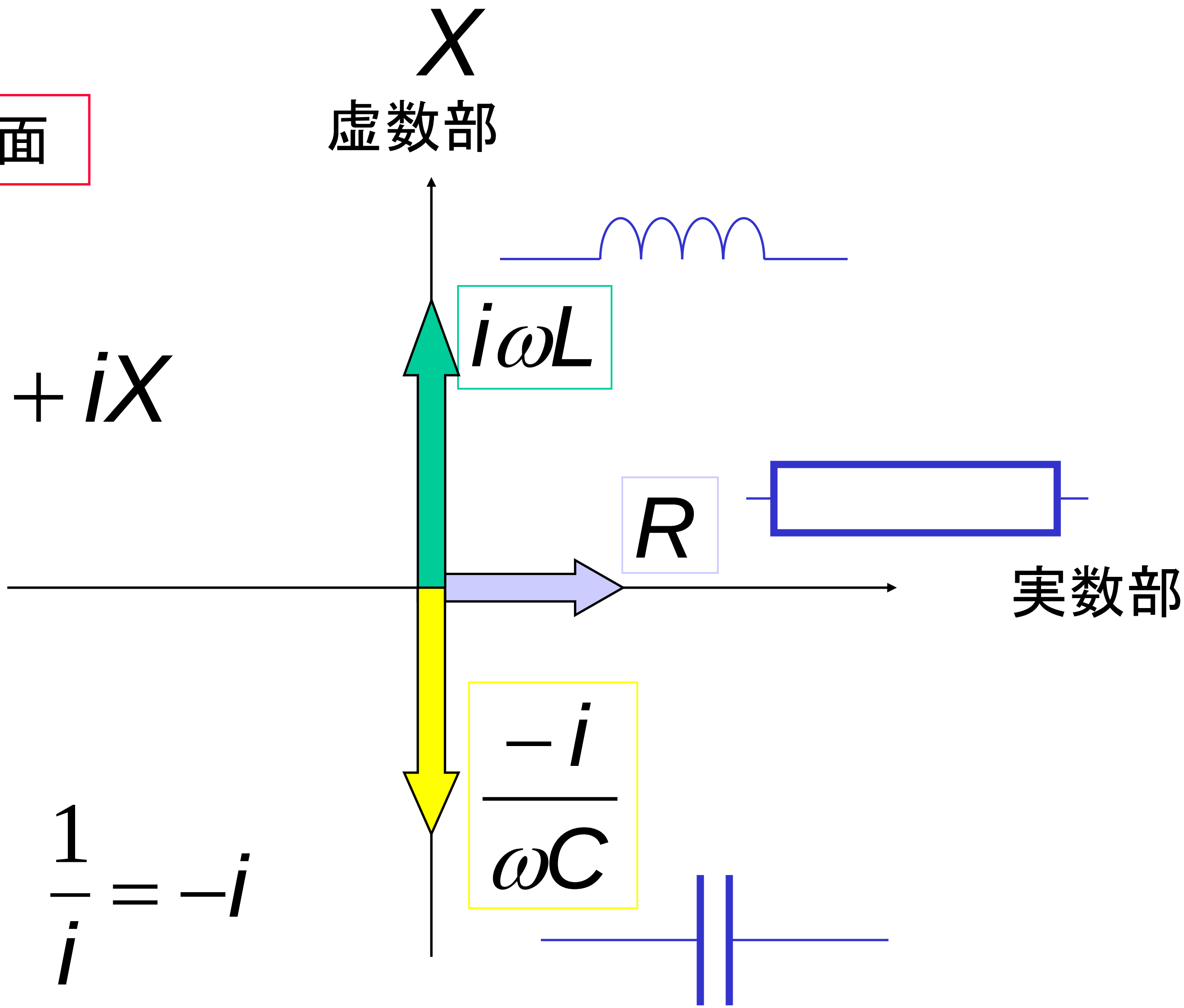
Z はインピーダンス
（交流電流に関する抵抗）

複素インピーダンスからインピーダンスと位相のずれが決まる

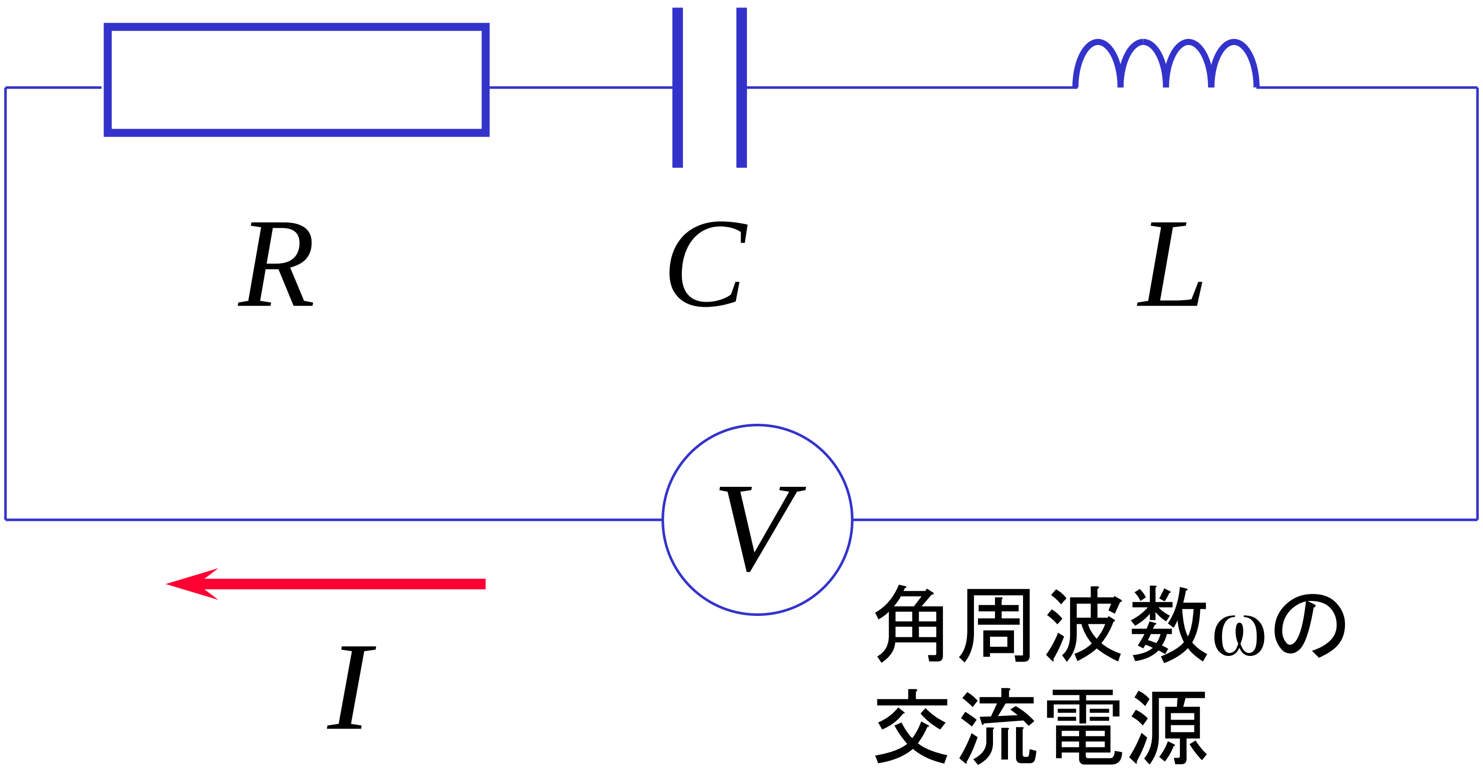
複素平面

$$\tilde{Z} = R + iX$$

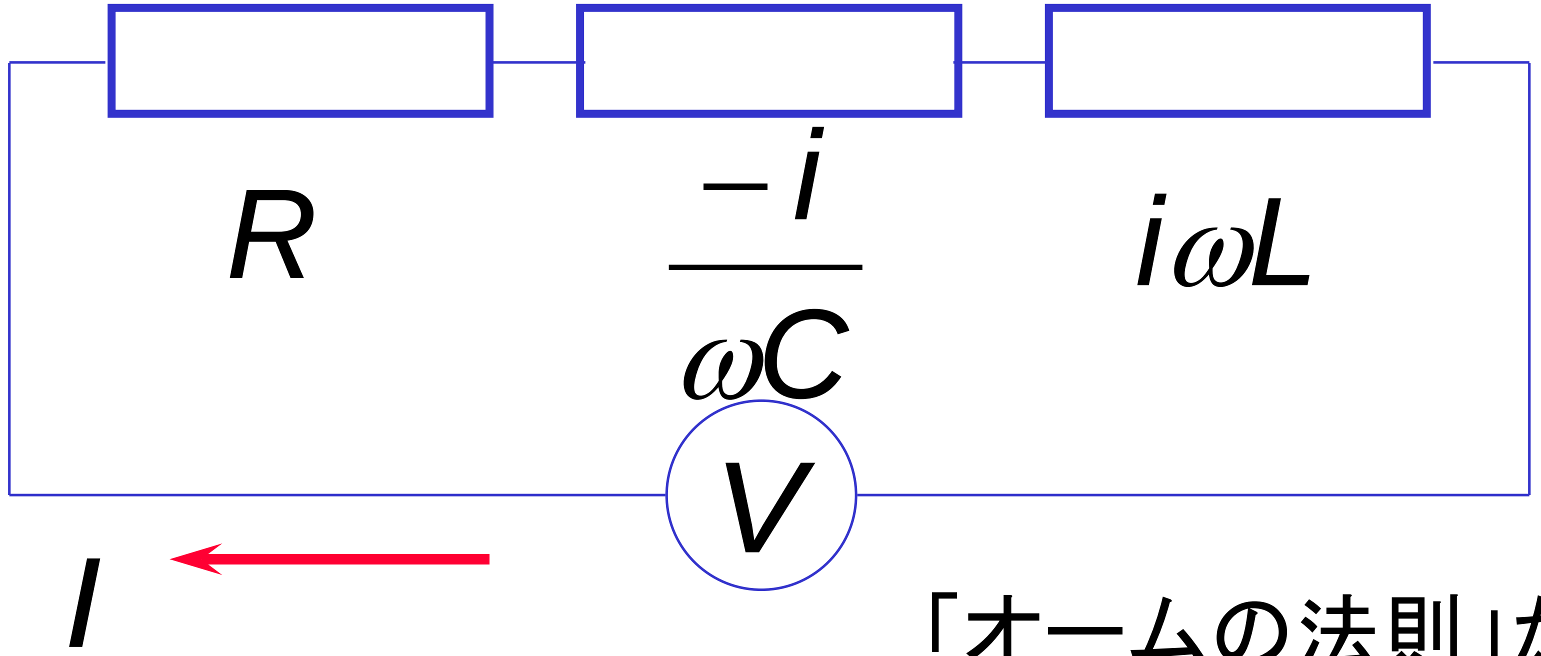
$$i^2 = -1 \quad \frac{1}{i} = -i$$



RCL直列回路



この回路は次の回路と等価である

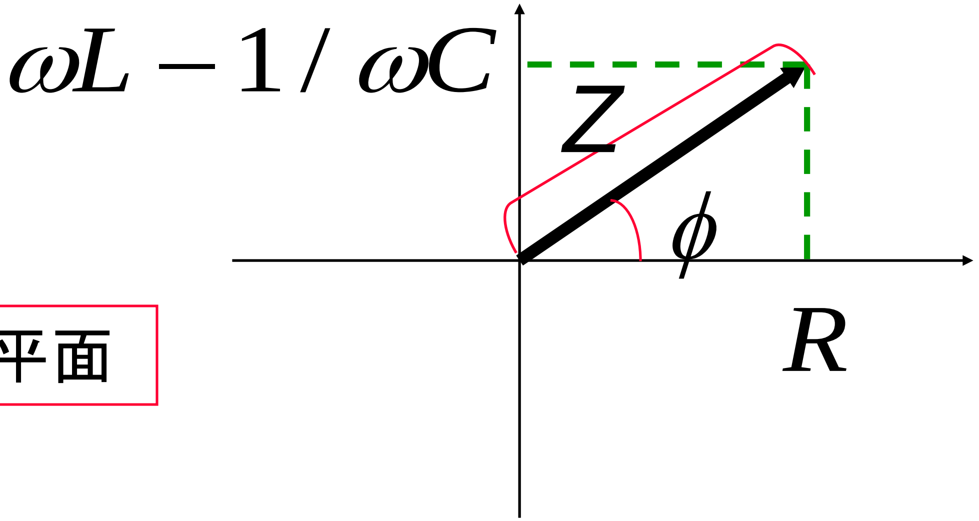


「オームの法則」から

$$\boxed{\tilde{V} = \left(R + \frac{-i}{\omega C} + i\omega L \right) \tilde{I}}$$

RCL直列回路

$$\boxed{\tilde{Z} = R + \frac{-i}{\omega C} + i\omega L}$$



複素平面

$$V_0 = ZI_0$$

$$\boxed{\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2} \\ \tan\phi &= \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \end{aligned}}$$

$\omega L - 1/\omega C = 0$ が成り立つとZの極小

⇒共振

コンデンサー，コイルの合成

- 直列

抵抗のとき

$$R = R_1 + R_2$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$L = L_1 + L_2$$

- 並列

抵抗のとき

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$C = C_1 + C_2$$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$