物理学2

No. 5

単振動

Newtonの運動方程式

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

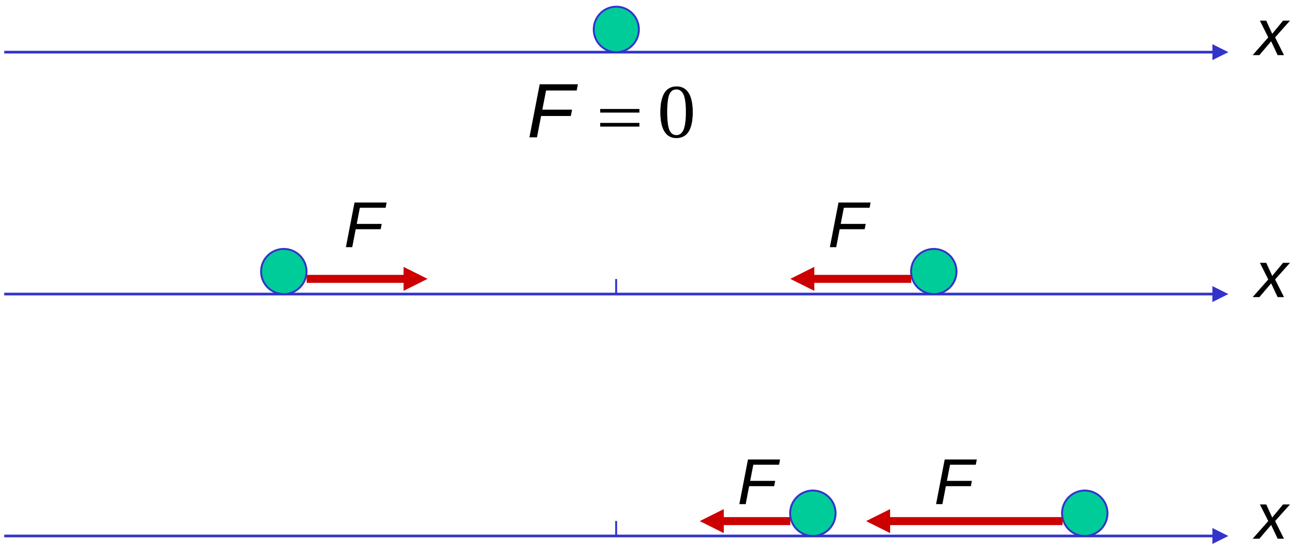
万物の運動を司る究極の方程式　今回もその応用例

単振動を起こす力（復元力）

- 1次元の周期運動… 振動
  単振動（調和振動）

- つりあいの位置 がある。$x=0$とする。
- 変位に比例した，引き戻す力が働く。

つりあいの位置



$$F = -kx$$

$\boxed{\text{復元力}}$

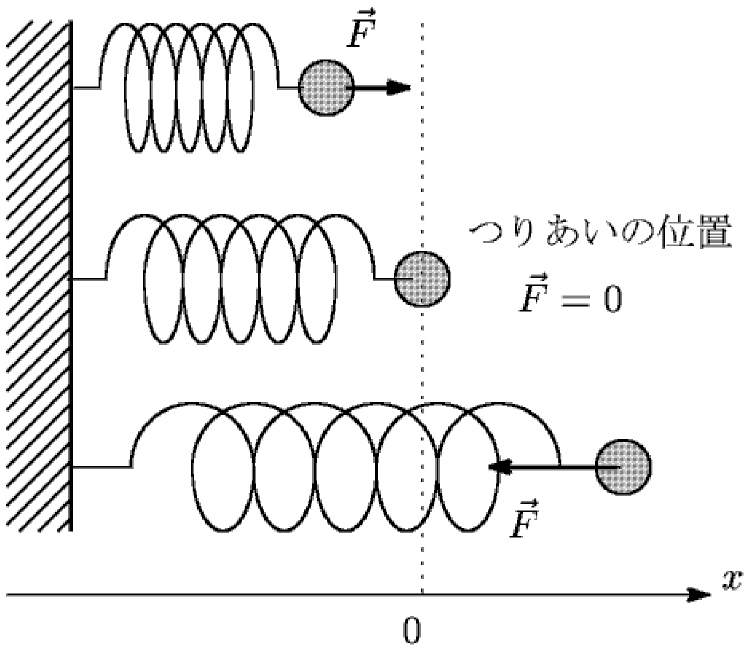
単振動:バネ

フックの法則

伸び，縮みが
力に比例

ばね定数… k

$$F = -kx$$

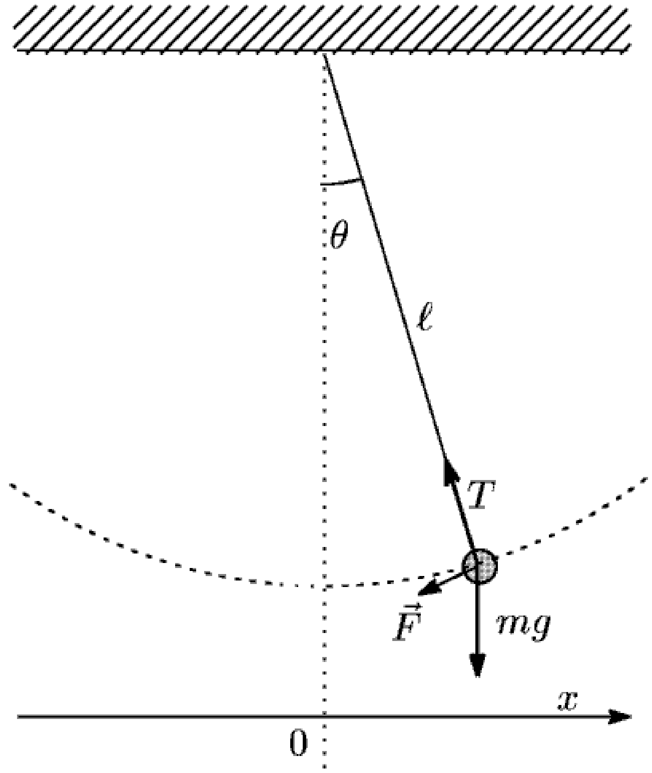


単振動：振り子

振幅が小さいという近似
＞水平方向の往復運動

$$F = -\frac{mg}{\ell}x$$

定数



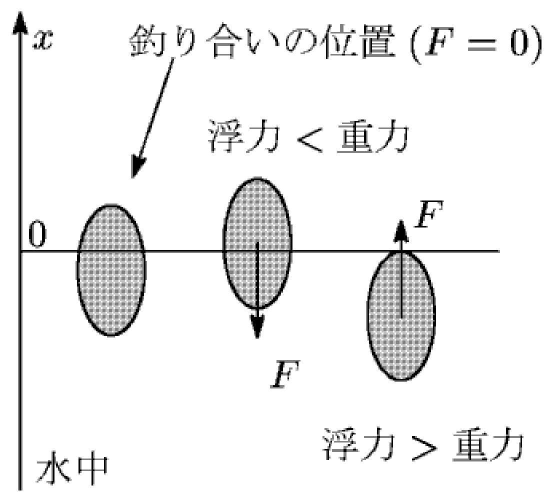
単振動：浮き

浮力と重力のバランスで上下振動

筒型の浮き
  S：断面積
  ρ：水の密度

$$F = -S\rho g x$$

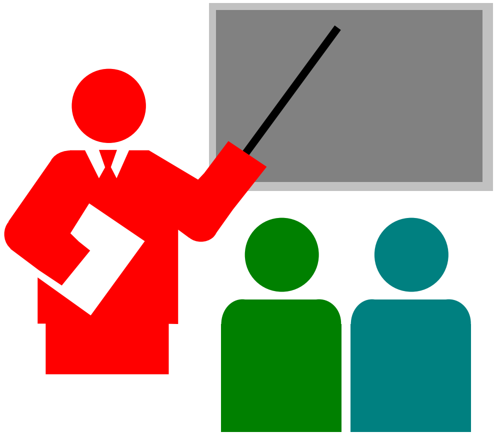
定数



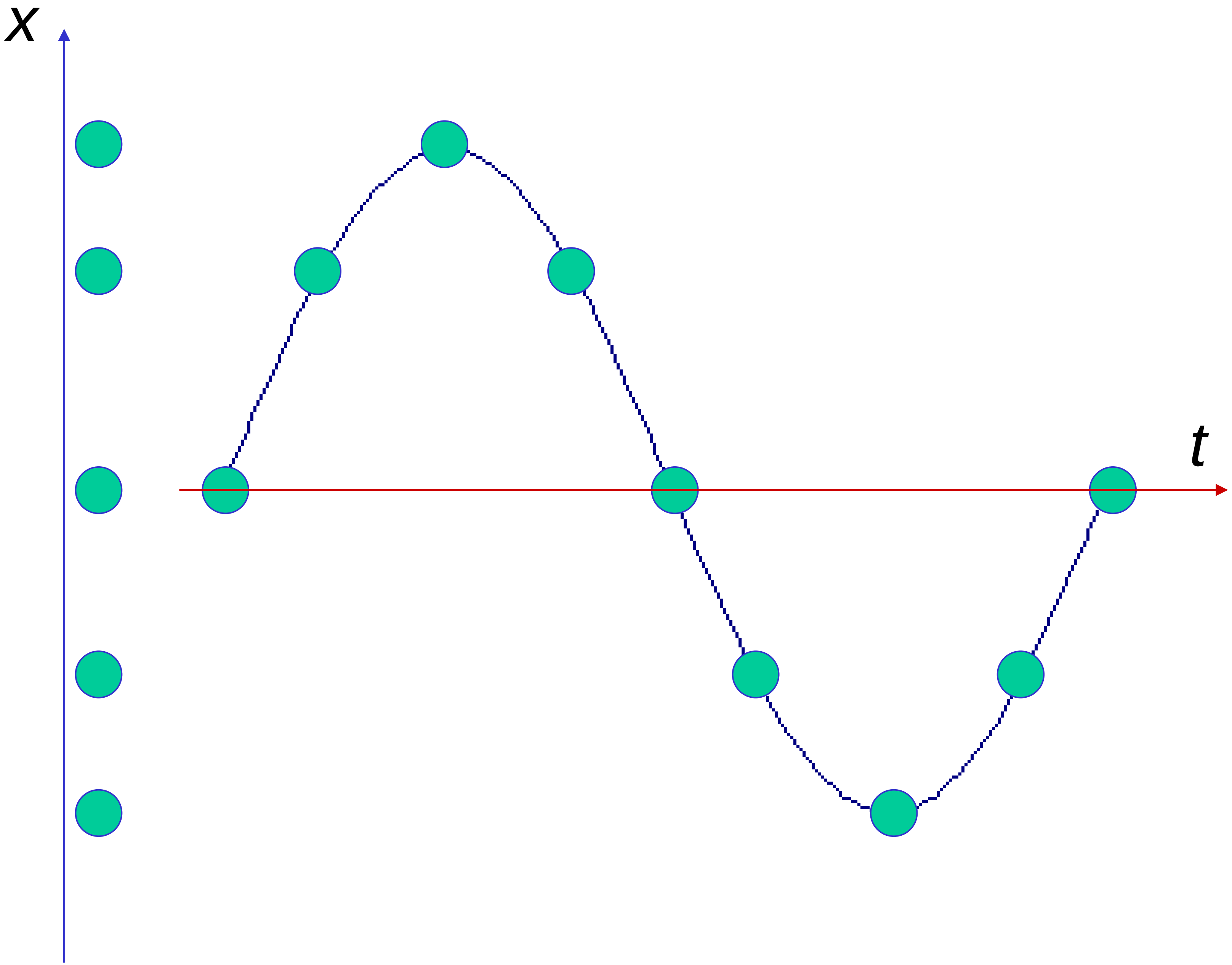
復元力

- ばね
- 振り子
- 浮き

$$F = -kx$$



実体は異なっていても，
表す方程式は同一
→ **統一的扱いが可能**


x
t

単振動:運動方程式を解く

$$\boxed{F = ma} \qquad -kx = ma$$

$$\boxed{a = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{k}{m} = \omega^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

角振動数ω

この微分方程式は
物理学1で学習ずみ、復習

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

この微分方程式の解は？

→ 教科書p.37 の計算，
あるいは，物理学1の説明

$$x(t) = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

積分定数 $C_1, C_2 \leftarrow$ 初期条件

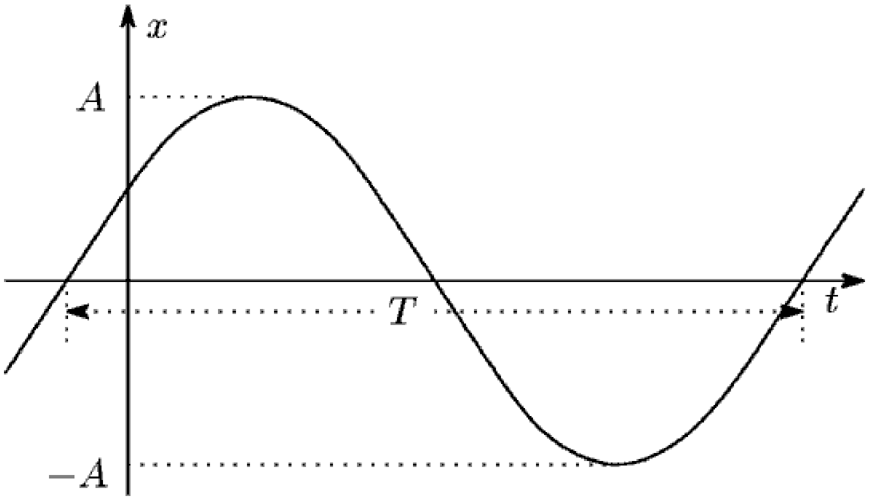
加法定理(A.4)で変形
A, ϕが積分定数。

$$\boxed{x(t) = A \sin(\omega t + \phi)}$$

単振動

周期的な振動運動

- T：周期（1サイクルに要する時間）
- f: 振動数（1sに何サイクル振動するか）



$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

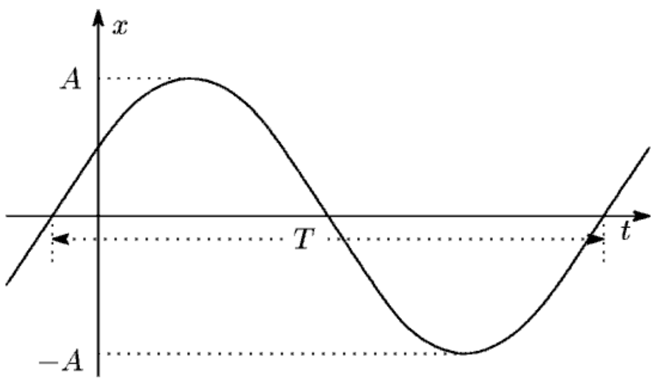
$$\omega t = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad f = \frac{1}{T}$$

単位　s　　　1／s＝Hz

（ヘルツ）

単振動, まとめ



$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

初期条件

A 振幅

ϕ 初期位相

力の性質

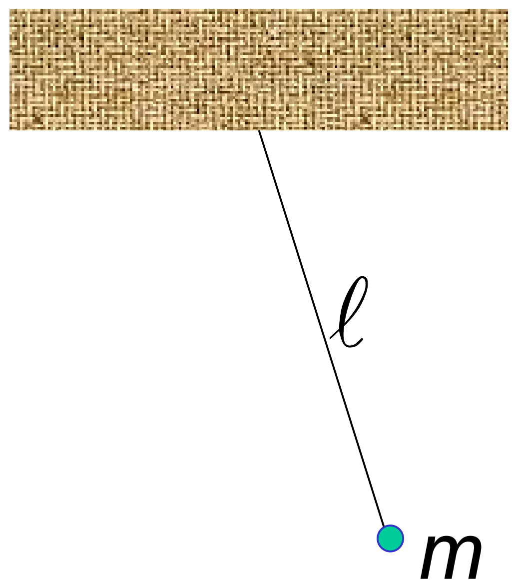
T 周期

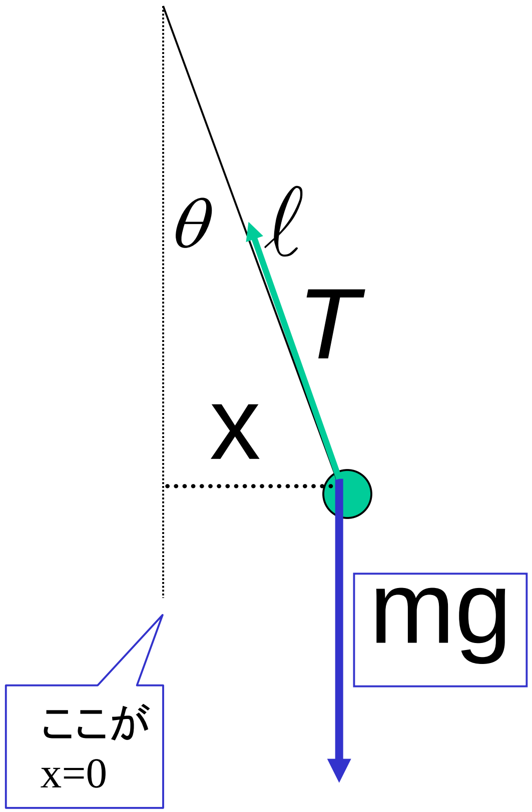
f 振動数

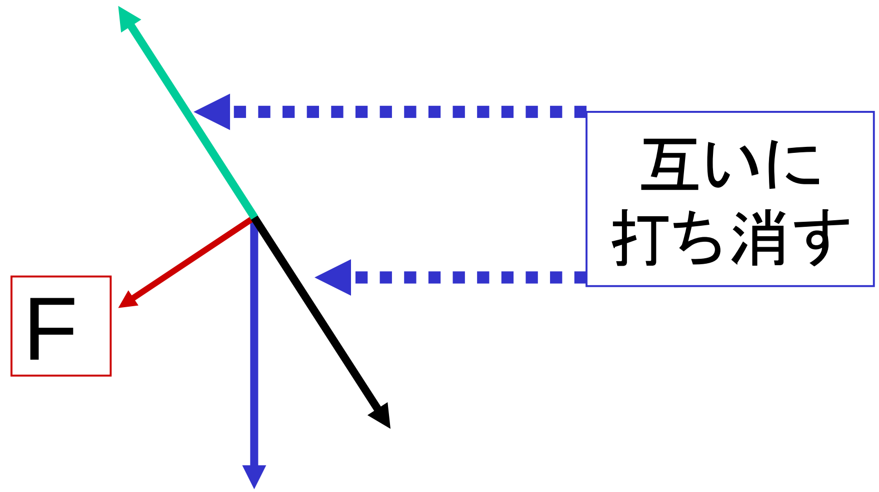
$$F = -kx \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega},\ f = \frac{1}{T}$$

例題（1）

ひもの長さ ℓ の振り子の周期を求めよ。







$$\ell : x = mg : F$$

重力のひもに垂直な方向の成分が振動を引き起こす。

$$F = \frac{mg}{\ell}x$$

力の大きさ

単振動：一般論

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

振り子

$$F = -\frac{mg}{\ell}x$$

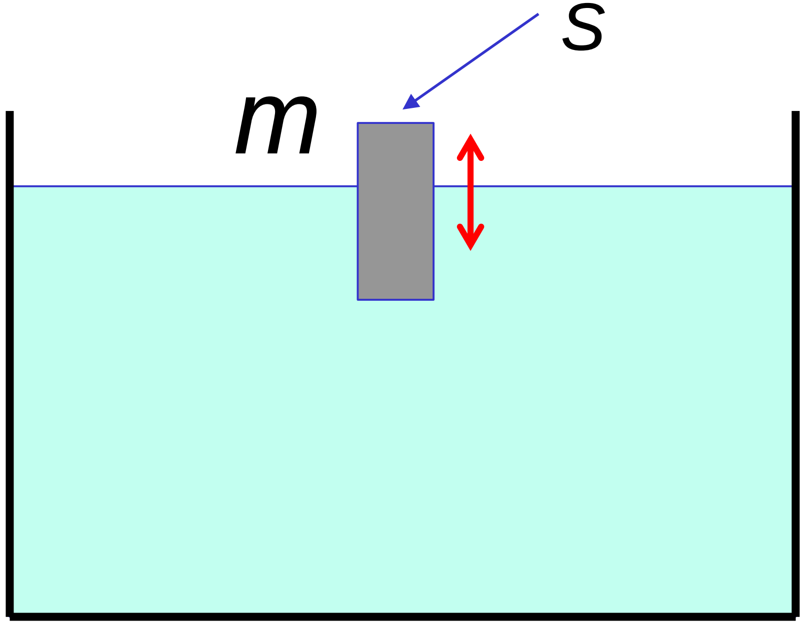
周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

例題（2）

質量 m 断面積 S の筒型の浮きが上下に振動するときの力を求めよ。水の密度を ρ とする。

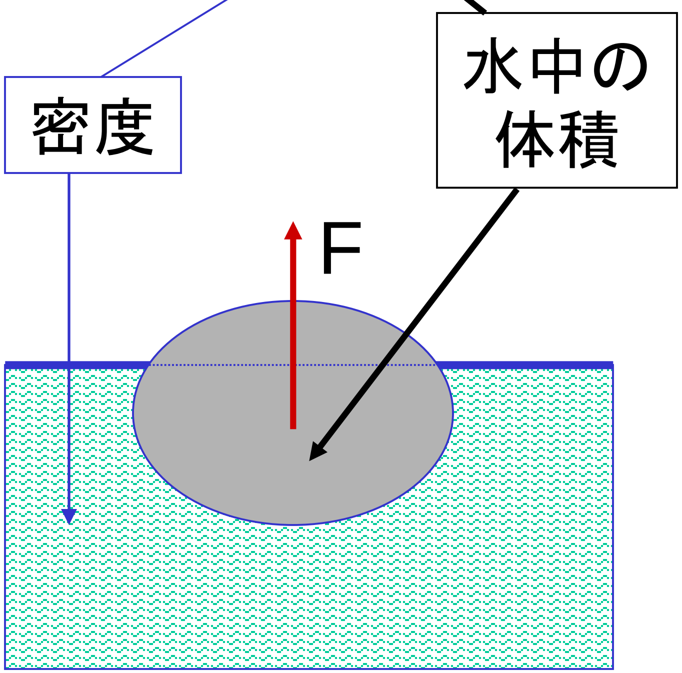


浮力

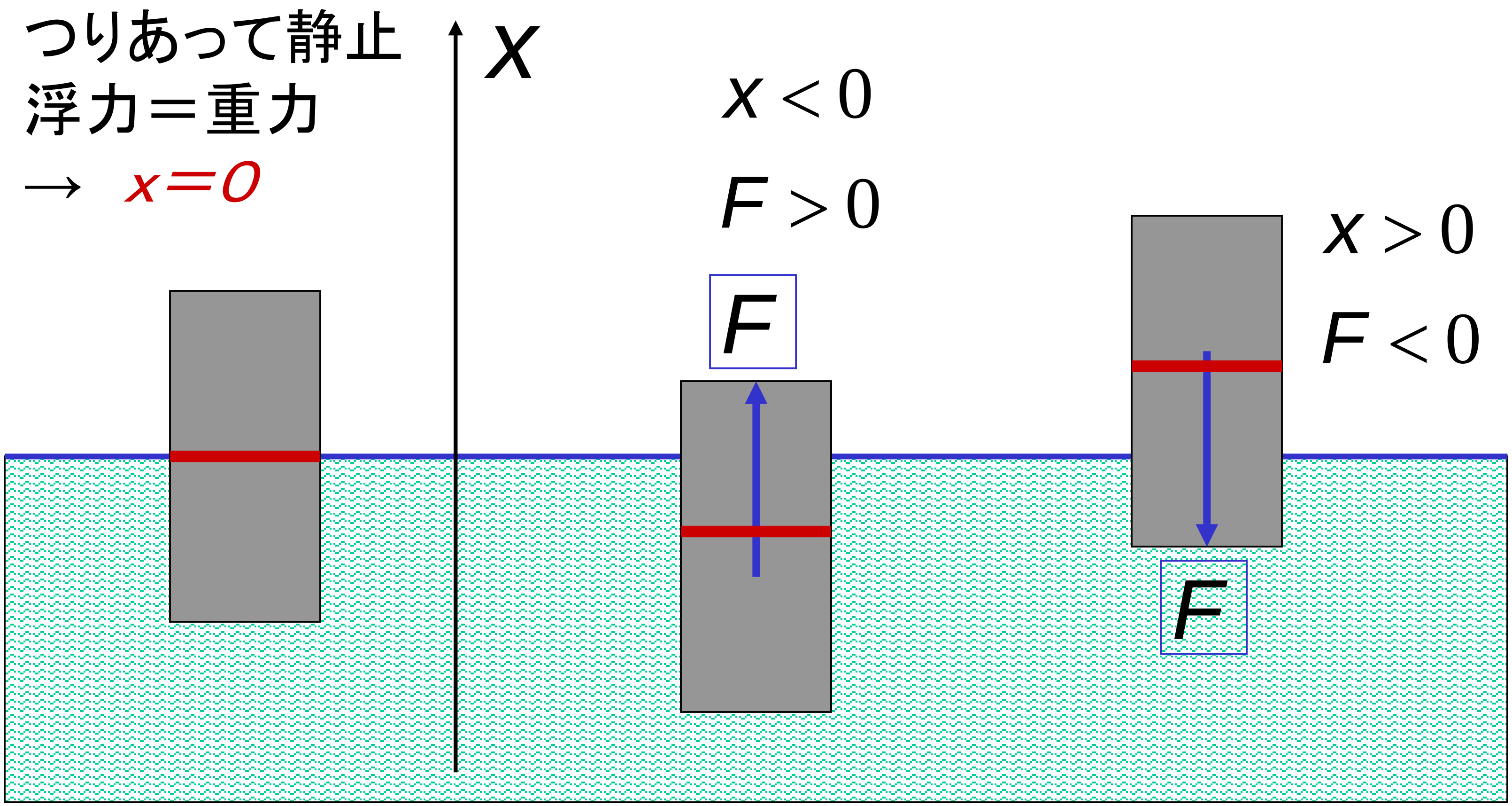
- アルキメデスの原理

＜浮力の大きさは物体が排除した流体に働く重力と同じ＞

$$F = \rho V g$$



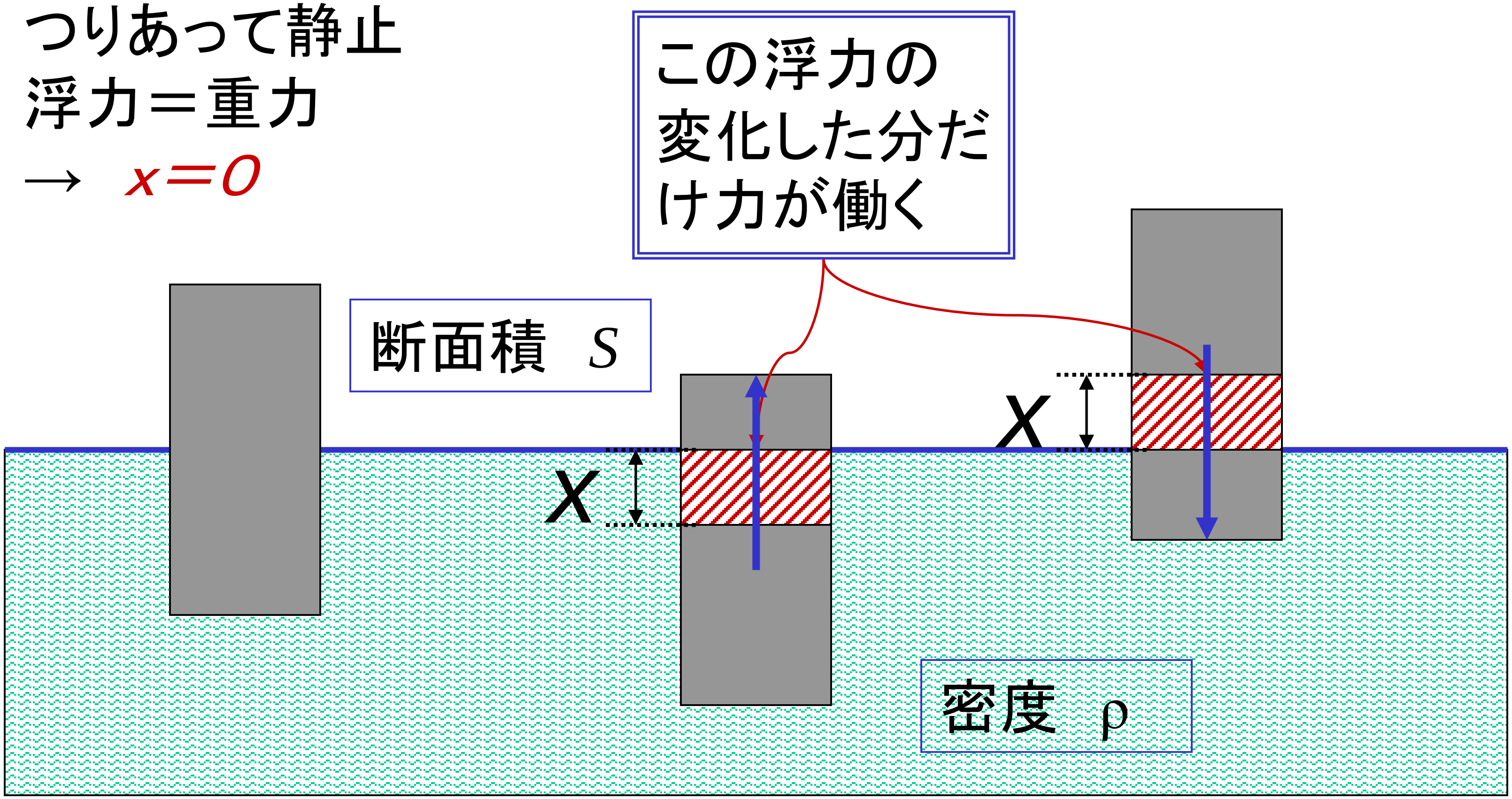
重力(mg)は常に一定



$$F = -(Sx)\rho \cdot g$$

重力(mg)は常に一定

つりあって静止
浮力＝重力
→ $x=0$



例題(3)

力 $F=-kx$ によって質点が $x=A\sin(\omega t)$ という運動をしている。
このとき，時刻 t における運動エネルギー K とポテンシャルエネルギー U を時刻 t を含む式で，それぞれ表せ。
次に，両者の和 $K+U$ が時間的に一定であることを示せ。