物理学1

Ｎｏ．２
座標系とベクトル
（位置，速度，加速度）

スカラーとベクトル

物理量の（数学的）分類

- 大きさだけの量…スカラー
  例）質量，温度，…
- 大きさと向きを持つ量…ベクトル
  例）速度，力，…

量と符号（1次元ベクトル）

スカラーに見える量でも符号に意味あり・・・
　その状況での「規約」に従う（教科書1．3節）

例1：a＝収入金額

a＝1000　・・・　1000円もらった

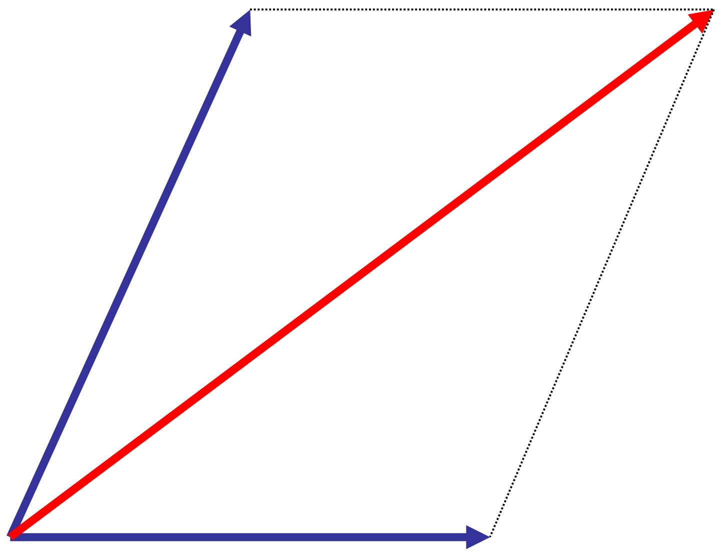
a＝−2000　・・・2000円支払った

例2：　b= 東を正とする位置

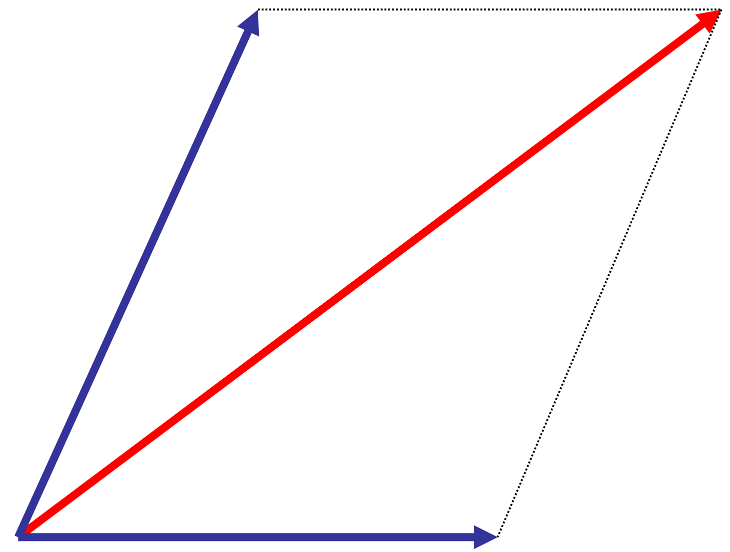
b= 100　・・・ 東に100mの位置

b= −50　・・・ 西に50mの位置

ベクトル：平行四辺形での合成，分解



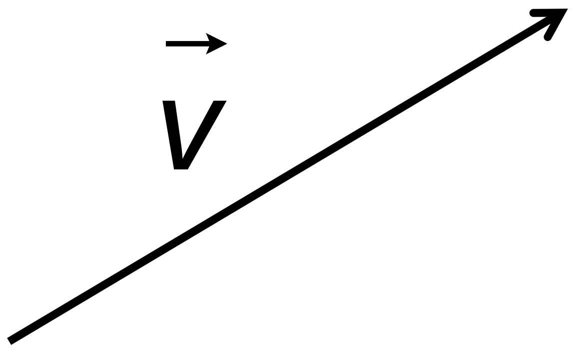
合成



分解

ベクトル　（教科書A. 5）

$\vec{v}$



矢印での図形的理解

絶対値（長さ）

線や面に対する角度

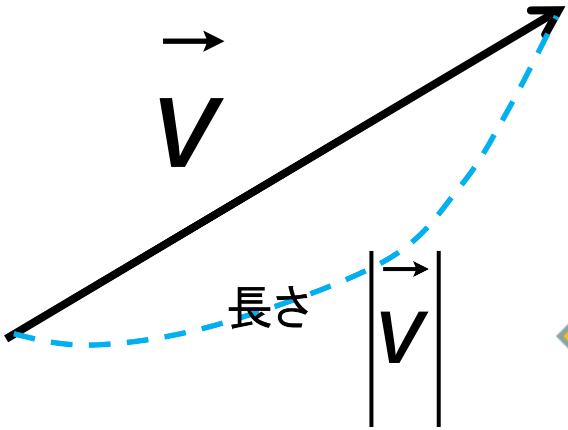
- 絶対値
- 内積
- 外積

成分での理解

この授業での表記法　$\vec{v} = (a, b, c)$

x成分，y成分，z成分

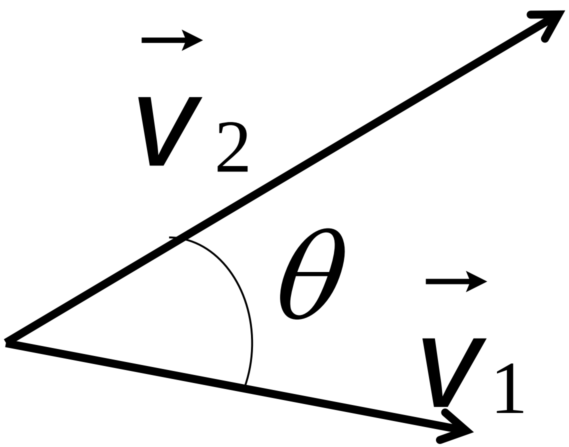
絶対値



$$\vec{v} = (a, b, c)$$

$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

内積 $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$



$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$$

$$= a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2$$

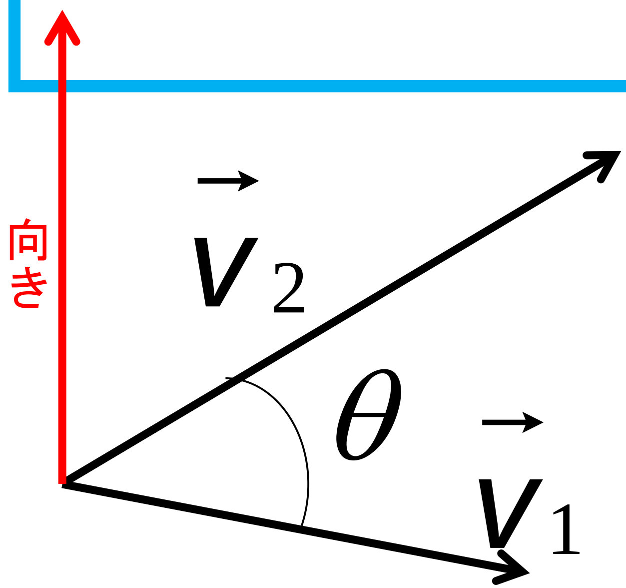
$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$$

$$= \left|\vec{v}_1\right| \left|\vec{v}_2\right| \cos\theta$$

$$\vec{v}_1 = (a_1, b_1, c_1)$$

$$\vec{v}_2 = (a_2, b_2, c_2)$$

外積　$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$



$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (b_1c_2 - c_1b_2, c_1a_2 - a_1c_2, a_1b_2 - b_1a_2)$$

$$\vec{v}_1 = (a_1, b_1, c_1)$$

$$\vec{v}_2 = (a_2, b_2, c_2)$$

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

大きさ

$$= \left|\vec{v}_1\right|\left|\vec{v}_2\right| \sin\theta$$

例題（1）

$\vec{a} = (1,3,5)$, $\vec{b} = (3,2,1)$

について以下を求めよ。

（教科書：付録A.5）

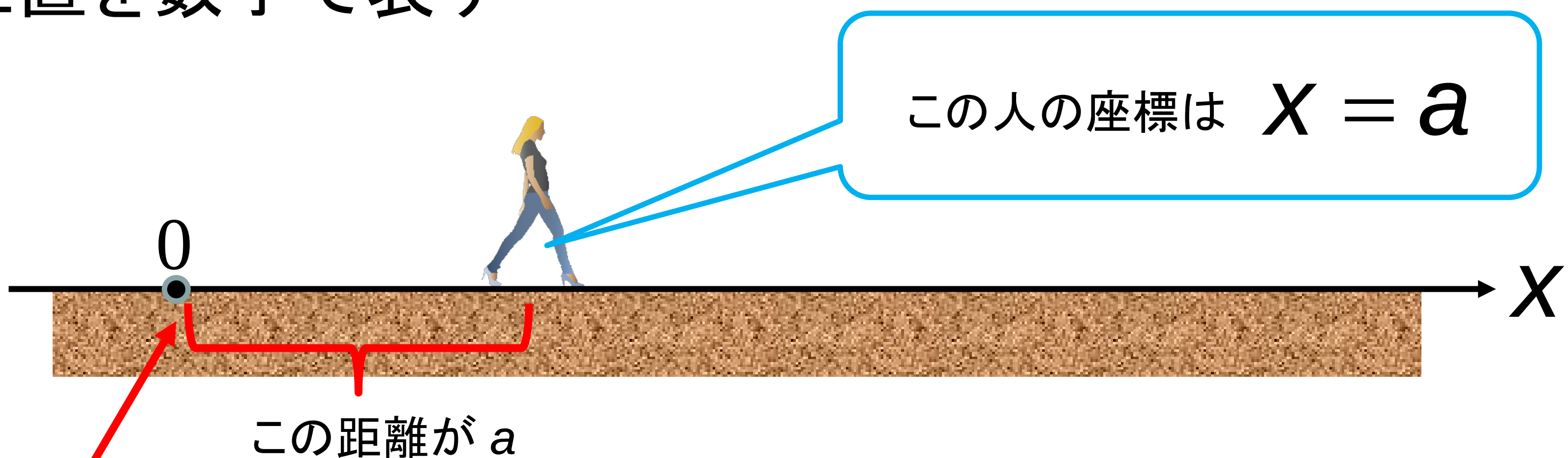
（1） 絶対値　$|\vec{a}|$

（2） 内積　$\vec{a} \cdot \vec{b}$

（3） 外積　$\vec{a} \times \vec{b}$

座標

位置を数字で表す



ここを　$x=0$
と約束する（原点）

人が歩けば座標の値が
変化する

位置 x は時間 t の関数

$$x = x(t)$$

関数表記の説明

人が歩けば座標の値が
変化する

位置 x は時間 t の関数

$$x = x(t)$$

量

関数

高校数学

$$y = f(x)$$

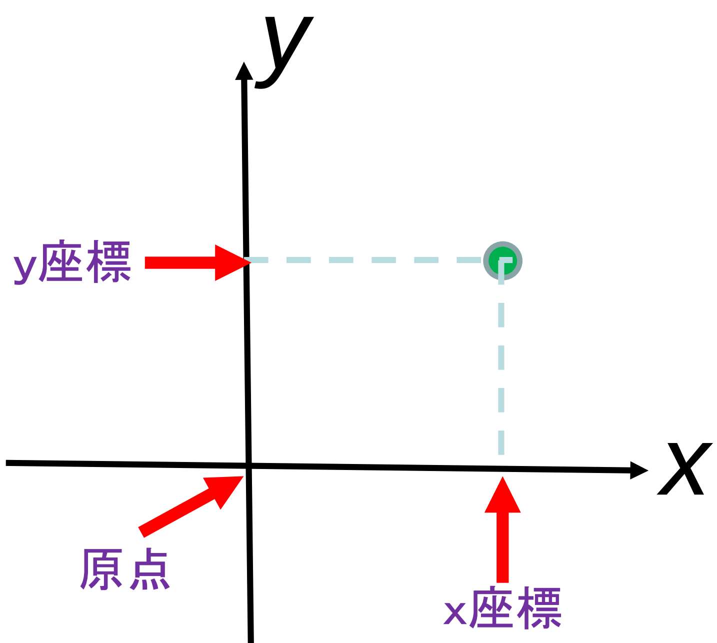
物理では，時間変化を考えるので
位置 x が 時間　t　の関数

物理では，量が多数でてくるので関数記号と
量の文字を同じにしてしまう。
（慣れると，とても便利！）

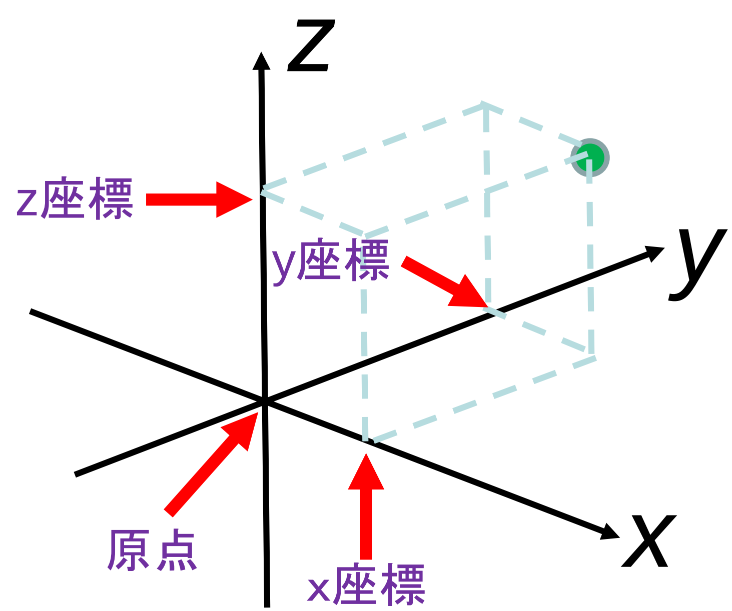
2次元，3次元の座標

一本道では座標 x だけで良かった

平面上の位置
数が2つ要る



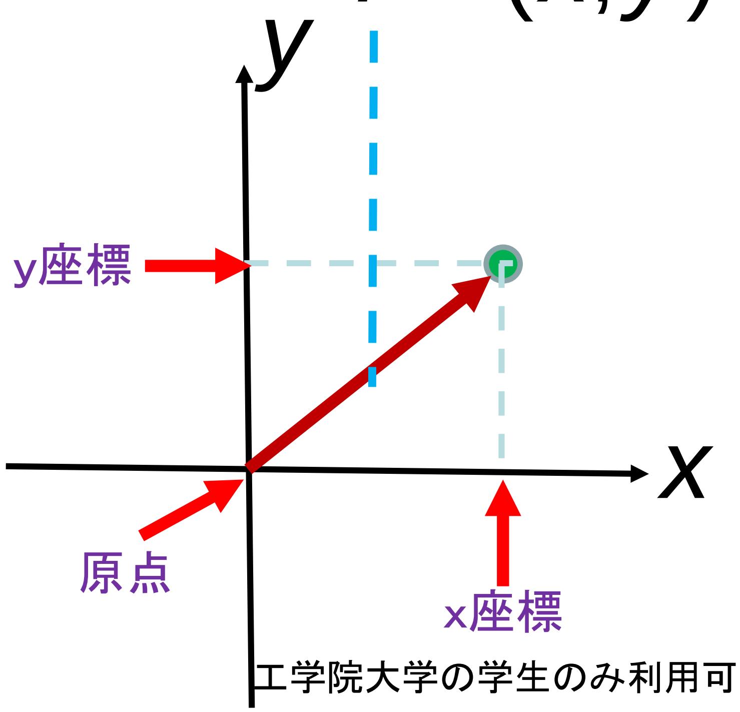
空間内の位置
数が3つ要る



位置ベクトル

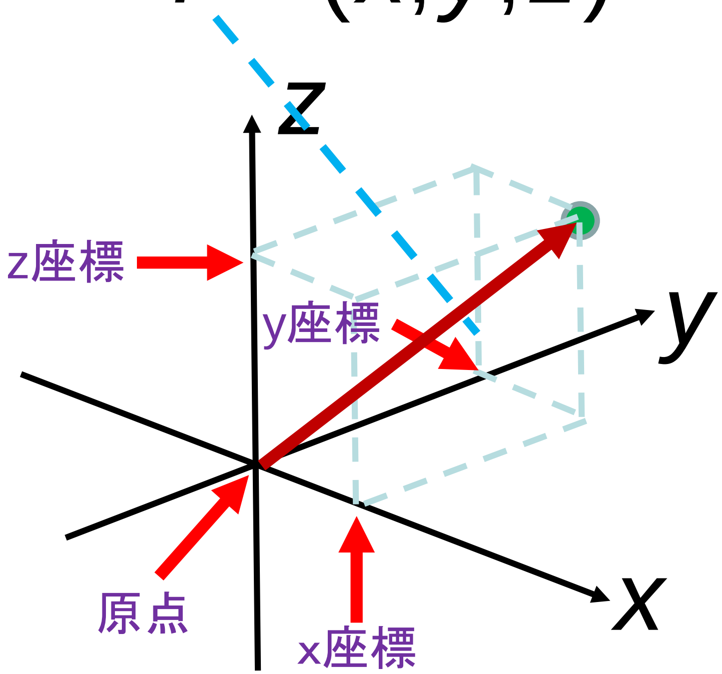
平面上の位置
数が2つ要る

$$\vec{r} = (x, y)$$



空間内の位置
数が3つ要る

$$\vec{r} = (x, y, z)$$



自由度（教科書1．2節）

ある対象を記述するとき，独立な変数がいくつ必要か。

例1：　ジェットコースター（の先頭位置）
３次元空間の運動だが，出発点からの距離という
１変数で決まる。
　　自由度は1

例2：　船の位置
緯度と経度を指定すればよい。
　　自由度は2

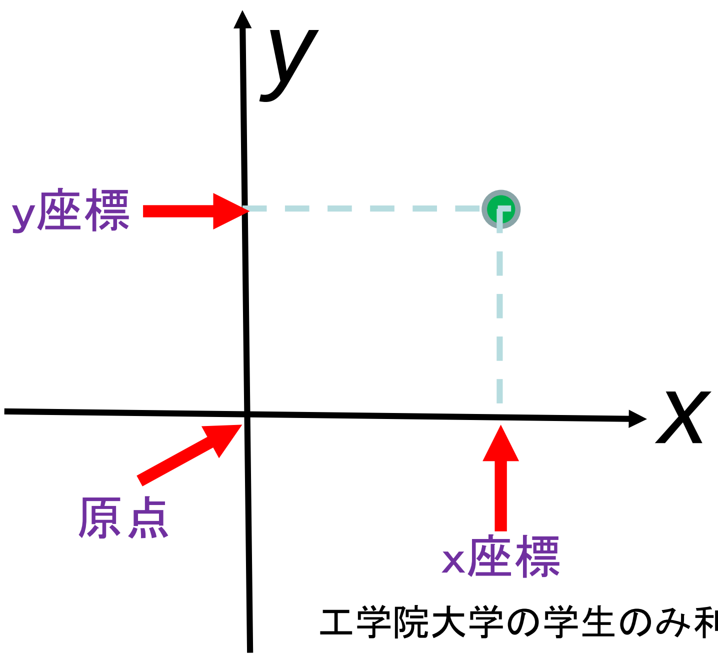
例3：　潜水艦の位置
緯度と経度と深度を指定すればよい。
　　自由度は3

各種の座標系

位置を記述するための変数の組と考えればデカルト座標が唯一の座標系ではない。以下は例。

2次元のデカルト座標（直交座標）

(x,y)

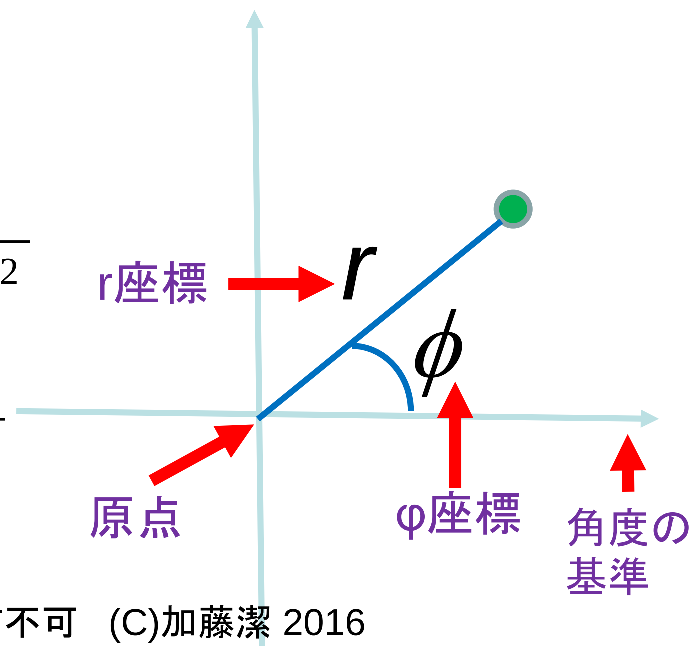


$$\begin{cases} x = r\cos\phi \\ y = r\sin\phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2} \\ \phi = \tan^{-1}\dfrac{y}{x} \end{cases}$$

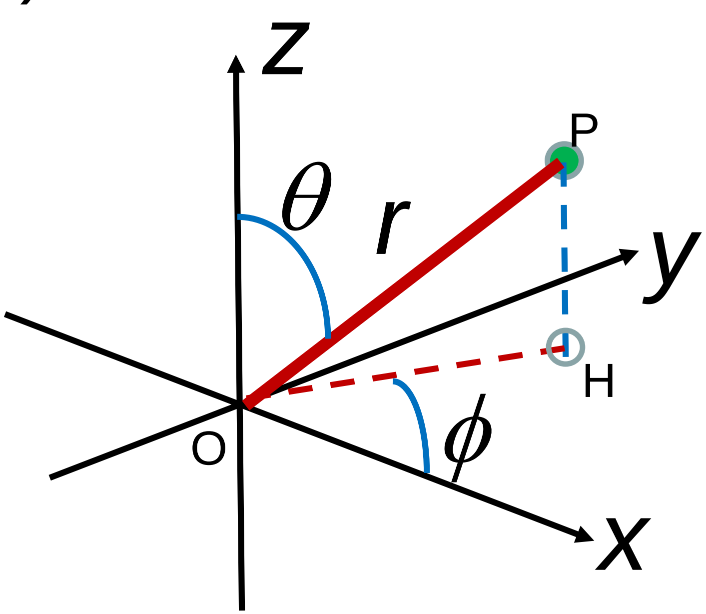
2次元の極座標

(r,ϕ)



例題(2)

次のように定義されたものを3次元の極座標という。
3次元のデカルト座標(直交座標)との間の関係式を答えよ。
O は原点，P=(x,y,z)，H=(x,y,0)
r= 原点からの距離(OPの長さ)
θ＝z軸とOPのなす角
φ＝x軸とOHのなす角



グラフ

基本：順次，点の位置を求めて，それらをつないだものがグラフ

・・・これさえ分かっていれば，どんなグラフでも描ける　　（電卓があると便利）

例題(3)

次の式に従って，xy平面を運動している点がある。

運動の軌道の概形を描け

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$$

$$
\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}
$$

t	0	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	π	$\dfrac{5\pi}{4}$	$\dfrac{3\pi}{2}$	$\dfrac{7\pi}{4}$	2π
x	0	0[illegible]3	0.57	1.65	3.14	4.63	5.71	6.20	6.28
y	0	0.29	1	1.71	2	1.71	1	0.29	0

$$
x = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.0783
$$

$$
y = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.293
$$

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$$

t	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	2π
x	0	0.078	0.57	1.65	3.14	4.63	5.71	6.20	6.28
y	0	0.29	1	1.71	2	1.71	1	0.29	0

サイクロイド