物理学2

No. 2

運動方程式, 2次元運動

工学院大学の学生のみ利用可:印刷不可:再配布不可　(C)加藤潔 2016

力学の基本：運動方程式

Newtonの運動方程式

万物を支配する究極の方程式
すべての運動は次の式で記述される

$$F = ma$$

力　　　　質量　　　加速度

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

おまけのスライド

ただし書き（限界について）

$$F = ma$$

- 相対性理論 光に近い高速度，高エネルギー現象では，運動方程式の修正が必要
- カオス 非線形による初期値敏感性，微小な差が結果として大きな違いを生み出す
- 量子論 ミクロの世界ではNewton力学に代わる新たな論理体系がある

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

力学の基本：運動方程式

方程式を「解く」とはどういうことか？

$$F = ma$$

力　　質量　　加速度

もし，座標 $x(t)$ が時間の関数として具体的に与えられれば，ある時刻における位置が分かる。
つまり，この質点の運命がすべて記述されている。
これが解けたということである。

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

方程式は微分方程式として解く
既に物理学１で学習したこと
1）加速度 a が定数の場合
2）加速度が速度の関数の場合　$a = f(v)$
3）加速度が座標に比例する場合　$a = Bx$

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

2次元の場合

- 地上で斜めに質点を投射

  水平方向＝x,　鉛直方向＝y

  x 方向と y 方向は独立に扱ってよい。

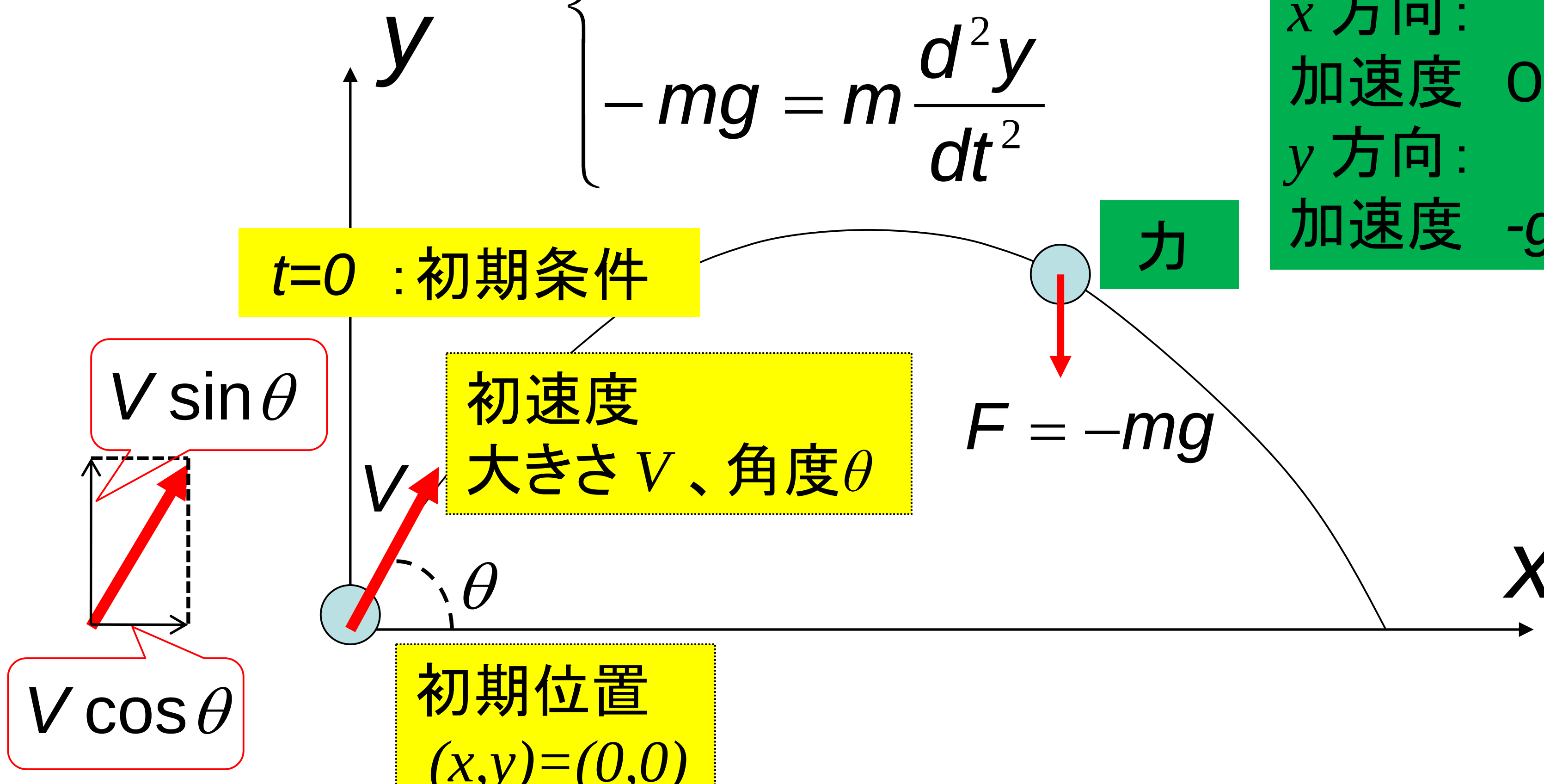
$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \end{cases}$$

教科書2．5．2節

工学院大学の学生のみ利用可:印刷不可:再配布不可　(C)加藤潔 2016

放物運動(教科書p.30-31)

$$
\begin{cases}
0 = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\
-mg = m\dfrac{d^2y}{dt^2}
\end{cases}
$$



x 方向:
加速度 0
y 方向:
加速度 $-g$

工学院大学の学生のみ利用可:印刷不可:再配布不可 (C)加藤潔 2016

放物運動(教科書p.30-31)

$$\begin{cases} 0 = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ -mg = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \end{cases}$$

等加速度運動のときと同様に計算する

$$\boxed{v = at + v_0}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0}$$

x 方向

$$a = 0, v_0 = V\cos\theta, x_0 = 0$$

$$\boxed{\begin{cases} v_x = V\cos\theta \\ x = V\cos\theta\, t \end{cases}}$$

y 方向

$$a = -g, v_0 = V\sin\theta, y_0 = 0$$

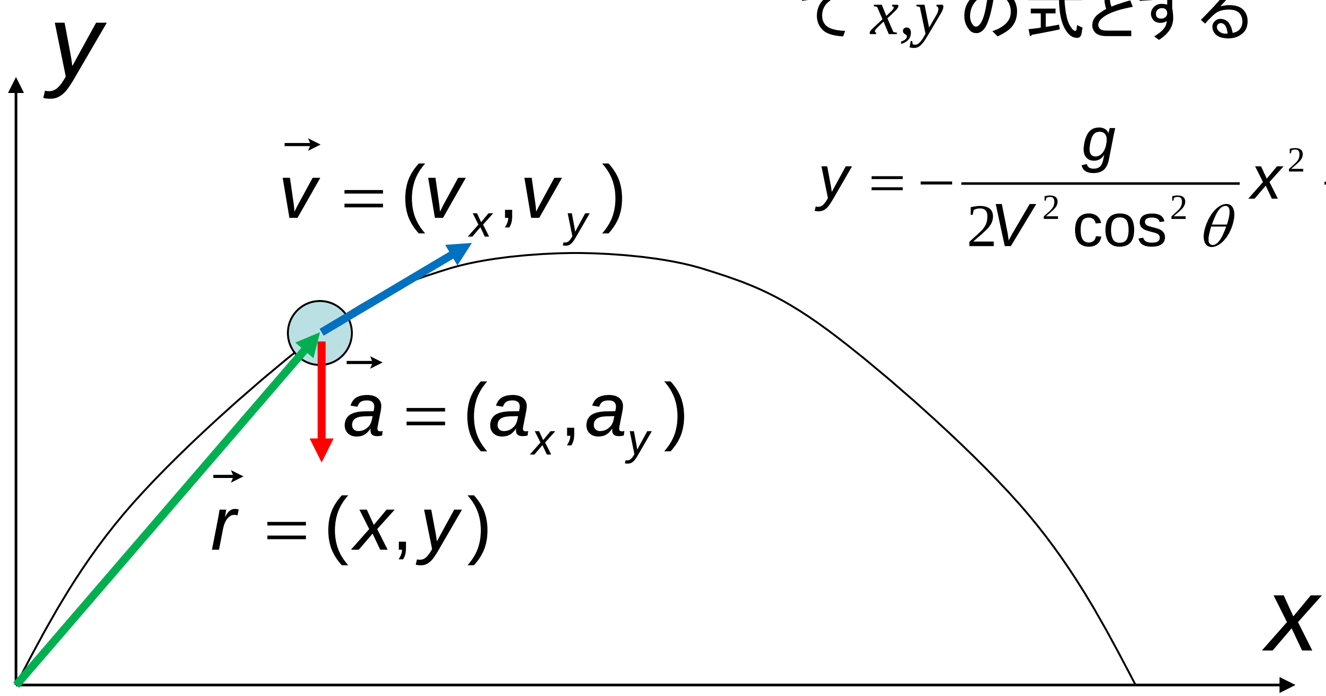
$$\boxed{\begin{cases} v_y = -gt + V\sin\theta \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + V\sin\theta\, t \end{cases}}$$

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

放物運動

軌道:時刻 t を消去して x,y の式とする

$$y = -\frac{g}{2V^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta\, x$$

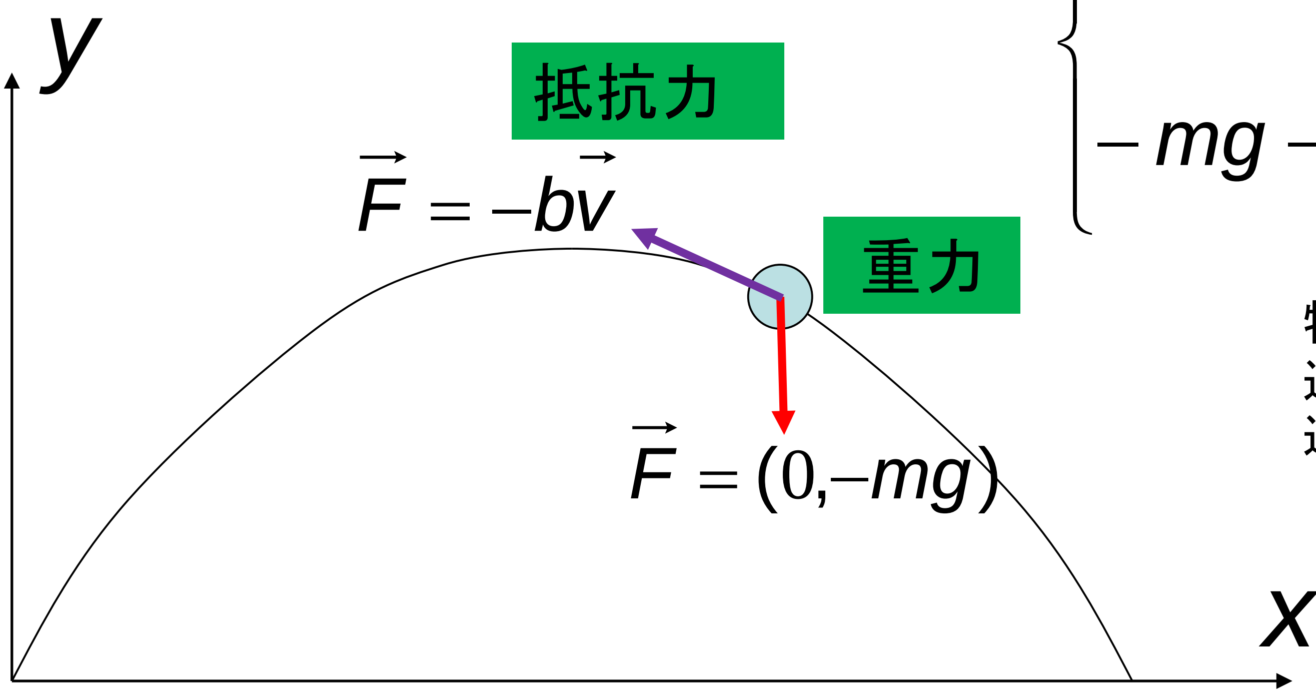


工学院大学の学生のみ利用可:印刷不可:再配布不可　(C)加藤潔 2016

放物運動，空気抵抗あり

速度に比例する抵抗力を仮定する

$$
\begin{cases}
-bv_x = m\dfrac{dv_x}{dt} \\
-mg - bv_y = m\dfrac{dv_y}{dt}
\end{cases}
$$

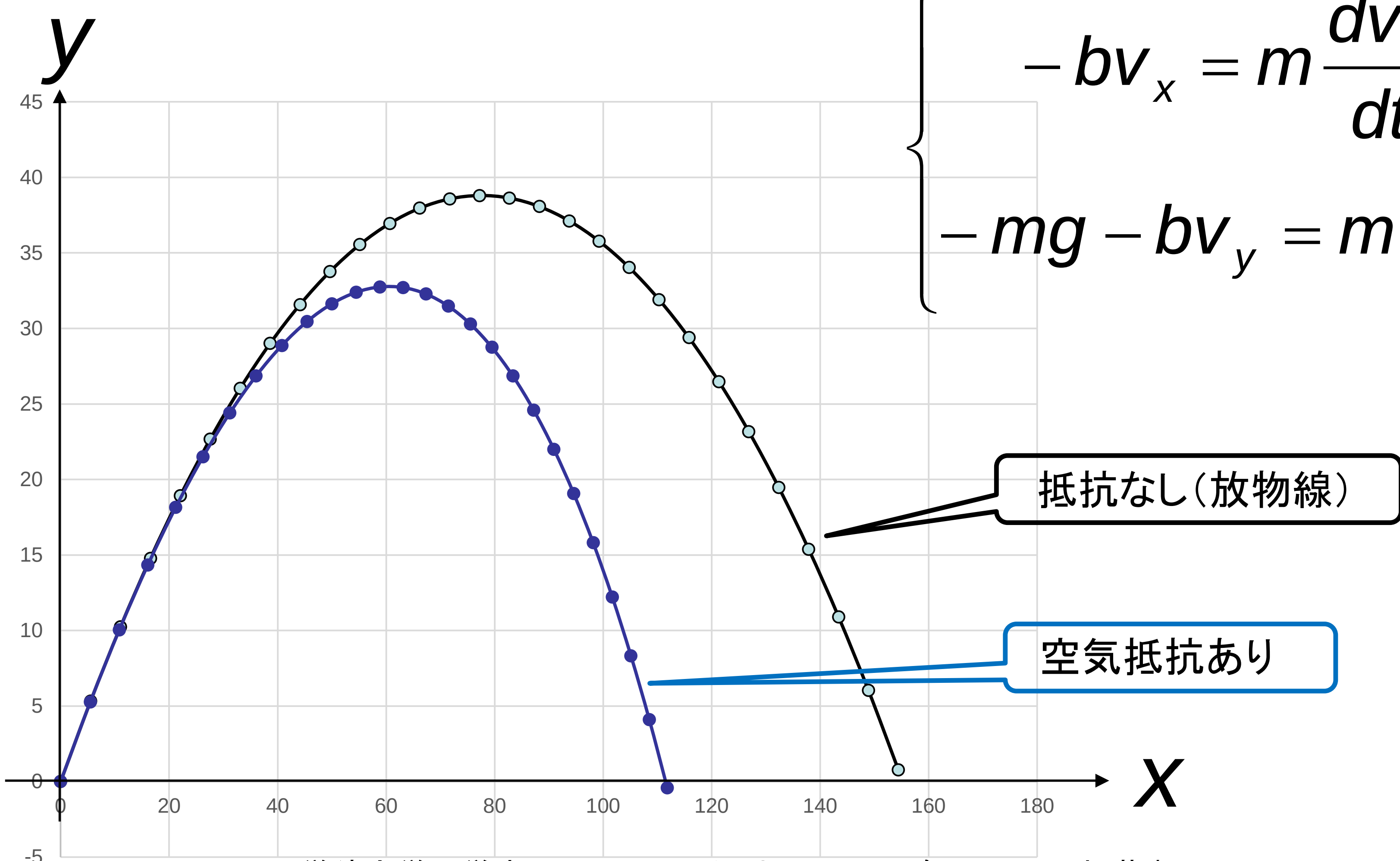


物理学1で学んだ，
速度に比例する加
速度の微分方程式

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

放物運動，空気抵抗あり

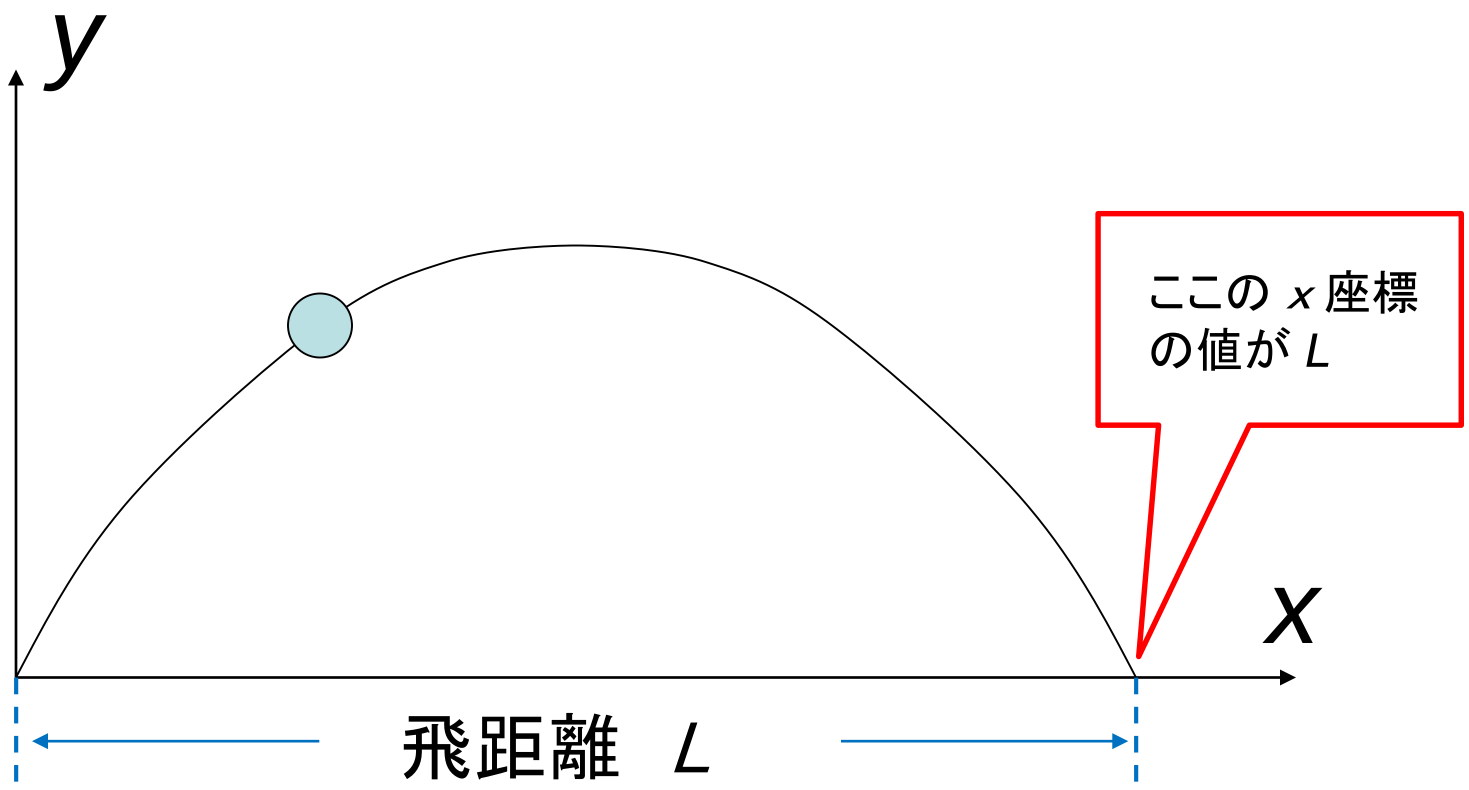
$$
\begin{cases}
-bv_x = m\dfrac{dv_x}{dt} \\
-mg - bv_y = m\dfrac{dv_y}{dt}
\end{cases}
$$



工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

例題(1)

放物運動における飛距離を求めよ。



工学院大学の学生のみ利用可:印刷不可:再配布不可 (C)加藤潔 2016

飛距離Lを求める（例題2．3 p.31）

求めたx，yの式を使う

$$\begin{cases} x = V\cos\theta\, t \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + V\sin\theta\, t \end{cases}$$

地上に落下するとは？

$$0 = -\frac{1}{2}gt^2 + V\sin\theta\, t$$

→y＝0になるということ

落下時刻が決まる

$$t = 0 \quad t = \frac{2V\sin\theta}{g}$$

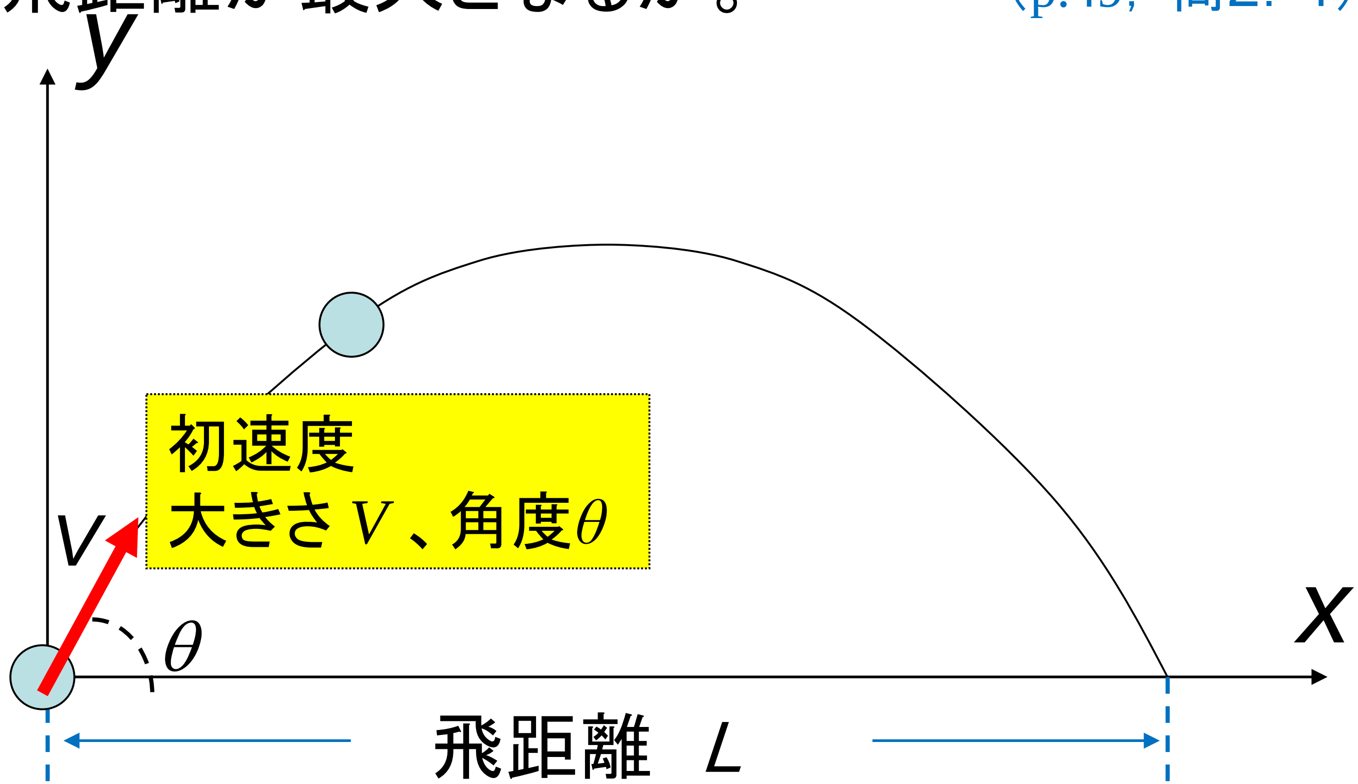
時刻tをxに代入すると
飛距離Lとなる

$$x = L = V\cos\theta \times \frac{2V\sin\theta}{g}$$

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

例題（2）

（1）の続き。Vを一定としたとき，どの角度で投げたら飛距離が最大となるか。 （p.49，問2．4）



工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可 (C)加藤潔 2016

放物運動の飛距離

飛距離 $$L = \frac{2V^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

三角関数の倍角公式 $$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$$

$\sin 2\theta$ の最大値は1（2θ＝90°のとき）

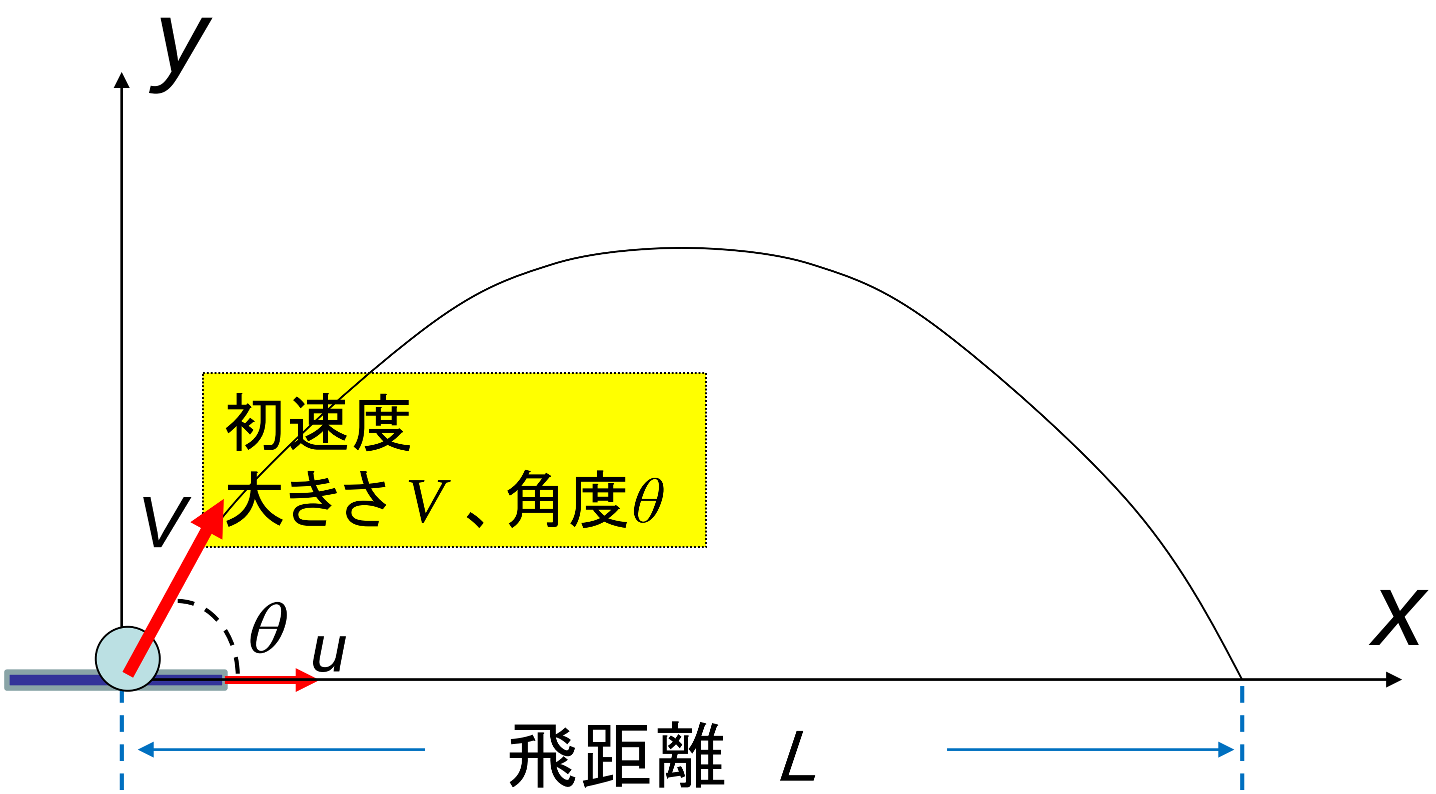
θ=45°で飛距離最大

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016

例題（3）

ある自動車に小球を発射する装置がとりつけられている。自動車が静止しているとき，小球は速さ V，地上に対する角度 θ で発射される。
この車が速さ u で水平面を走っており，$t=0$ に地点O を通過したときに小球を前方に発射したところ地点P に落下した。OPの距離を L とする。点Oを原点(0, 0)にとる。
L が最大となる角度での $\cos\theta$ を求めよ。
自動車の大きさは無視してよい。

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016



例題（１）（２）と何が違うか考えよう。

工学院大学の学生のみ利用可：印刷不可：再配布不可　(C)加藤潔 2016