物理学2

No. 3

仕事

保存量

- 不変なもの，時間的に変わらないもの

物理学の保存則＝保存量が一定に保たれるということ

エネルギーは最も基本的な保存量

教科書３．１節

エネルギーと仕事

- エネルギー（E）＝　仕事（W）をする能力
- エネルギー…形は変わっても，合計は一定（保存する）　力学エネルギー，電気エネルギー，熱エネルギー，化学エネルギー，光エネルギー，核エネルギー，・・・

始めのエネルギー　E_a → 終りのエネルギー　E_b

↓

仕事 W

$$E_a - E_b = W$$

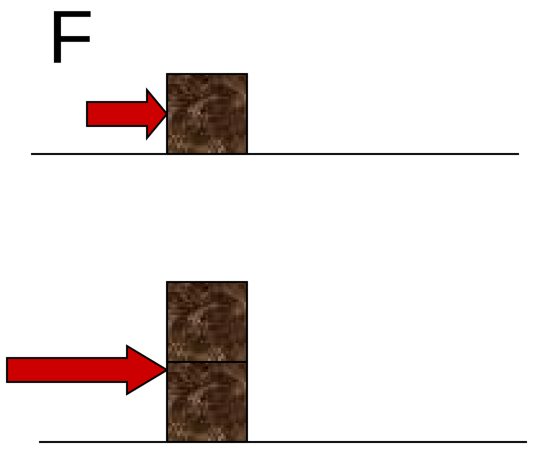
教科書３．１節

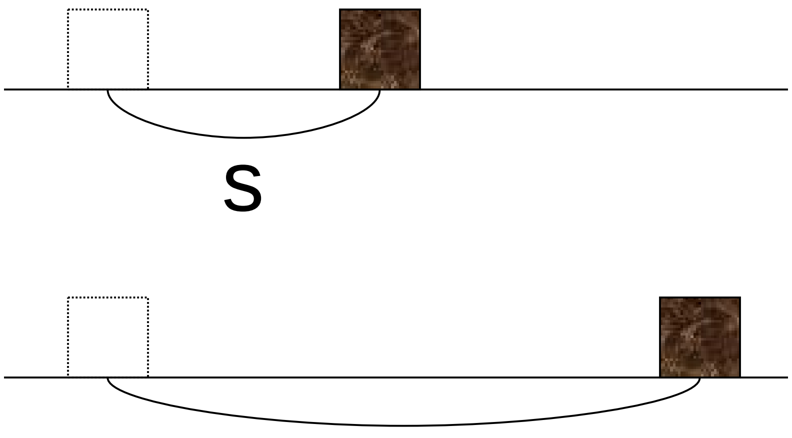
力学的仕事

- ２倍の力 → ２倍の仕事
- ２倍の変位 → ２倍の仕事

$$W = Fs$$

（変位＝位置の変化）





仕事 *W* の定義

$$\boxed{W = Fs}$$

F： 力

s： 変位（動いた距離）

単位 J（ジュール）

注：エネルギーの単位も同じ J

仕事率 *P* の定義

$$P = \frac{W}{t}$$

W： 仕事
t: 時間

単位 W（ワット）

仕事率 P

１秒間にどれだけ仕事をするかということ。

電気製品の定格表示のワットはこの仕事率の単位
→ １秒間に何ジュールの電気エネルギーを消費するか

１秒で５００Jの
エネルギー

500Wの
電子レンジ

１秒に１回
１mジャンプ

質量mを高さh持ち上げるときの
ポテンシャルエネルギー（次回）

$$U = mgh$$

$$U = 50 \times 9.8 \times 1 \approx 500\ \mathrm{J}$$

例題（1）

時速36kmで走行している車がブレーキをかけ，５秒後に停止した。加速度と停止するまでの走行距離を答えよ。（減速の加速度は一定であったとする。）

——ここまでは物理学1のNo．4——

車の重量は1．5トンであった。ブレーキのなした仕事の大きさと仕事率を答えよ。

s a

走行距離と加速度･･･物理学1のノート参照

$$a = 2\,\mathrm{m/s^2} \qquad s = 25\,\mathrm{m}$$

正しくはマイナスだが
大きさを求めるので

$$m = 1.5\text{トン} = 1500\,\mathrm{kg}$$

$$F = ma = 1500 \times 2 = 3000\,\mathrm{N}$$

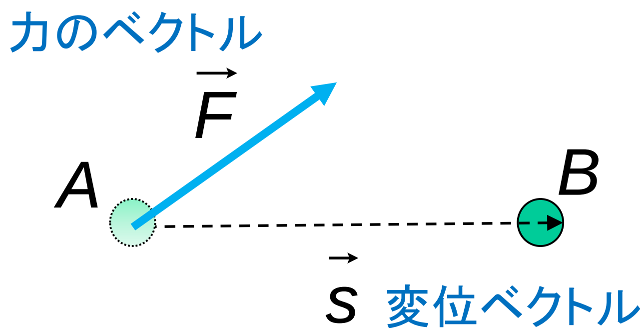
$$W = Fs = 3000 \times 25 = 75000\,\mathrm{J}\ (= 75\mathrm{kJ})$$

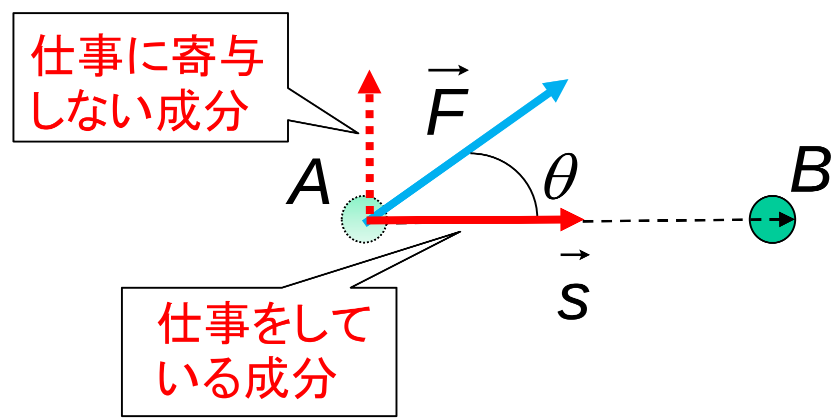
$$P = \frac{W}{t} = \frac{75000}{5} = 15000\,\mathrm{W}\ (= 15\mathrm{kW})$$

仕事の定義の拡張（一般化）(p.52-53)

$W = Fs$ 力のベクトルの向きを考える。

物体がAからBまで力により動くときの仕事





$$W = Fs\cos\theta = F_t s = \vec{F}\cdot\vec{s}$$

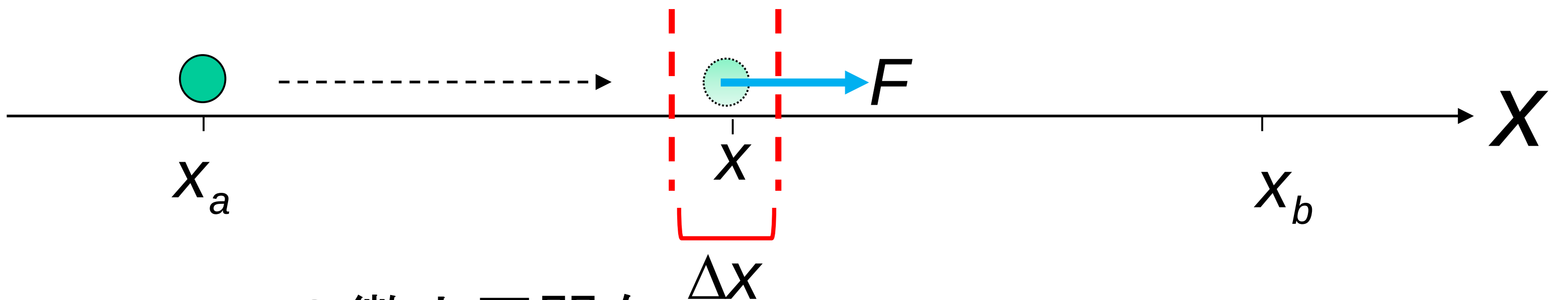
変位方向の接線成分

内積での表現

仕事の定義の拡張(一般化) (p.52-53)

$W = Fs$ 力の大きさが位置により変化するときはどうするか？

物体がx_aからx_bまで力により動くときの仕事



この微小区間を
動くときの仕事

$$F(x)\Delta x$$

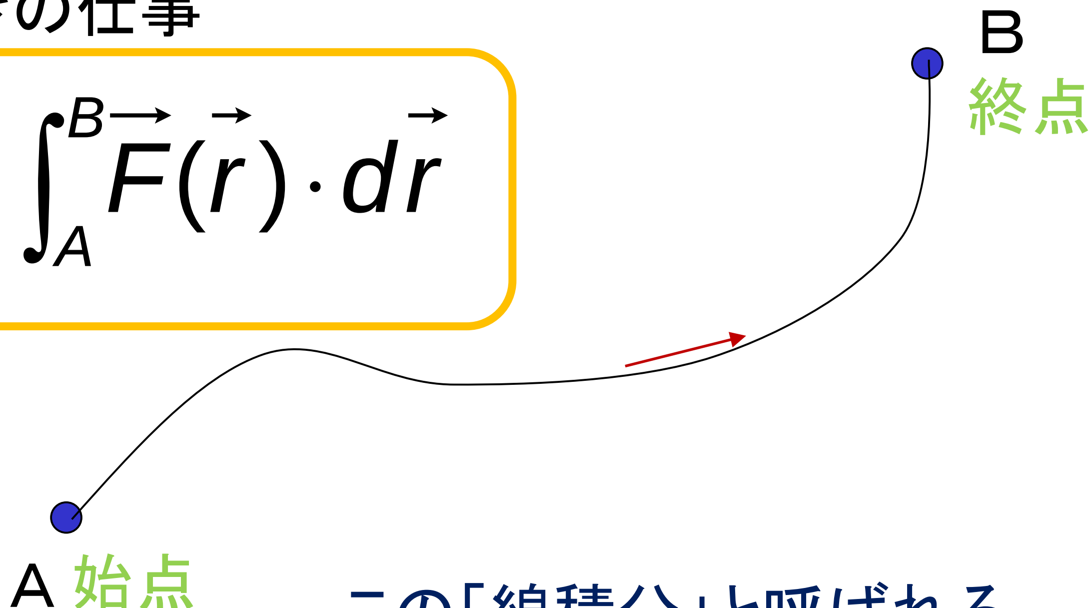
全部合計する
(和⇒積分)

$$\boxed{W = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx}$$

３次元の場合

点Aから点Bまで質点を動かすときの仕事

$$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

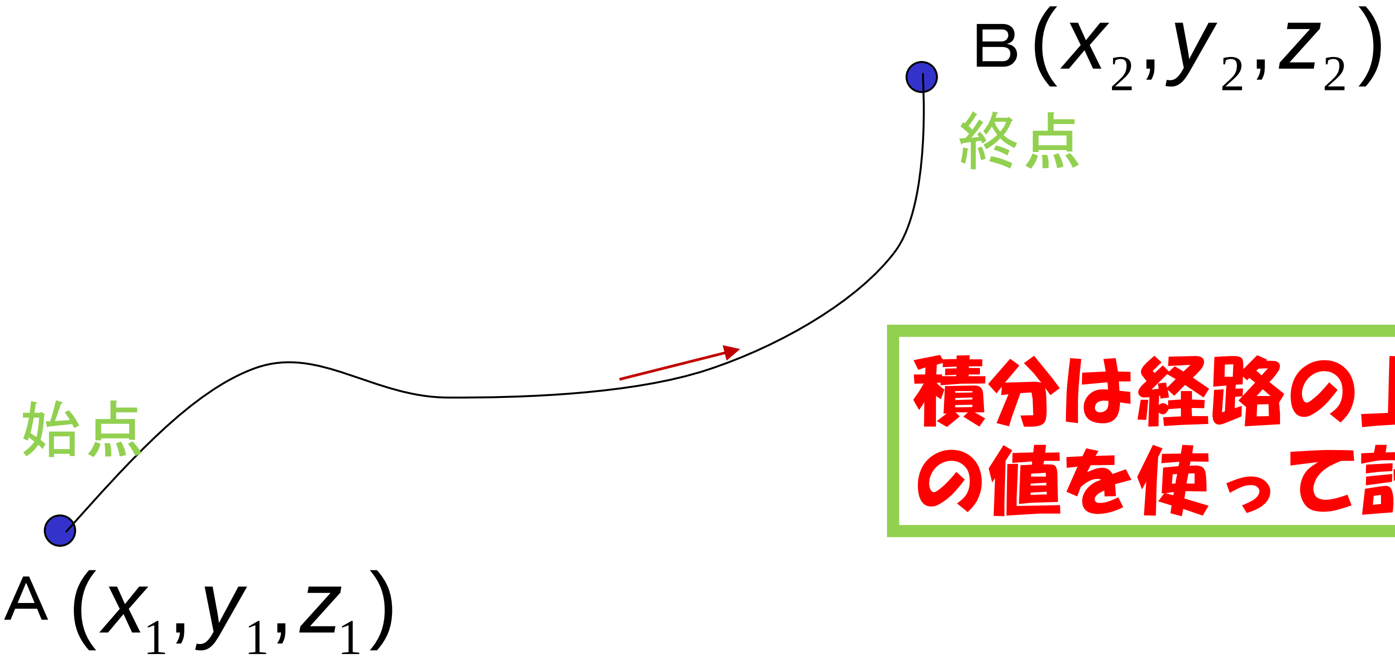


この「線積分」と呼ばれる
表現（式３．１０）は難しいので書き直す。

3次元の場合

点Aから点Bまで質点を動かすときの仕事　　**式(3.12)**

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz$$



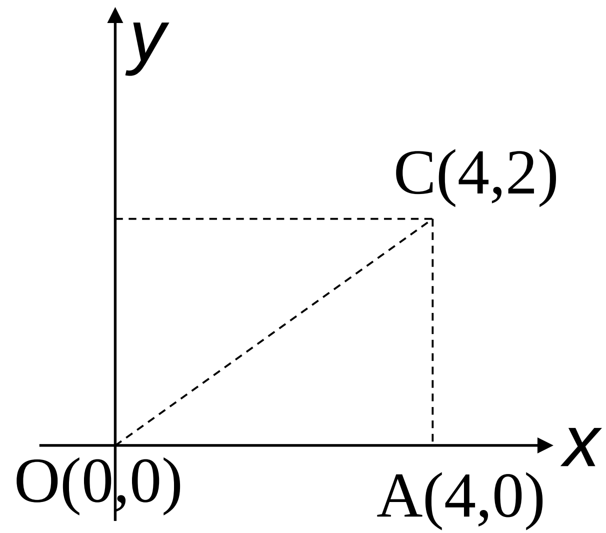
積分は経路の上での力の値を使って計算する

例題（2）

xy平面上にある質点に力

$$\vec{F} = (2x - y, -x + 2y)$$

が働いている。以下の経路で質点を動かすときの仕事を求めよ。



（1） 辺に沿ってO→A→C

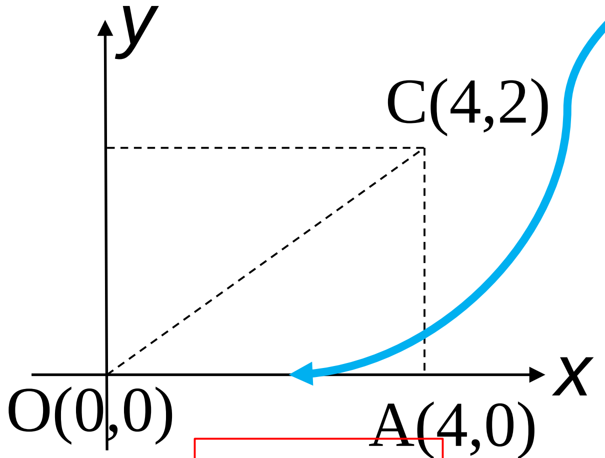
（2） 対角線に沿ってO→C

教科書例題３．１(p.53)

$$W=\int_{x_1}^{x_2}F_x dx+\int_{y_1}^{y_2}F_y dy$$

積分は経路上で評価

$\vec{F}=(2x-y,-x+2y)$



$y=0$

O→A の仕事

$$W=\int_{x_1}^{x_2}F_x dx+\int_{y_1}^{y_2}F_y dy$$

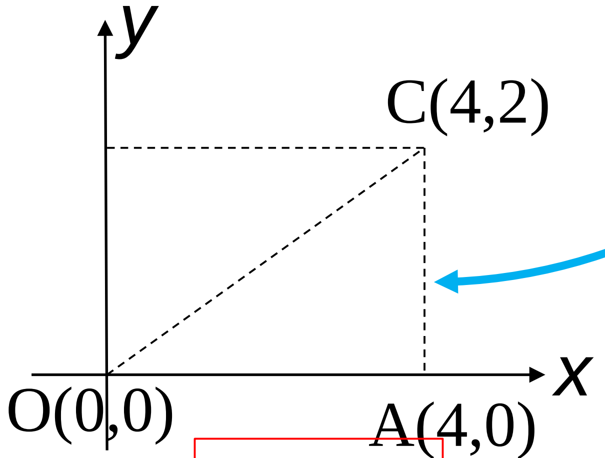
$$=\int_0^4 F_x dx+\cancel{\int_0^0 F_y dy}$$

$$=\int_0^4(2x-y)dx=\int_0^4 2x dx=\left[x^2\right]_0^4=16$$

$$W=\int_{x_1}^{x_2}F_x dx+\int_{y_1}^{y_2}F_y dy$$

積分は経路上で評価

$\vec{F}=(2x-y,-x+2y)$



A→C の仕事

$$W=\int_{x_1}^{x_2}F_x dx+\int_{y_1}^{y_2}F_y dy$$

$$=\cancel{\int_4^4 F_x dx}+\int_0^2 F_y dy$$

$x=4$

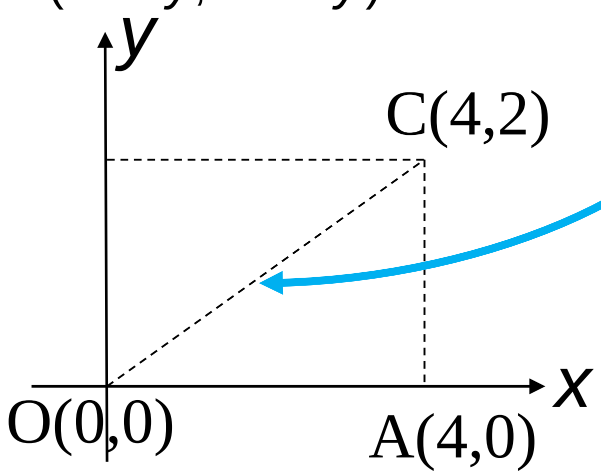
$$=\int_0^2(-x+2y)dy=\int_0^2(-4+2y)dy$$

$$=\left[-4y+y^2\right]_0^2=-4$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy$$

積分は経路上で評価

$\vec{F} = (2x - y, -x + 2y)$



O→C の仕事

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy$$

$$= \int_0^4 F_x dx + \int_0^2 F_y dy$$

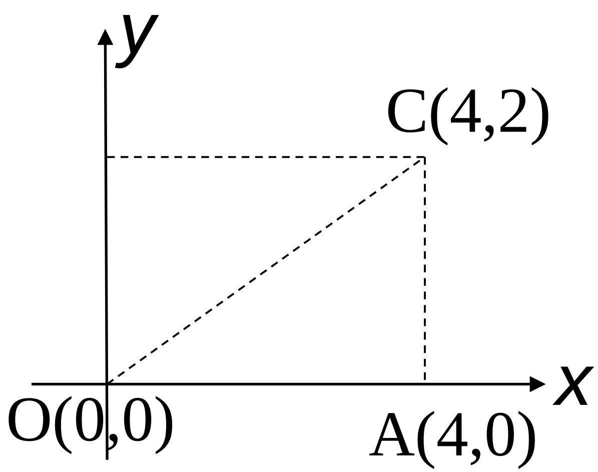
$y = \frac{1}{2} x$ 　　 $x = 2y$

$$= \int_0^4 (2x - y) dx + \int_0^2 (-x + 2y) dy = \int_0^4 \frac{3}{2} x dx$$

$$= \left[\frac{3}{4} x^2 \right]_0^4 = 12$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy$$

積分は経路上で評価



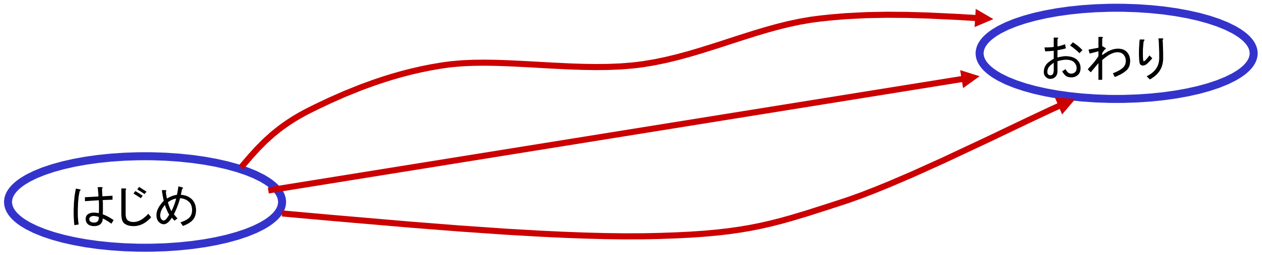
$$\left.\begin{array}{ll} \text{O→A の仕事} & = 16 \\ \text{A→C の仕事} & = -4 \end{array}\right\} = 12$$

$$\text{O→C の仕事} \quad = 12$$

等しい
・・・偶然？必然？
⇒ 保存力

保存力

仕事　$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$



- 一般に仕事の大きさは「経路」に依存
- 仕事の大きさが経路によらず，始点と終点を与えると決まる → 保存力

→ ポテンシャルエネルギー