力学の保存量（1）

３．１　仕事

３．２　力学的エネルギー

保存量

- 不変なもの，時間的に変わらないもの

- エネルギー
- 運動量
- 角運動量

エネルギーと仕事

- エネルギー…さまざまな形態　→　形は変わっても, 合計は保存する
- エネルギー　＝　仕事をする能力

始めのエネルギー E_a → 終りのエネルギー E_b

↓

仕事 W

$$E_a - E_b = W$$

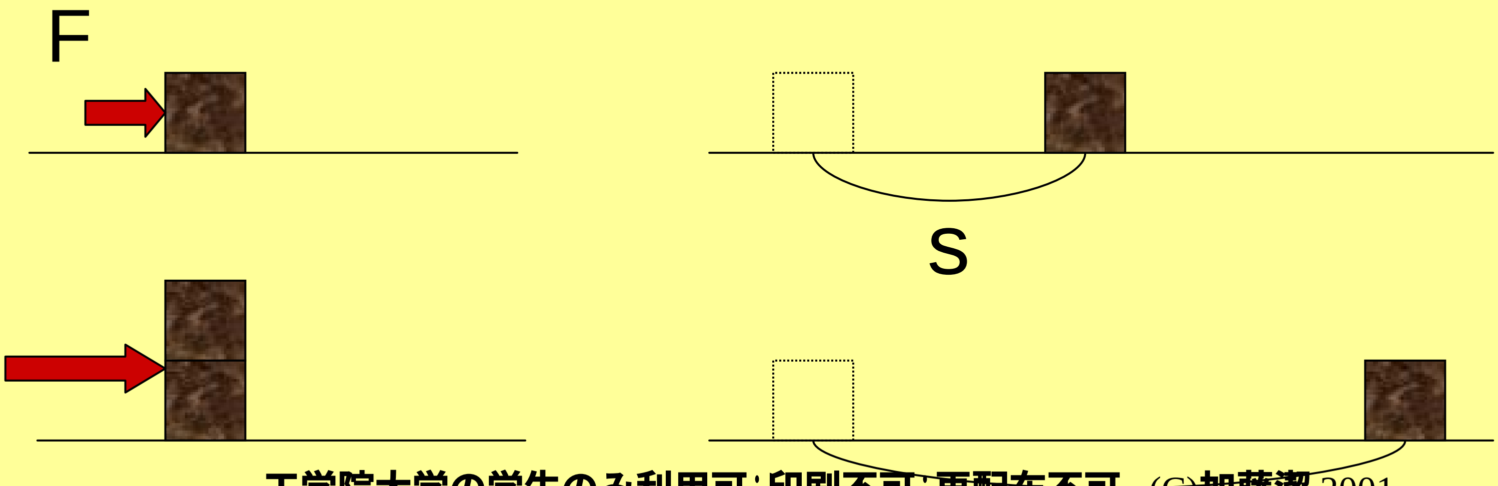
力学的仕事の定義：概念

- 2倍の力　→　2倍の仕事
- 2倍の変位　→　2倍の仕事

$$W = Fs$$

仕事　力　変位

J　N　m



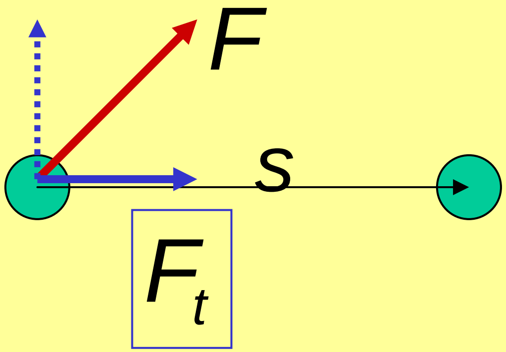
力学的仕事の定義：精密化

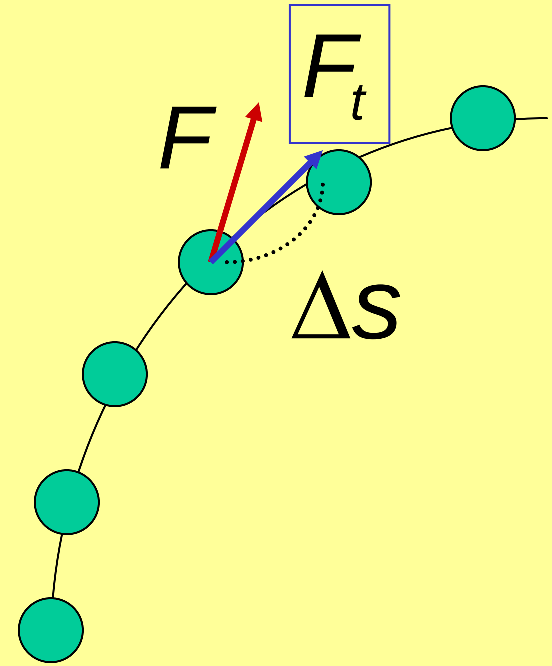
- *P．19　基本パターン「ベクトルと線積分」の初登場*

精密化のキーポイント

- 力 F として意味のある成分は
  → **接線成分**
- 力が一定でないときは　→　＜積分＞の発想：**細かく分けて，すべて加える**

$$W = Fs$$





$$W = \sum F_t \Delta s$$

$$\boxed{W = \sum F_t \Delta s}$$

単純な経路の場合，積分で書ける

「基本パターン」分割和から積分へ

x 軸に沿って

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x, y_0)\,dx$$

y 軸に沿って

$$W = \int_{y_1}^{y_2} F_y(x_0, y)\,dy$$

仕事率

- 仕事をする「能率」　…　仕事の量だけではなく, 仕事をなす時間も考慮

$$P=\frac{W}{t}$$

精密化

$$P=\frac{dW}{dt}$$

仕事率

W（ワット）

力学的エネルギー

- ポテンシャルエネルギー
  （位置エネルギー）
- 運動エネルギー

ポテンシャルエネルギー

- 保存力：仕事が始点と終点で決まる（経路によらない）
- 電車の料金：
  ＪＲ ： 新宿ーーー東京
  新宿ーーー八王子by京王線，ＪＲ
- 保存力 → ポテンシャルエネルギー
- 保存力でない場合：力学的エネルギーが熱エネルギーに変化（全エネルギーは保存）

ポテンシャルエネルギー

1次元運動

関数 U(x) **を次式で定義**

$$\boxed{U(x) = -\int F(x)dx}$$

仕事 ＝ **始点の** U － **終点の** U

$$W = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx = \left[-U(x)\right]_{x_a}^{x_b}$$

$$= U(x_a) - U(x_b)$$

関数 U(x) **は**
エネルギー

ポテンシャルエネルギー：例

$$\boxed{U(x) = -\int F(x)dx}$$

重力：x 軸上向き　　$F = -mg \quad \Rightarrow \quad U = mgx$

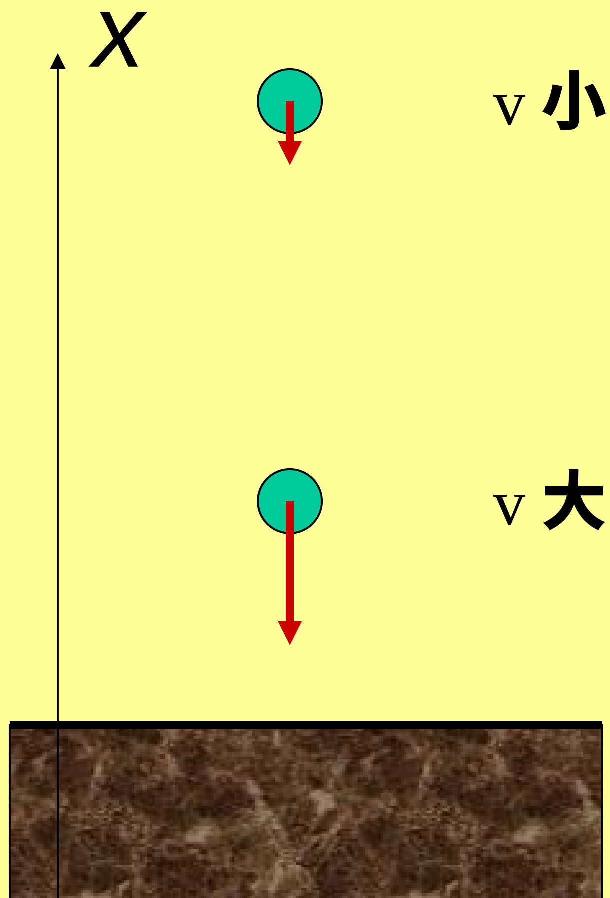
調和力　　$F = -kx \quad \Rightarrow \quad U = \dfrac{1}{2}kx^2$

運動エネルギー

U 大きい

$$U = mgx$$

U 小さい



v 小さい

v 大きい

落下：位置エネルギーが運動エネルギーに変換される

運動エネルギー

動いている質点の持つエネルギー

$$W = \int_{x_a}^{x_b} F(x)dx \qquad \boxed{\Leftarrow \quad F = ma}$$

計算はp.54〜p.55

$$W = \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

運動エネルギー

エネルギー保存則

$$K_a + U(x_a) \quad = \quad K_b + U(x_b)$$

始めのエネルギー　　　　**終わりのエネルギー**

$$\boxed{K + U = (\text{一定})}$$

エネルギー保存則：例：問３．３

$$\boxed{F = -kx}$$

式(2.42)　$x = A\sin(\omega t + \phi_0)$

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

K,U 個々は変化するが，…

$$\boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$$

$$\boxed{K + U = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = (\text{一定})}$$

エネルギー保存則と運動

- $K+U=E=$（一定）
- KとUのイメージ

- 運動エネルギー：運動のはげしさ
- ポテンシャルエネルギー
  「エネルギーの山・谷」→ 例へ

例題：バネ定数 k のバネに質点 m がとりつけられている。つりあいの位置で速度 V_0 を持つときの運動の範囲は。

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E = \frac{1}{2}mV_0^2$$

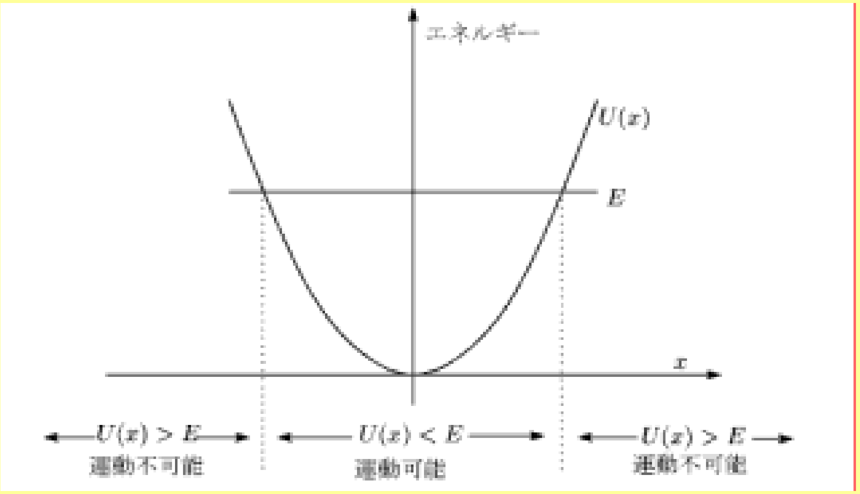
$$\Rightarrow \quad -\sqrt{\frac{m}{k}}V_0 \le x \le \sqrt{\frac{m}{k}}V_0$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \ge 0$$

$$K + U = E = (\text{一定})$$

$$E \ge U$$

が運動可能な領域



ポテンシャルエネルギーのイメージ

調和力の例

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$