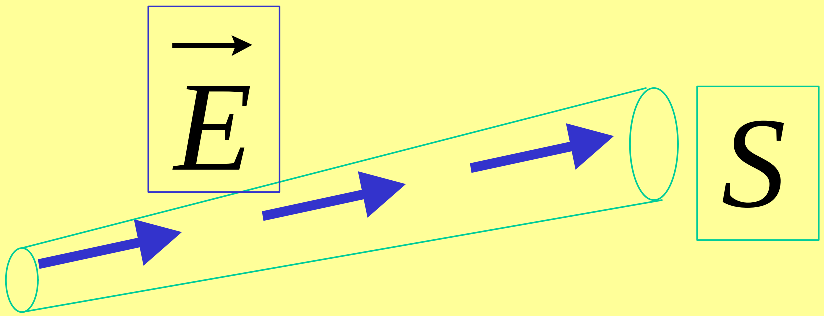
電場とガウスの法則

電磁気学その１ーＢ

電気力線

- Farady 電場の様子と水の流れの相似性
- 流れ　　… 保存則 → 基礎法則としての<u>ガウスの法則</u>



ガウスの法則

電場 ←関係→ 電荷

電気現象の基本量

電場の源

任意の電荷分布において

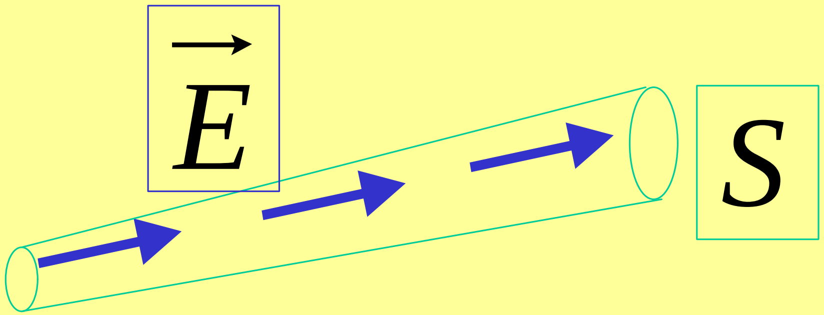
「袋」の表面を横切る電気力線の量 ＝ 「袋」の内部の電荷から生じる電気力線の量

電気力線の量

電気力線の量」

→ナイーブには

$$ES$$

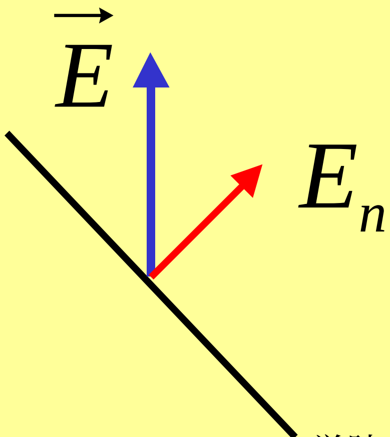


電気力線の量 精密化

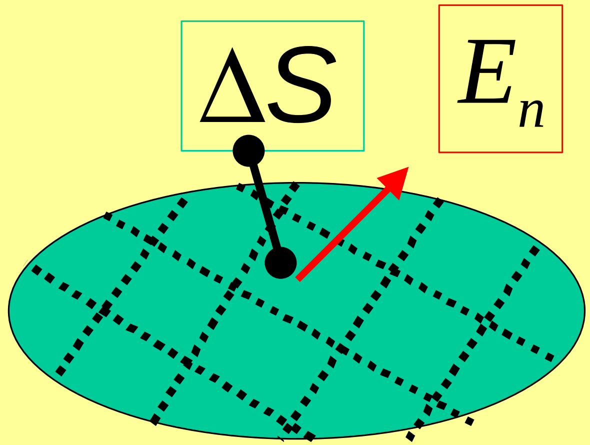
- 電場ベクトルの向き
- 電場が場所により変化するとき

→基本パターン (p. 18)

$$ES$$



$$\sum E_n \Delta S$$



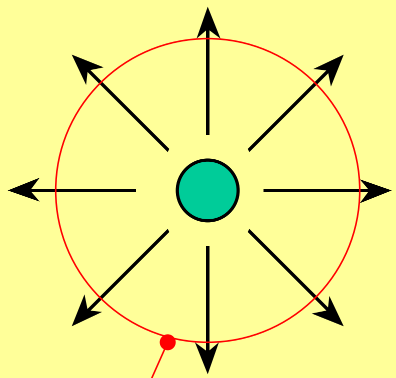
点電荷からの電気力線の量

電気力

幾何学

$$ES = k\frac{q}{r^2} \times 4pr^2 = 4pkq$$

一定！



半径 rの球面

$$k = \frac{1}{4pe_0}$$

真空誘電率

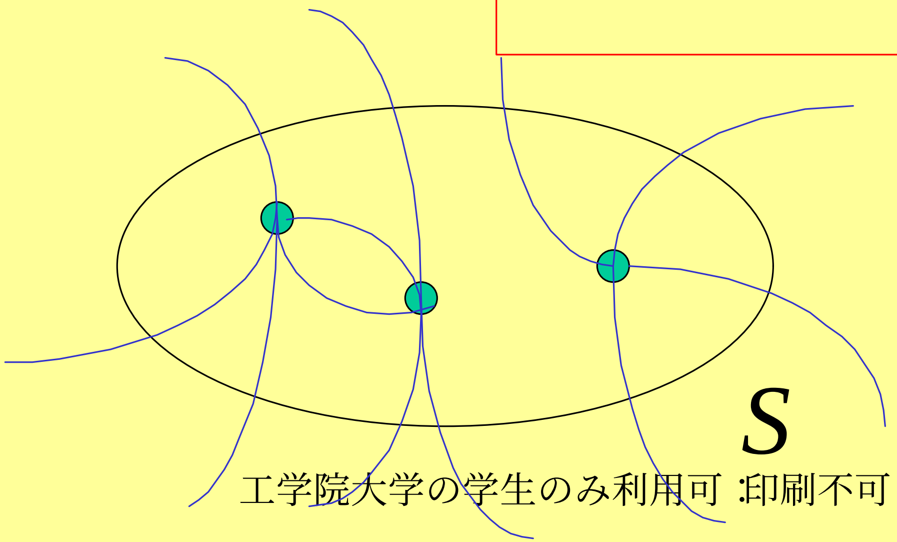
$$ES = \frac{q}{e_0}$$

ガウスの法則（まとめ）

任意の閉曲面

Sについて

$$\sum E_n \Delta S = \sum \frac{q}{e_0}$$



電束密度

$$\vec{D} = e_0 \vec{E}$$

力線を表現する場

$$\boxed{\sum D_n \Delta S = \sum q}$$

注意

- ここではクーロンの法則から出発して、ガウスの法則を導いた。
- しかし、逆の議論でガウスの法則からクーロンの法則を導くこともできる。
- ガウスの法則がより基本的である。
- Maxwellの方程式の4つの柱の1つである。

ガウスの法則の応用

使い道＝電場と電荷の関係を与える

任意の閉曲面Sについて成り立つ

$$\sum E_n \Delta S = \sum \frac{q}{\varepsilon_0}$$

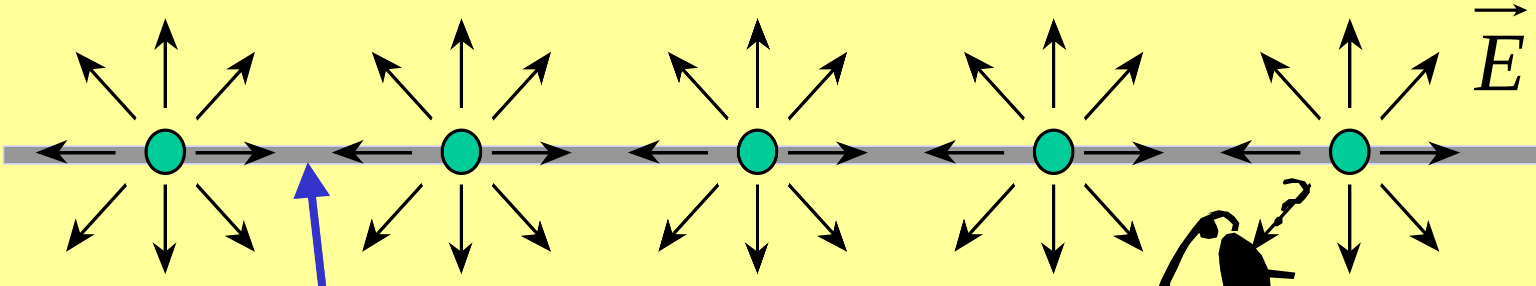
選択？

ポイント

どんなSでも成立するが計算の難易度はSの選択により変わる

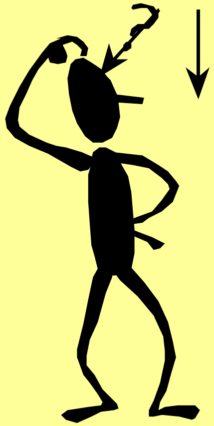
- 電場の分布の様子を把握する
- 電場はベクトル的に合成される

応用 ⑴平面一様分布

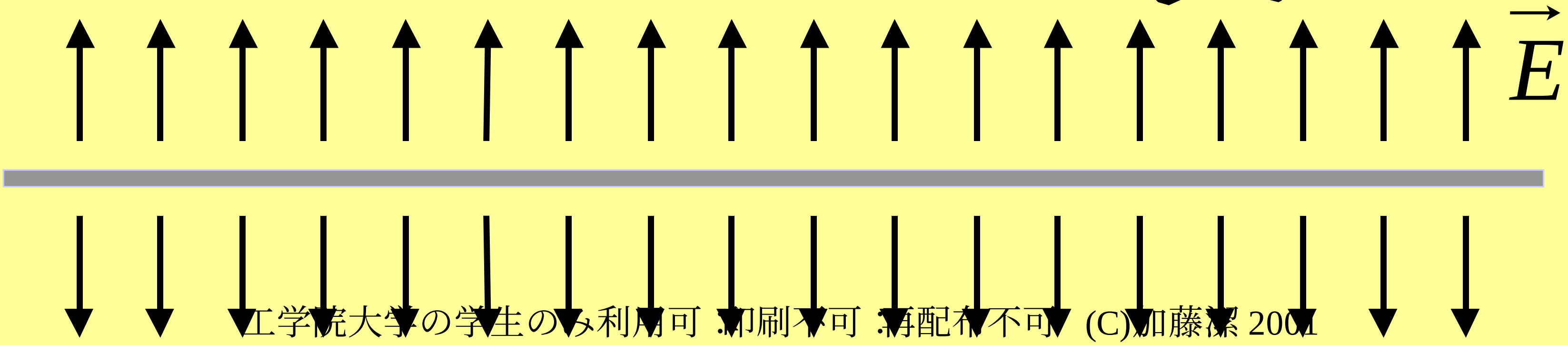


電荷面密度σ

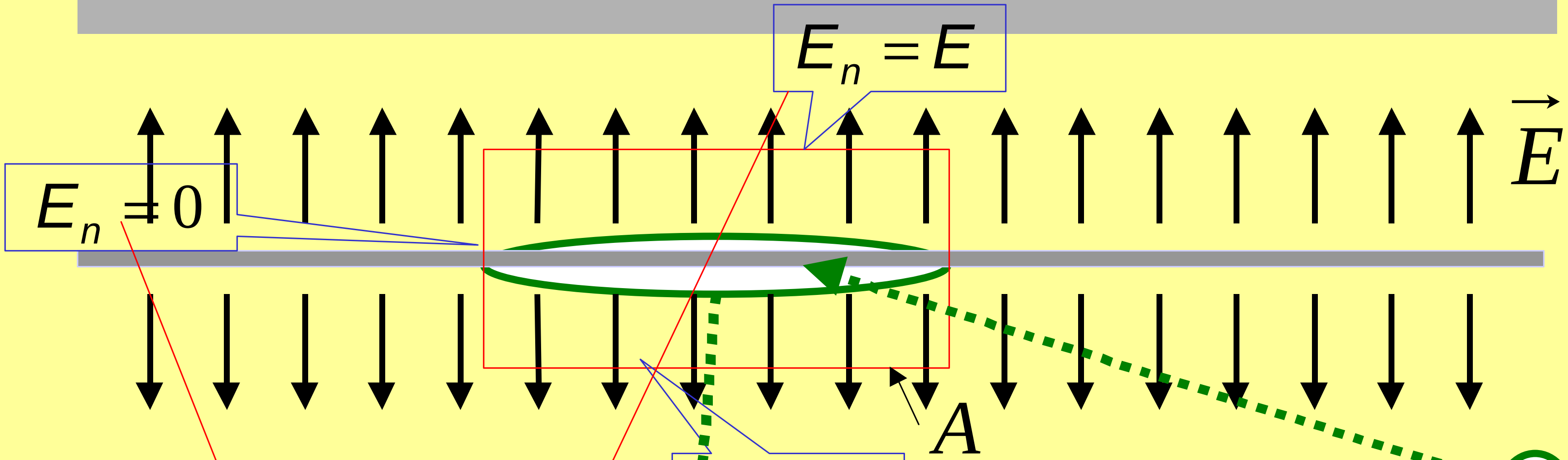
横から見たところ



ベクトルとして電場を合成



応用 (1)平面一様分布



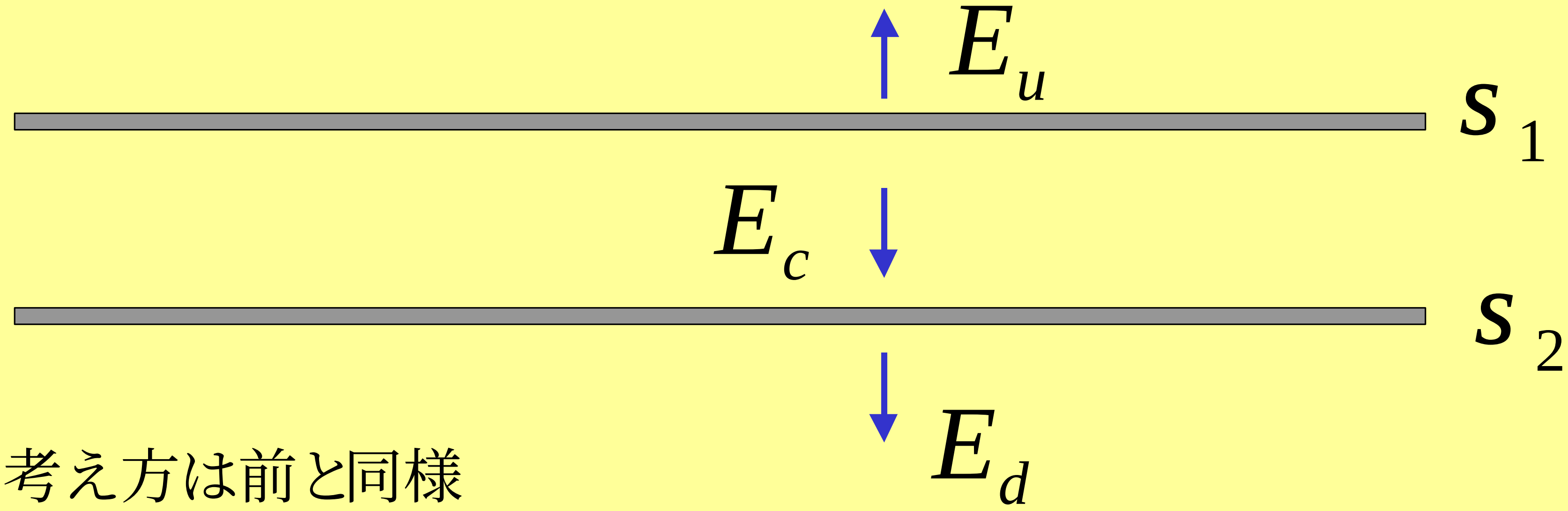
$$\sum E_n \Delta S = \sum \frac{q}{e_0}$$

面Sとして筒状の面をとる

$$EA + 0 + EA = \frac{sA}{e_0}$$

$$\therefore \quad E = \frac{s}{2e_0}$$

応用 (2) 2平面一様分布



考え方は前と同様

$$E_u = E_d = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}, \quad E_c = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\varepsilon_0}$$

応用 (2) 2平面一様分布

特に、等量で正負に帯電しているとき、つまり

$$s_1 = s\,,\quad s_2 = -s$$

の場合は平行平板コンデンサーの場合と同じである。

このとき、　　　　　　　　　　　　(次回使う)

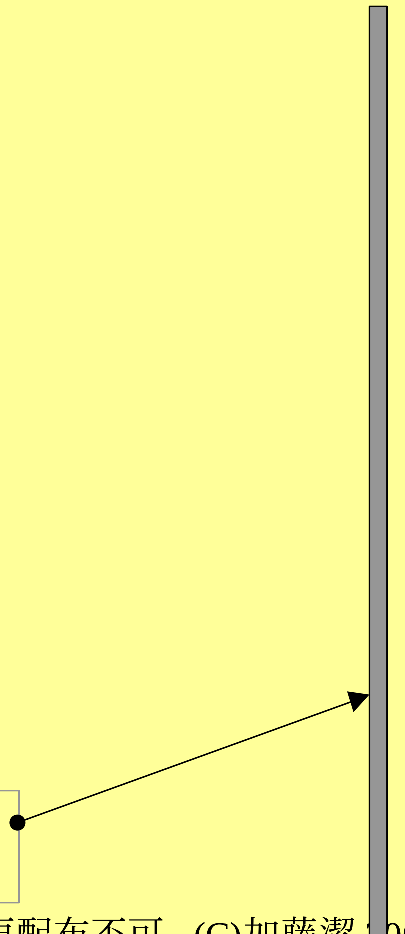
$$E_u = E_d = 0,\quad E_c = \frac{s}{e_0}$$

応用 ⑶直線一様分布

方針はいつもと同じ。

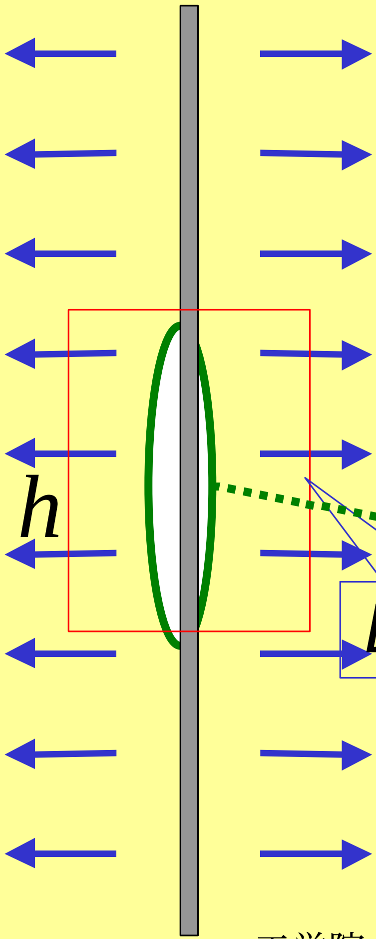
場の様子をイメージする。

適切な閉曲面を使ってガウスの法則を適用する。

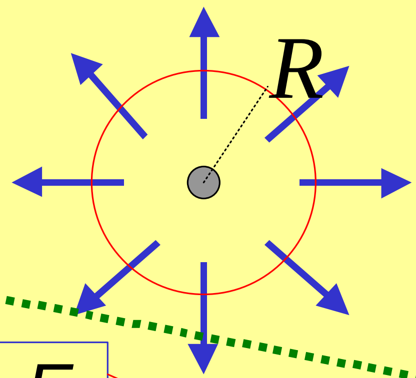


電荷の線密度σ

応用　(3)直線一様分布



半径R高さhの円柱面をSとする



$$\sum E_n \Delta S = \sum \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E_n = E$$

$$E = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

$$0 + E \cdot 2\pi R h + 0 = \frac{\sigma h}{\varepsilon_0}$$