電流と回路

電磁気

回路

- エレクトロニクスの一般常識としての線型回路の初歩

  抵抗、コンデンサー、コイル
- 基本公式の導出は「物理学Ⅲ」の電磁気学の議論で行なう。
- 今週：直流（DC）
- 来週：交流（AC）＋過度現象

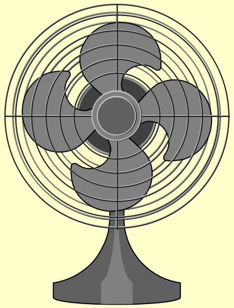
基本的な量と単位(1)

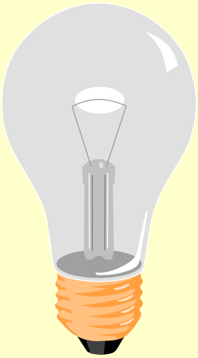
- 電流 I [A]アンペア
- 電位差(電圧) V [V]ボルト
- 抵抗 R [Ω]オーム
- 電流の仕事率(電力) P [W]ワット

電力

- 電力＝電圧×電流

$$\boxed{P = VI}$$



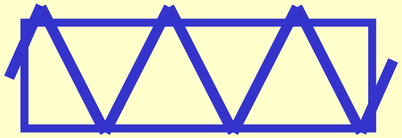


日本：一般家庭：V＝100［V］
の交流　（いまのところ）

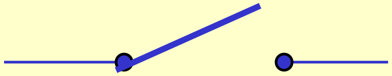
回路記号(1)

- 導線(電気抵抗は0)

- 電気抵抗

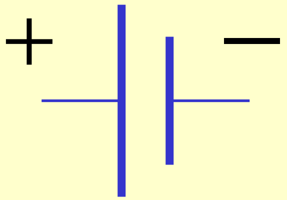


- スイッチ



入／切
閉／開

- 直流電源（電池）

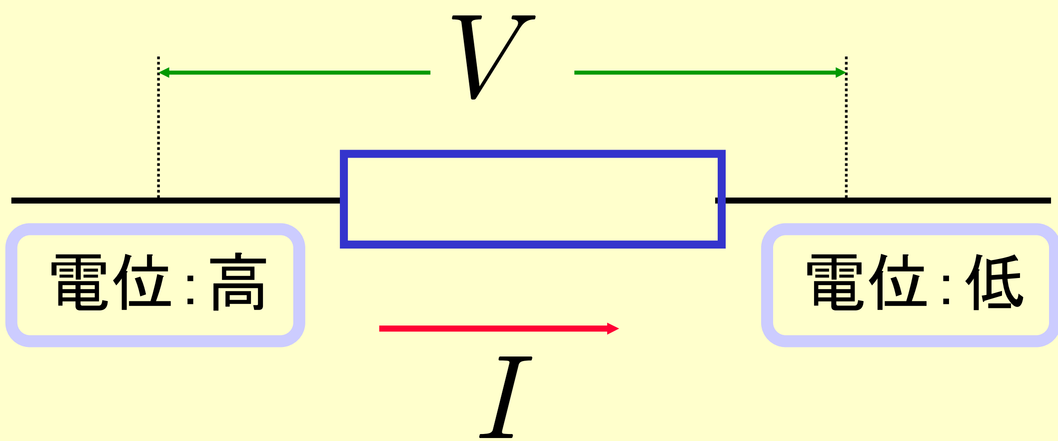


回路

電位差　電流　抵抗

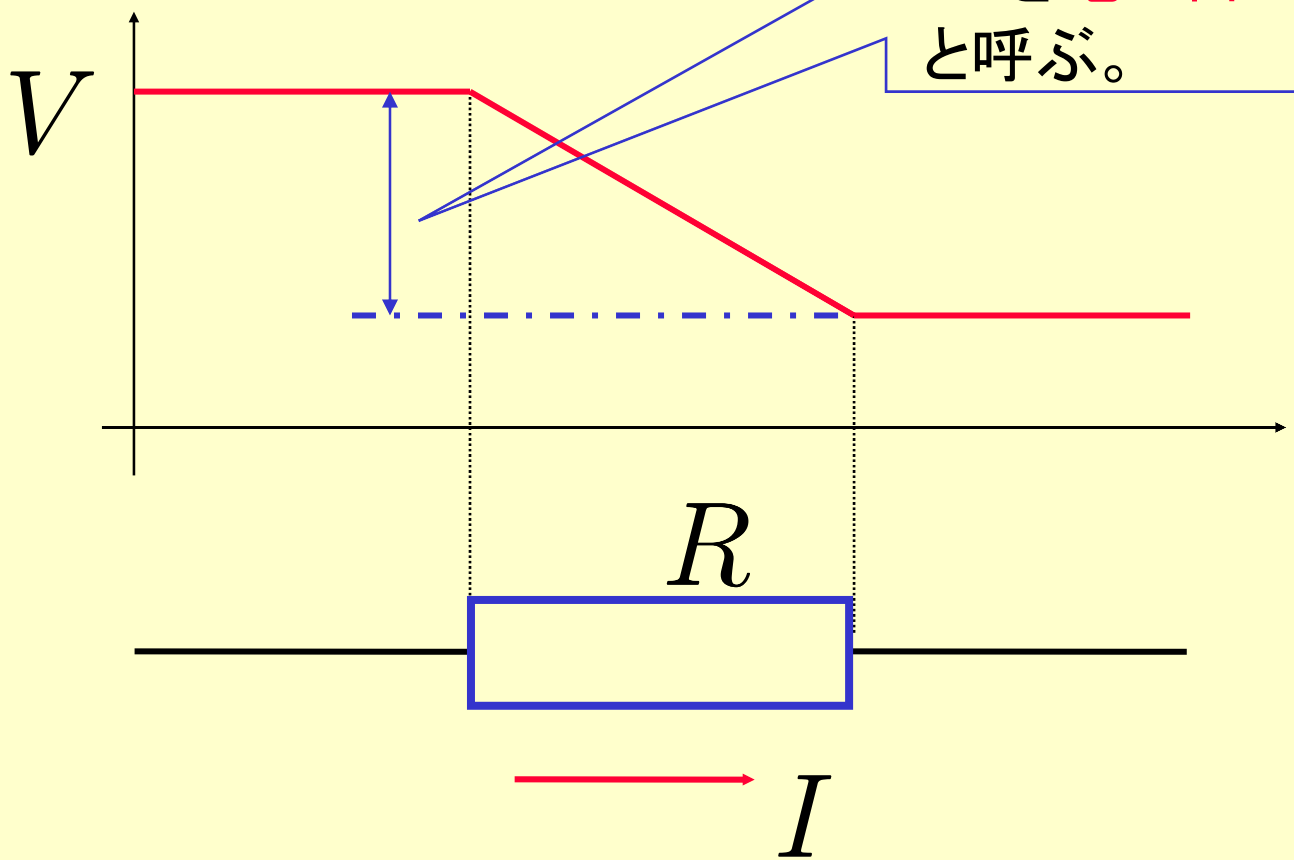
オームの法則　$V = IR$

電流は電位の高いところから低いところへ流れる



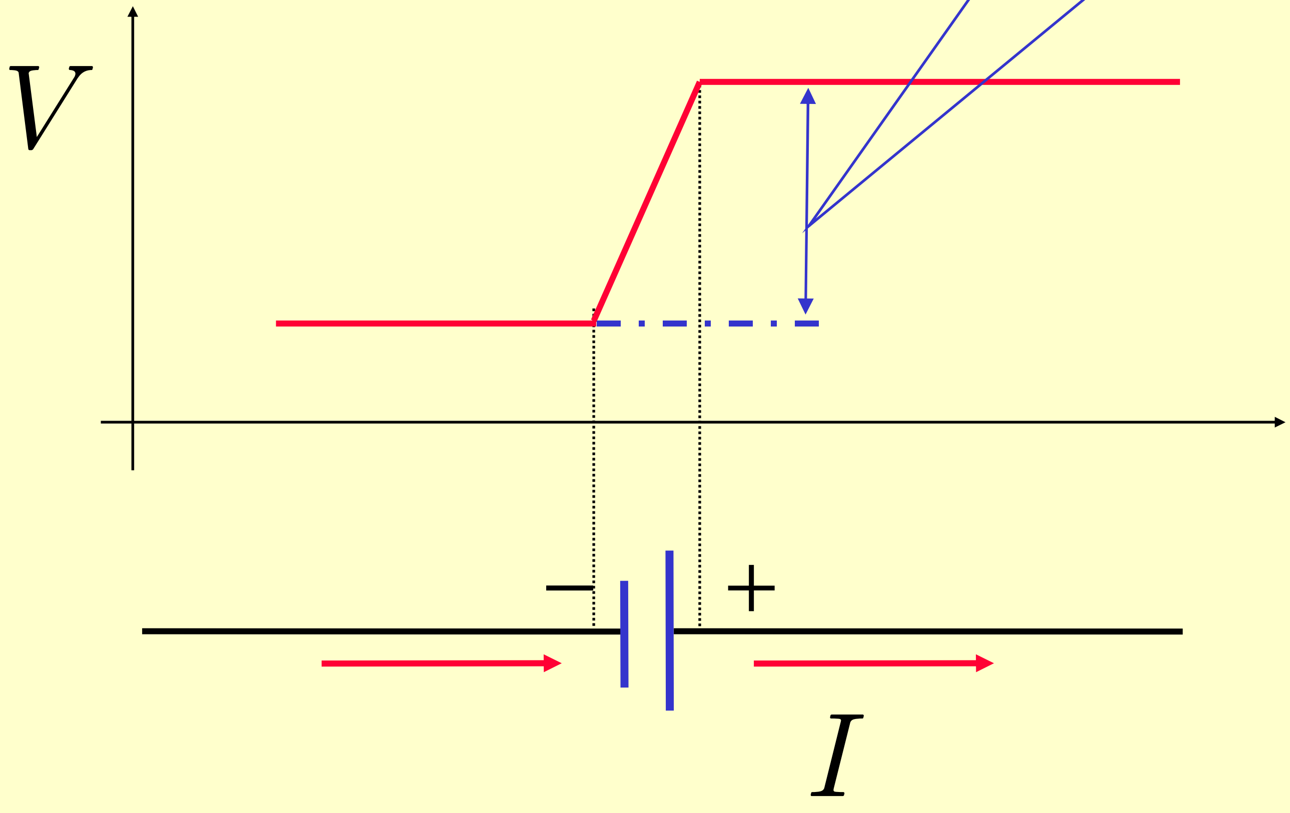
$$V = IR$$

この電圧の差が
IR である。この
IR を電圧降下
と呼ぶ。



電池のような電源は，電位差を作り出す「能力」を持つ。
この能力の大きさが起電力である。
単1乾電池の起電力＝1．5[V]

この電圧の差が 電源の起電力である。

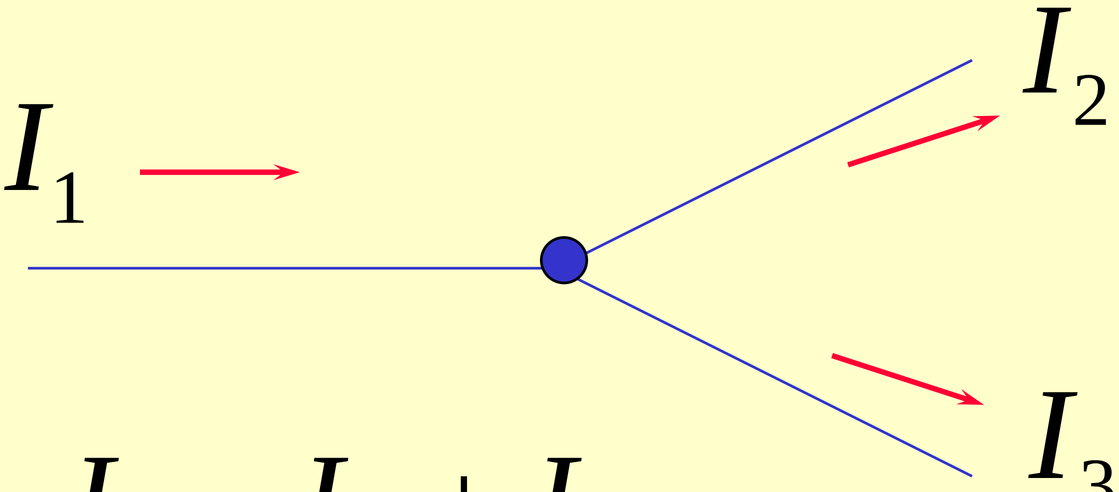


常識的注意

- 導線の電気抵抗は0と考える。（実際は微小な大きさを持つが）
- すると，電圧降下（IR）は0
- 従って，導線でつながれた回路の箇所のはすべて等電位

キルヒホッフー1（電流の保存）

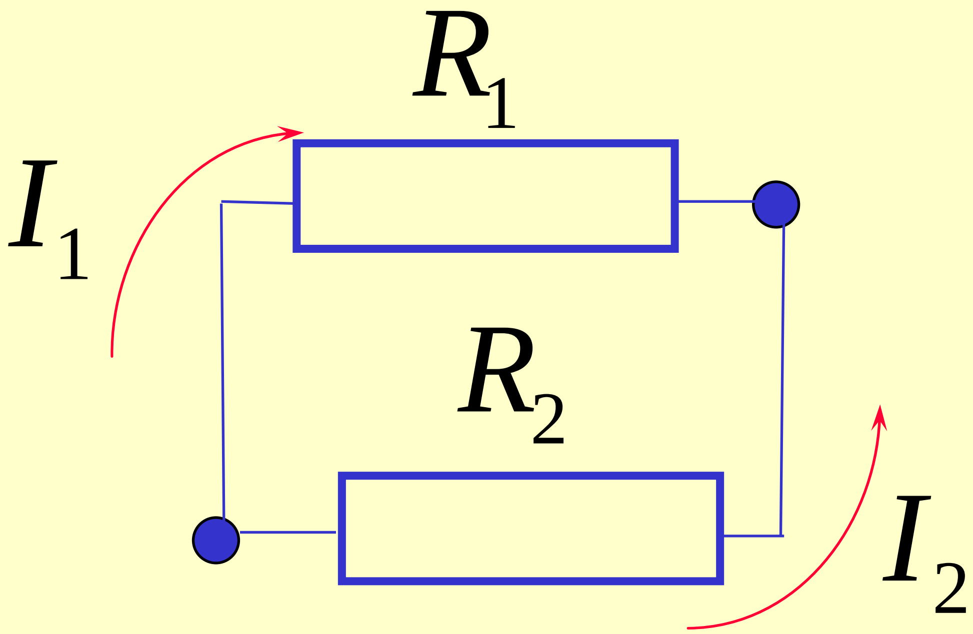
（例）



$$I_1 = I_2 + I_3$$

キルヒホッフ－2（電位の一意性）

（例）



$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

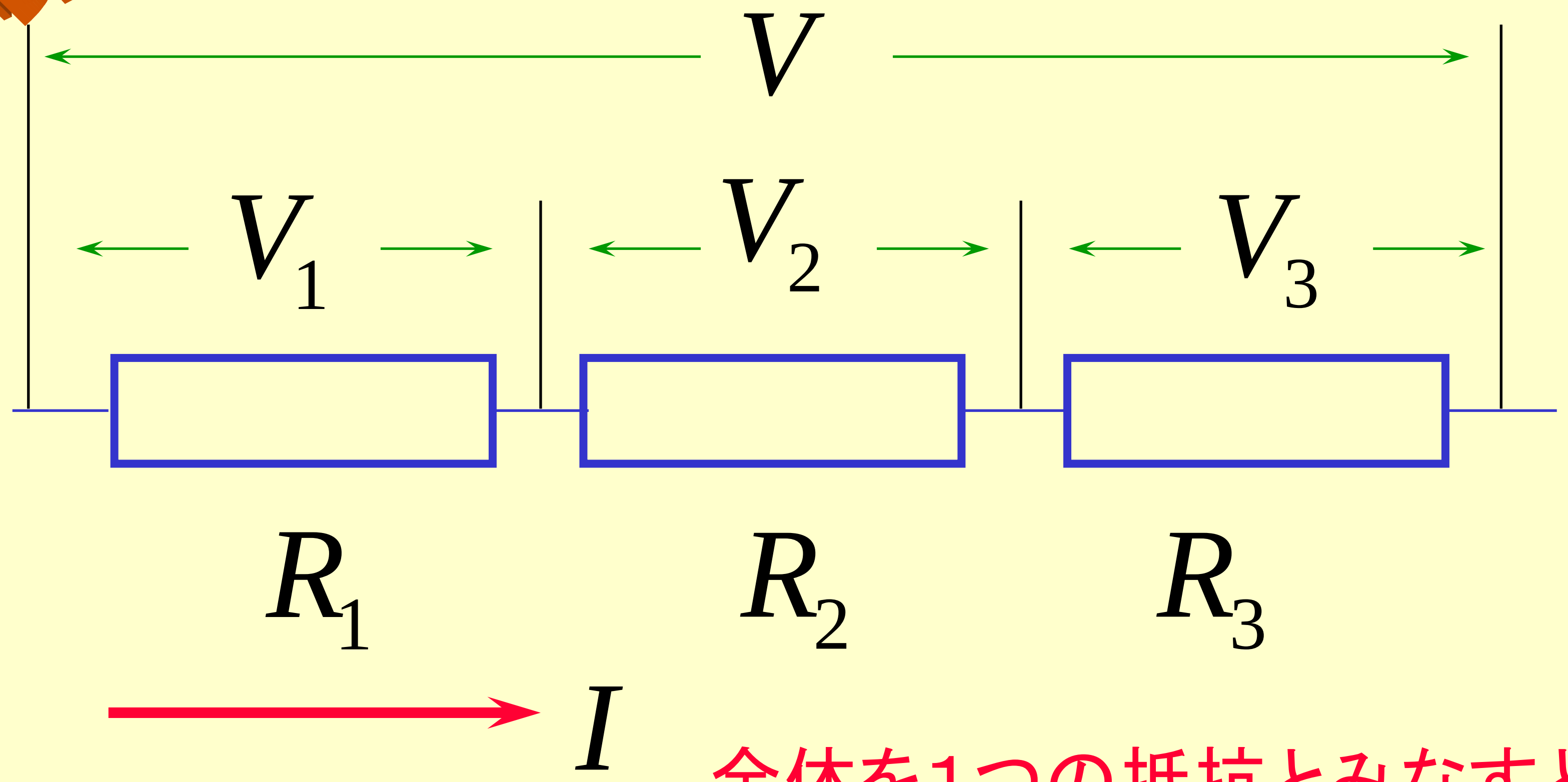
抵抗の合成･直列

R_1 R_2 R_3

全体を1つの抵抗とみなすと（個数は任意）

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

証明

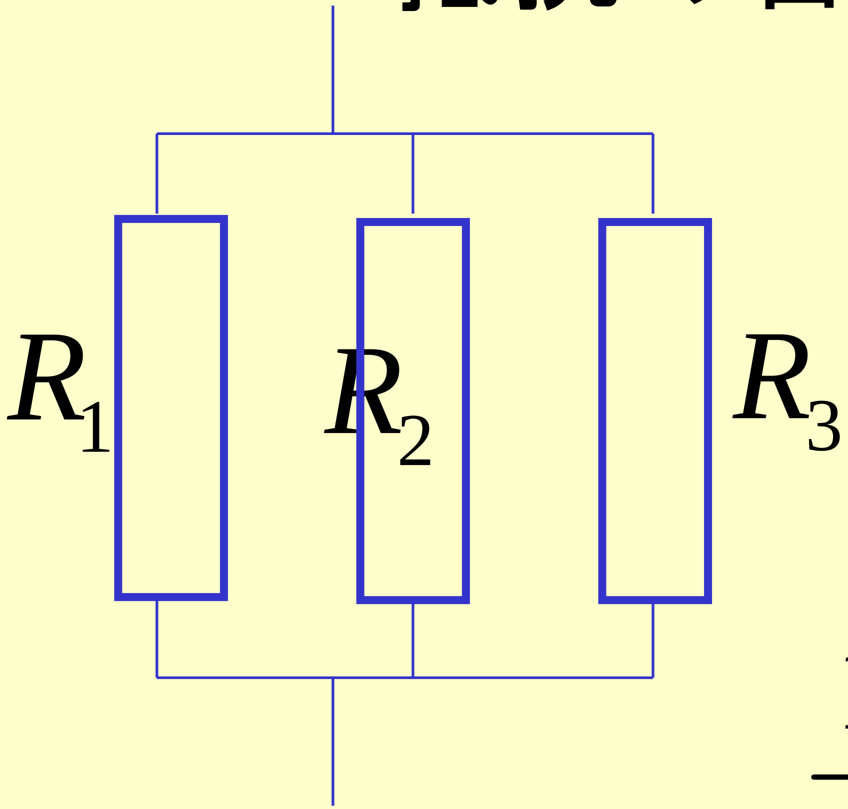


全体を1つの抵抗とみなすと

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= IR_1 + IR_2 + IR_3 = I\boxed{(R_1 + R_2 + R_3)}$$

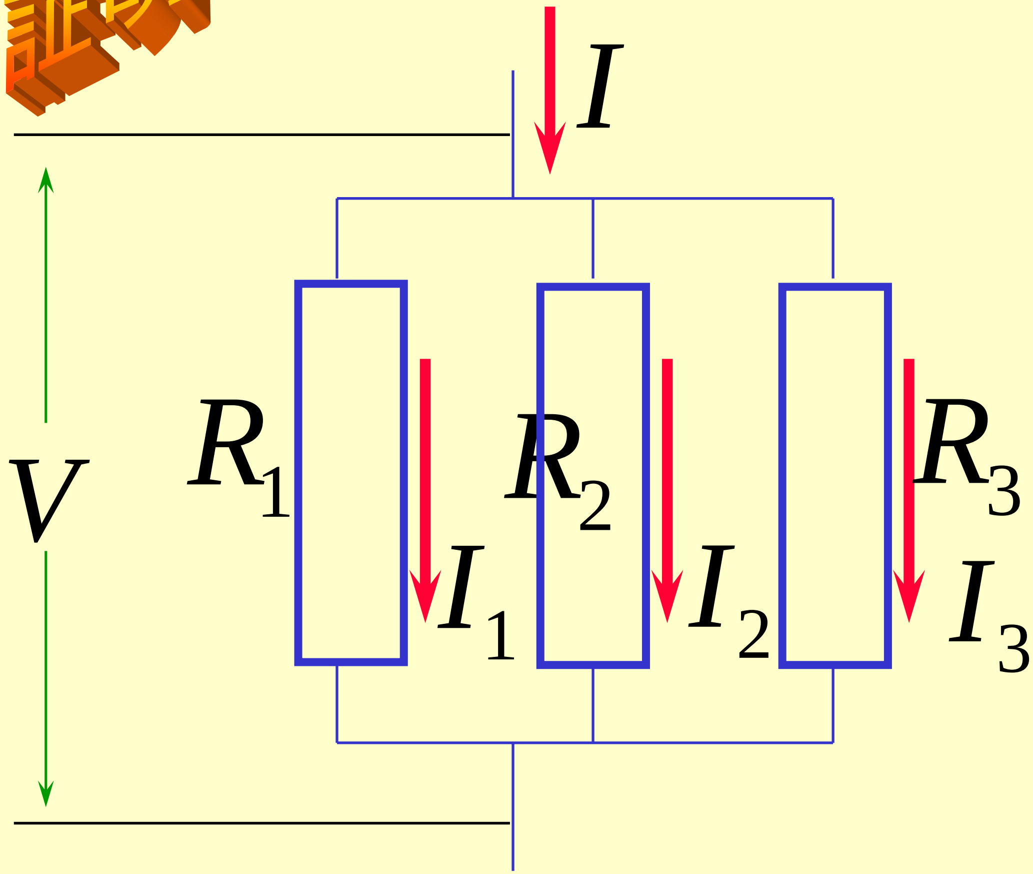
抵抗の合成・並列



全体を1つの抵抗
とみなすと
（個数は任意）

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

証明



全体を1つの抵抗
とみなすと

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$V = I_1 R_1\ ,\ V = I_2 R_2\ ,\ V = I_3 R_3$$

回路の一般的解法

- 回路にループ（環状の部分）がないとき
  → キルヒホッフ第１のみで解ける

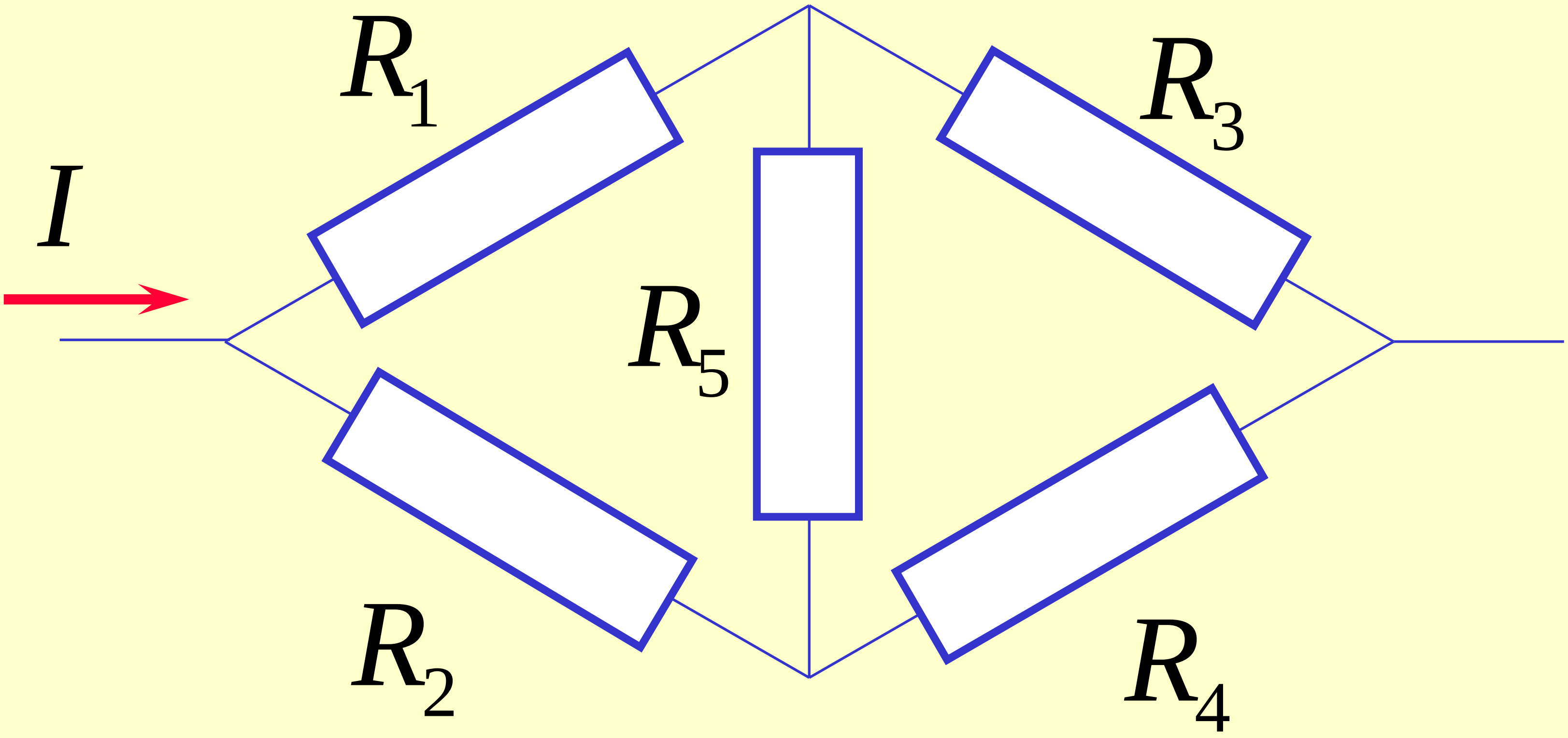
- ループのあるとき → （次へ）

回路の一般的解法（ループあり）

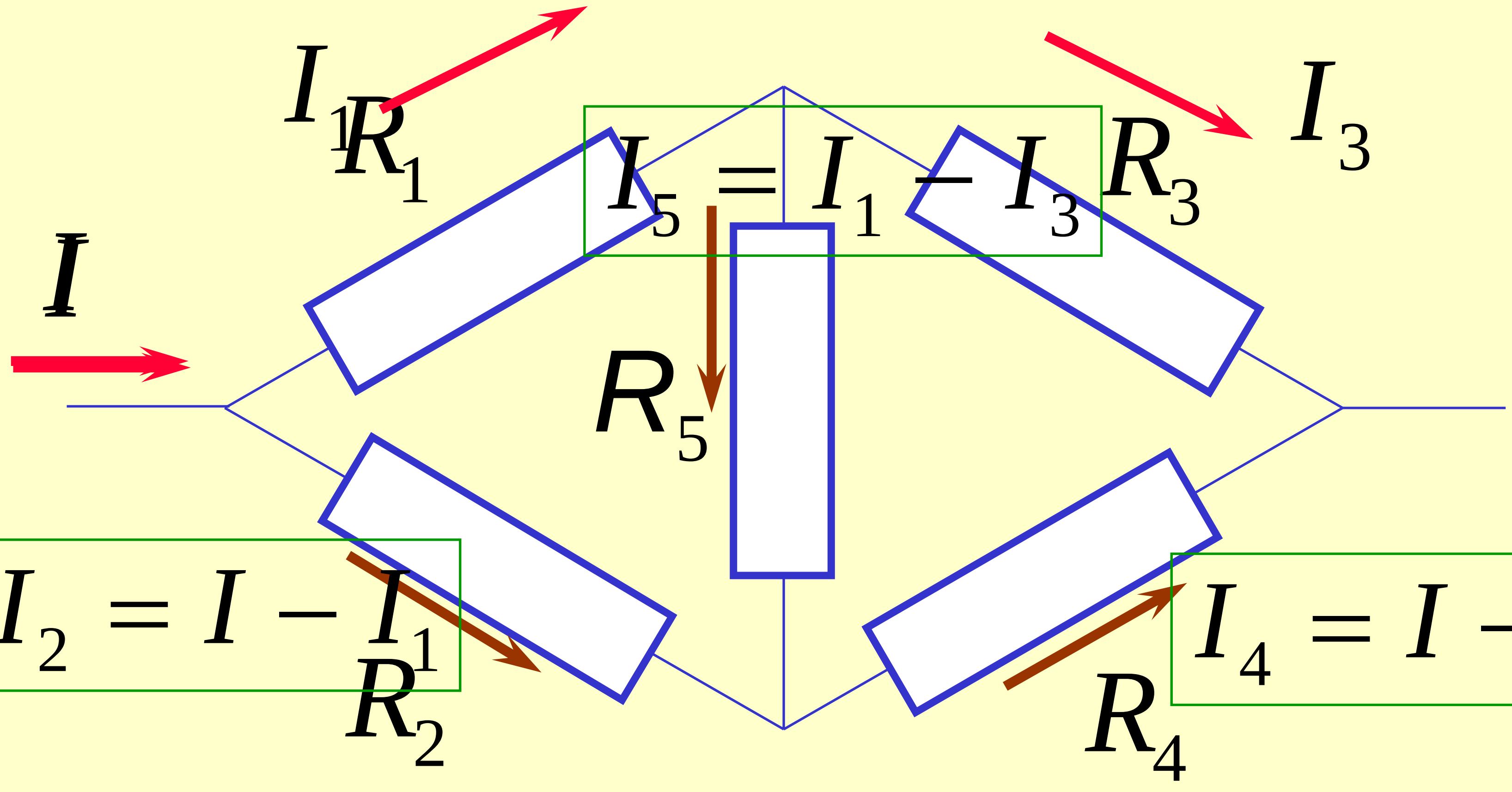
- 独立なループの数をLとする。
- 各ループから変数とする電流を選ぶ。
- 変数とする電流と外部電流で、それ以外の電流を表す。（第１法則）
- 各ループに第２法則を適用する。L個の式ができる
- これらを連立方程式として解く。

例：ブリッジ回路

独立なループ＝２つ



例:ブリッジ回路(電流)



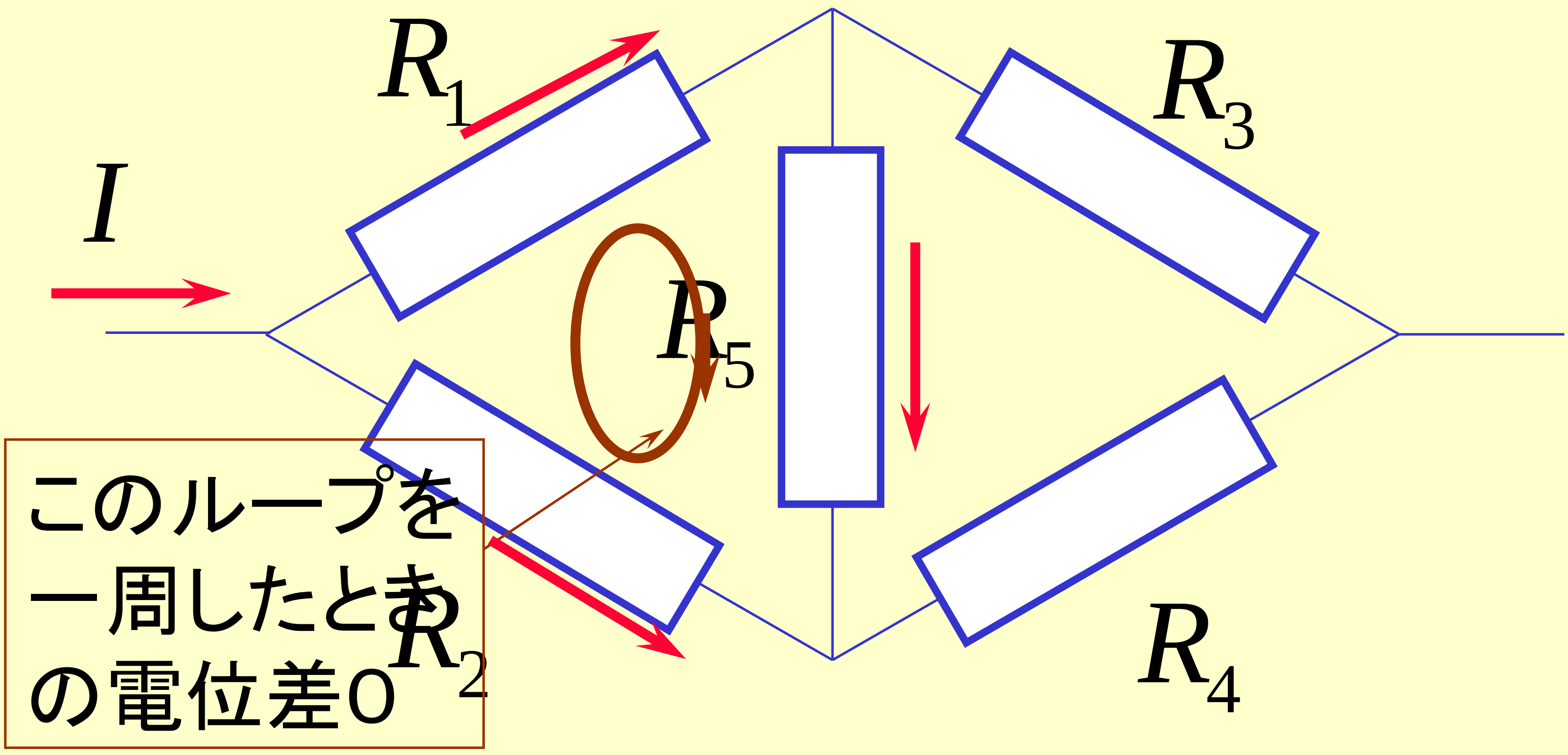
$$I_5 = I_1 - I_3$$

$$I_2 = I - I_1$$

$$I_4 = I - I_3$$

I_1, I_3を変数とする

例:ブリッジ回路(ループの電位）



$$I_1R_1 + I_5R_5 + (-I_2)R_2 = 0$$

例：ブリッジ回路(10.31)

もう1つのループについて同様の式を作り、電流を代入

$$I_1 R_1 + \left(I_1 - I_3\right) R_5 + \left(-(I - I_1)\right) R_2 = 0$$

$$I_3 R_3 + \left(-(I - I_3)\right) R_4 + \left(-(I_1 - I_3)\right) R_5 = 0$$

この連立方程式を解けばよい。

例:ブリッジ回路(10.32)

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_5)I_1 - R_5 I_3 = R_2 I \\ -R_5 I_1 + (R_3 + R_4 + R_5)I_3 = R_4 I \end{cases}$$

解

$$I_1 = \frac{R_2(R_3 + R_4 + R_5) + R_4 R_5}{(R_1 + R_2 + R_5)(R_3 + R_4 + R_5) - R_5^{\ 2}} I$$

$$I_3 = \frac{R_4(R_1 + R_2 + R_5) + R_2 R_5}{(R_1 + R_2 + R_5)(R_3 + R_4 + R_5) - R_5^{\ 2}} I$$

なお、$I_5 (= I_1 - I_3) = 0$ とおくと

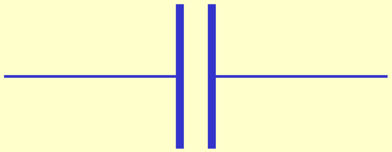
$R_1 R_4 = R_2 R_3$ を得る。

基本的な量と単位（2）

- 電流　I　[A]アンペア
- 電位差（電圧）　V　[V]ボルト
- 抵抗　R　[Ω]オーム
- 電流の仕事率（電力）　P　[W]ワット
- 電気容量　C　[F]ファラド
- （自己）インダクタンス　L　[H]ヘンリー
- インピーダンス　Z　[Ω]オーム
- 位相のずれ　ϕ　（ラジアン）

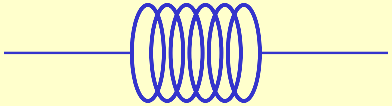
回路記号(2)

- コンデンサー



C

- コイル



L

- 交流電源

コンデンサー，コイルの合成

- 直列

抵抗のとき

$$R = R_1 + R_2$$

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\ L = L_1 + L_2\end{gathered}}$$

- 並列

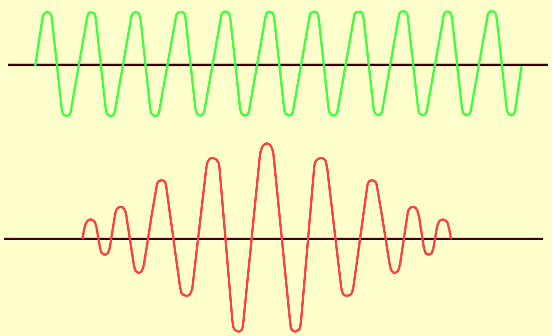
抵抗のとき

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\boxed{\begin{gathered}C = C_1 + C_2 \\ \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\end{gathered}}$$

交流

- 周期的に＋と－が変化する
- 周波数（振動数）　*f*
  東日本50Hz,
  西日本60Hz（100V）
- 角振動数（周波数）　*ω*



$$\omega = 2\pi f$$

交流回路

- 周期的な波形

  → フーリエ級数により分解できる

  → sin、cos の波形を考えれば十分

- 目標: V_0とI_0 の関係、ϕを決める

$$
\begin{cases}
V(t) = V_0 \cos \omega t \\
I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi)
\end{cases}
$$

電流と電位差の位相のずれ

電力（交流）

$$P = VI = V_0 I_0 \cos(\omega t)\cos(\omega t - \phi)$$

平均 ⇒ $P = \frac{1}{2} V_0 I_0 \cos\phi$

同位相（ϕ＝0）のとき $P = V_{eff} I_{eff} \quad V_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \quad I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

実効値：通常これを電圧，電流の値として表示

Eulerの公式

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$i = \sqrt{-1}$$

途中の計算は複素数で行い最後の結果で実数部分をとる

$$V_0 \cos \omega t = V_0 e^{i\omega t}$$ の実数部分とする

線形交流回路の素子

抵抗 $V = IR$

コンデンサー $I = C\frac{dV}{dt}$

コイル $V = L\frac{dI}{dt}$

これに

$V = V_\omega e^{i\omega t}, I = I_\omega e^{i\omega t}$ を代入すると

線形交流回路の素子

抵抗	$V_\omega = RI_\omega$
コンデンサー	$V_\omega = \dfrac{1}{i\omega C} \cdot I_\omega$
コイル	$V_\omega = i\omega L \cdot I_\omega$

となり、すべて<u>オームの法則</u>と同じになる

→ 直流回路の理論がそのまま使える

(違いは、量が複素数であること。)

交流回路

V_ω, I_ω の関係をつける。

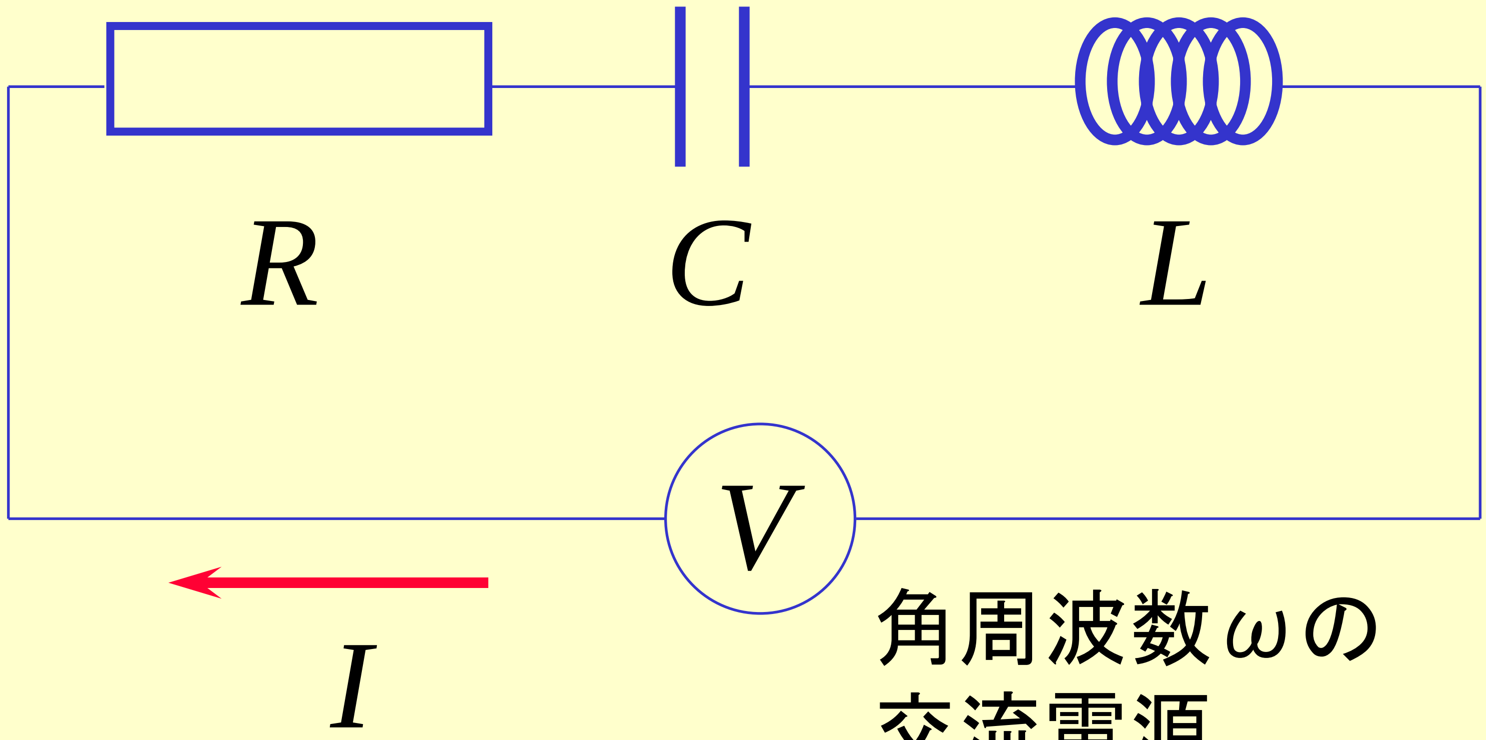
結果として実数の量が決まる

Z: インピーダンス

ϕ : 位相のずれ

$$\boxed{V_\omega = Z e^{i\phi} I_\omega}$$

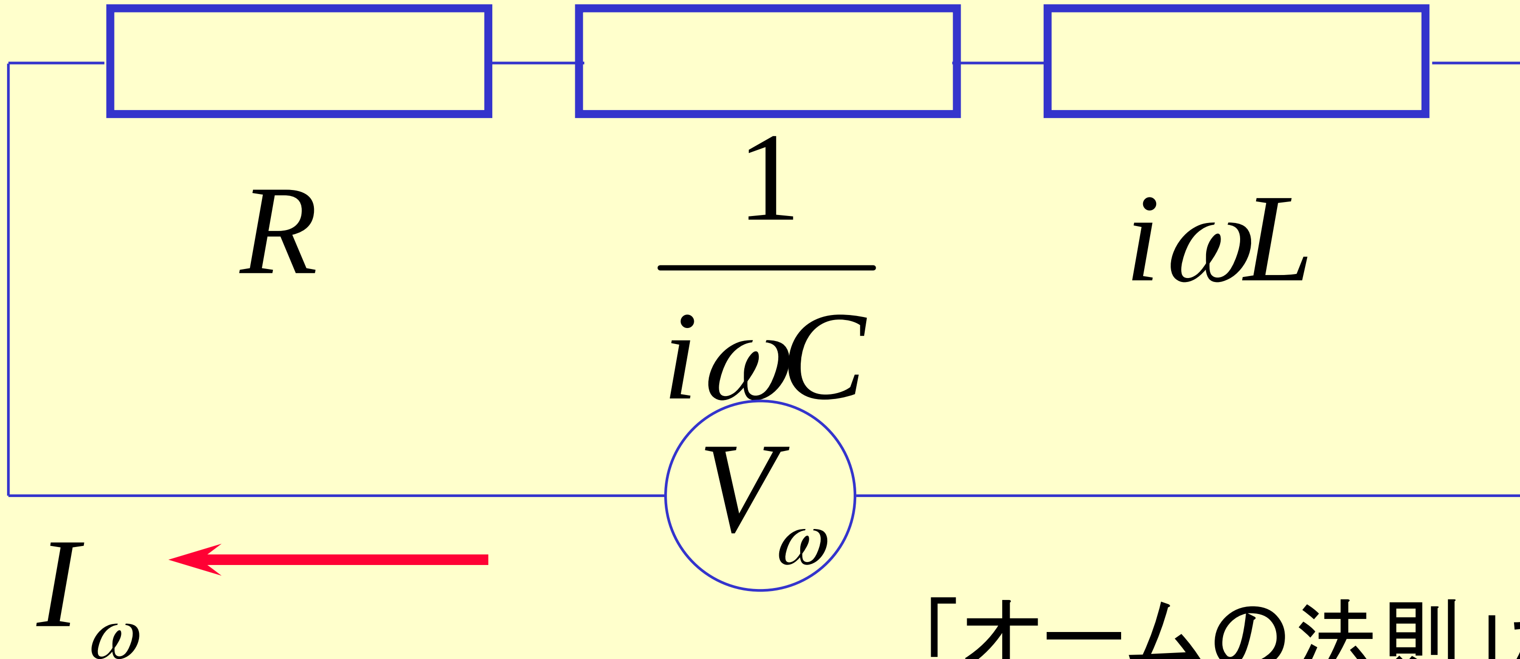
例：RCL直列回路



角周波数ωの
交流電源

この回路は次の回路と等価である

例：RLC直列回路



「オームの法則」から

$$V_\omega = \left(R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L \right) I_\omega$$

例:RLC直列回路

$$V_\omega = \left(R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L \right) I_\omega$$

$$V_\omega = Z e^{i\phi} I_\omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}$$

$$\tan\phi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$