



# 万有引力

## 4章

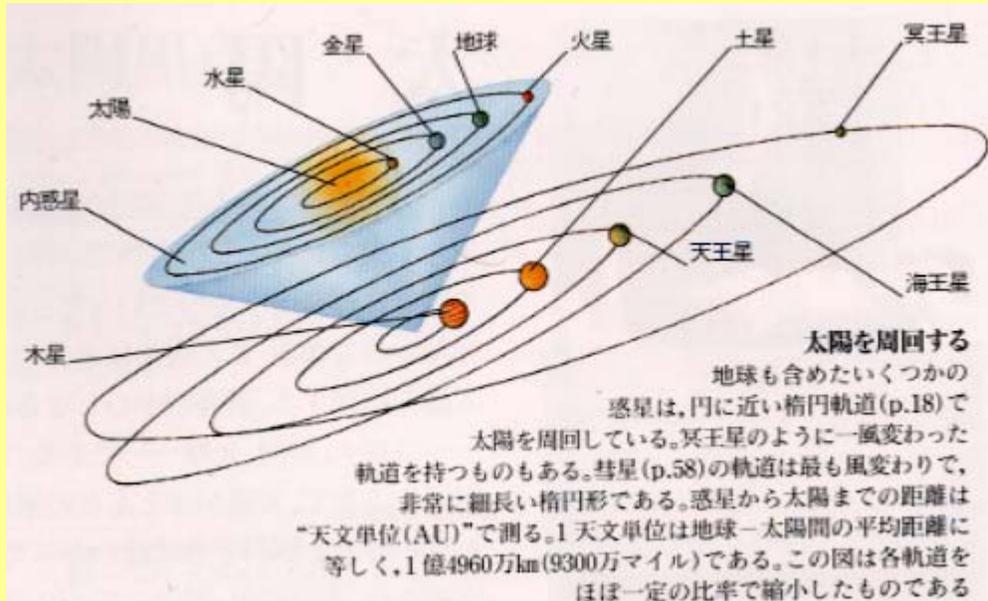
# 概要

- 法則確立への道のり
  - [ブラーエ]...惑星の運動の観測
  - [ケプラー]...惑星運動の現象論的法則
  - [ニュートン]...万有引力
- 法則の内容と議論
  - 地上の重力, 静止衛星, 質量の概念, ...

# 惑星

- 太陽を巡る星  
水星, 金星, 地球, 火星, 木星, 土星,  
天王星, 海王星, 冥王星
- なぜ, 「惑」星か?  
みかけの運動が複雑
- ケプラーの時代: 占星術と天文学は一緒に  
発展。惑星運動を精密に知る必要性。

# 太陽系



# ケプラーの法則

- 1) 軌道の形: 惑星の軌道は太陽を焦点とする楕円
- 2) 運動の速度: 惑星と太陽を結ぶ直線が掃く面積速度は一定
- 3) 惑星どうしの運動: 惑星の公転周期の2乗と軌道長半径の3乗は比例する

# 万有引力の発見

- ケプラーの法則      万有引力
- 法則を円軌道で近似
  - 1) 太陽を中心とする円軌道
  - 2) 面積速度一定

この2つから、惑星の運動は**等速円運動**となる。( 2.3.6節の結論:向心力の式が使える。)

( 2 . 3 . 6 節の結論：向心力の式。 )

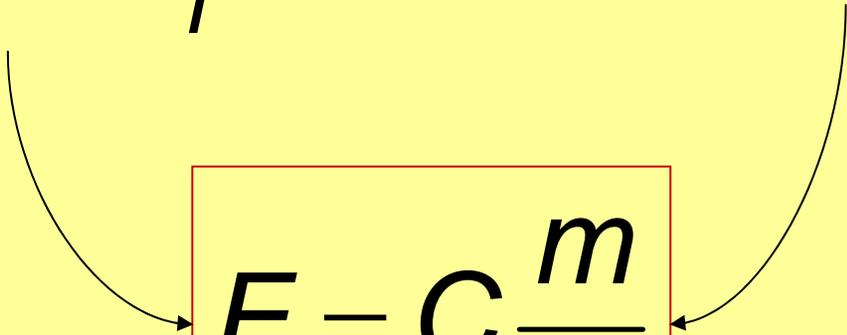
$$F = mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

$F$  = 惑星に働く力 ,  $r$ =惑星と太陽の距離 ,  
 $m, T$ =惑星の質量と周期

3 ) 周期の2乗と半径の3乗が比例

$$T^2 / r^3 = c = \text{定数}$$

$$F = mr\omega^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} \quad T^2 / r^3 = c = \text{定数}$$


$$F = C \frac{m}{r^2}$$

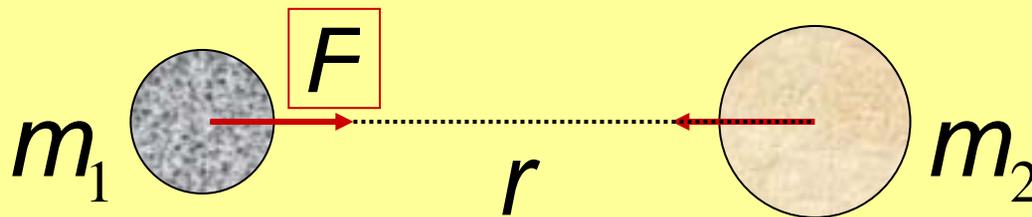
惑星に働く力は距離の2乗に逆比例

# 万有引力

$$F = \begin{cases} \text{大きさ} & G \frac{m_1 m_2}{r^2} \\ \text{向き} & \text{質点を結ぶ方向, 引力} \end{cases}$$

万有引力定数  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$

ポテンシャル  
エネルギー

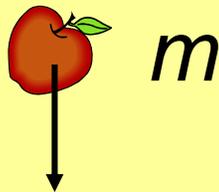


$$U = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

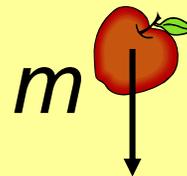
# 地上での重力

重力 = 地球と質点の間の万有引力

$$F = mg$$



$$M = \frac{gR^2}{G}$$
$$= 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$



$$F = G \frac{mM}{R^2}$$

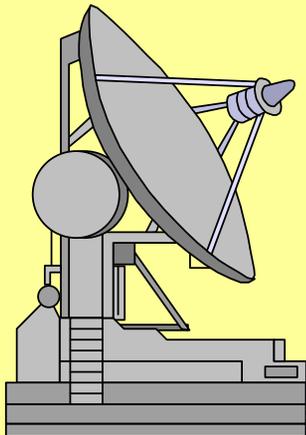
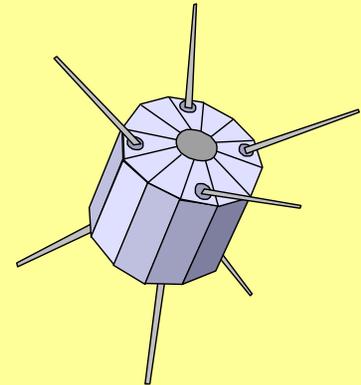
地球

半径  $R$

質量  $M$

# 静止衛星

なぜ、パラボラアンテナは固定しておけるのか？

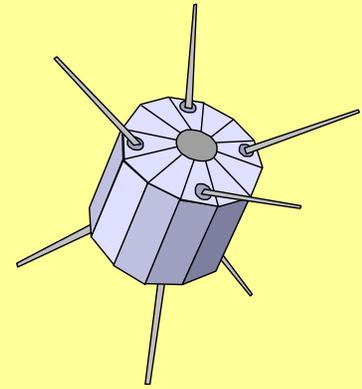


電波を出す衛星の、見かけ上の位置が一定

周期  $T$  が1日の衛星

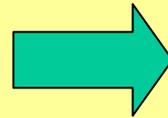
# 静止衛星

衛星の見かけ上の位置が一定  
周期  $T$  が1日の衛星



向心力 = 万有引力

$$mr\omega^2 = G \frac{mM}{r^2}$$



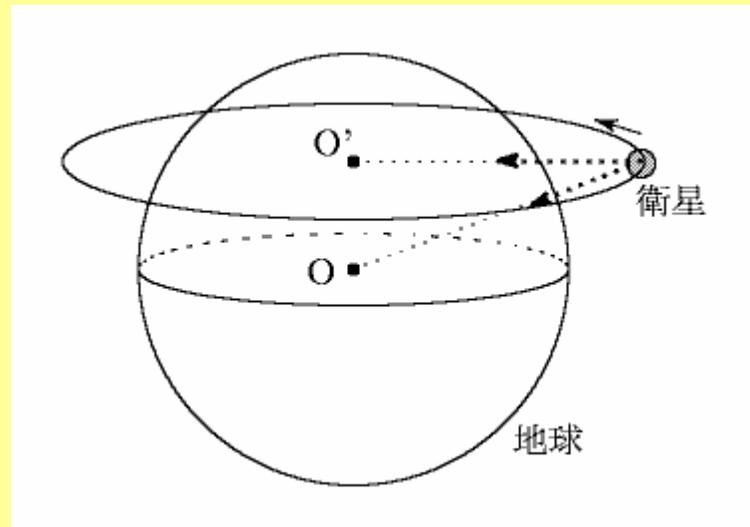
$$r = \left( \frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$
$$= 4.22 \times 10^7 \text{ m}$$

# 静止衛星

なぜ、パラボラアンテナは南を向いているのか？

衛星軌道は赤道上に限る

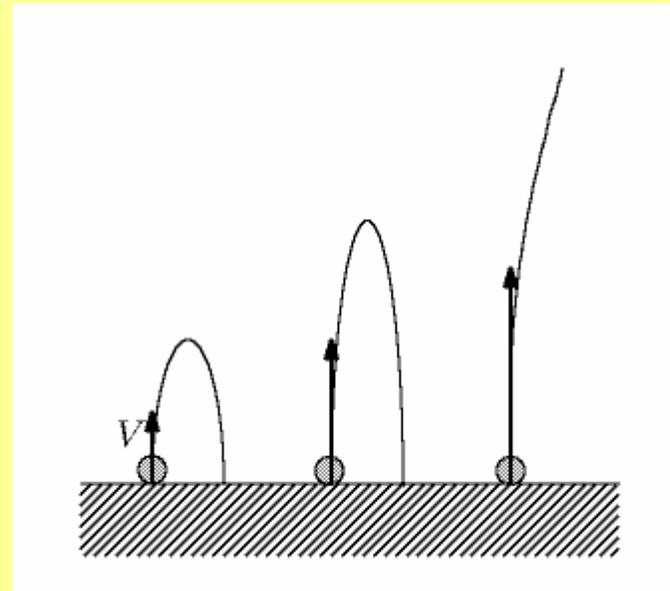
右図の軌道は  
力の向きが矛盾

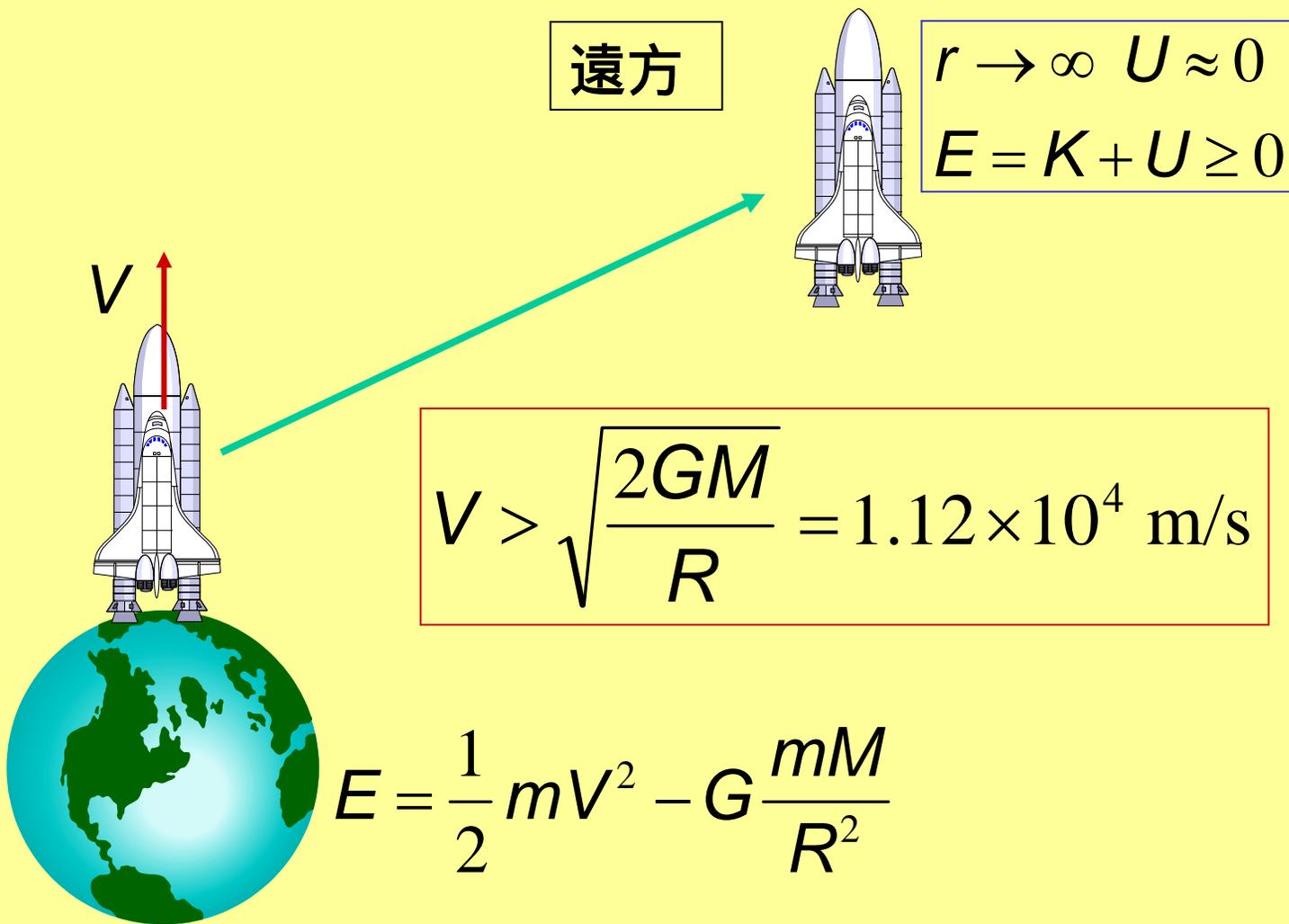


# 脱出速度

- 地上から物体を打ち上げる  
どのような速度にすれば、地球の重力を振り切って飛び出せるか。

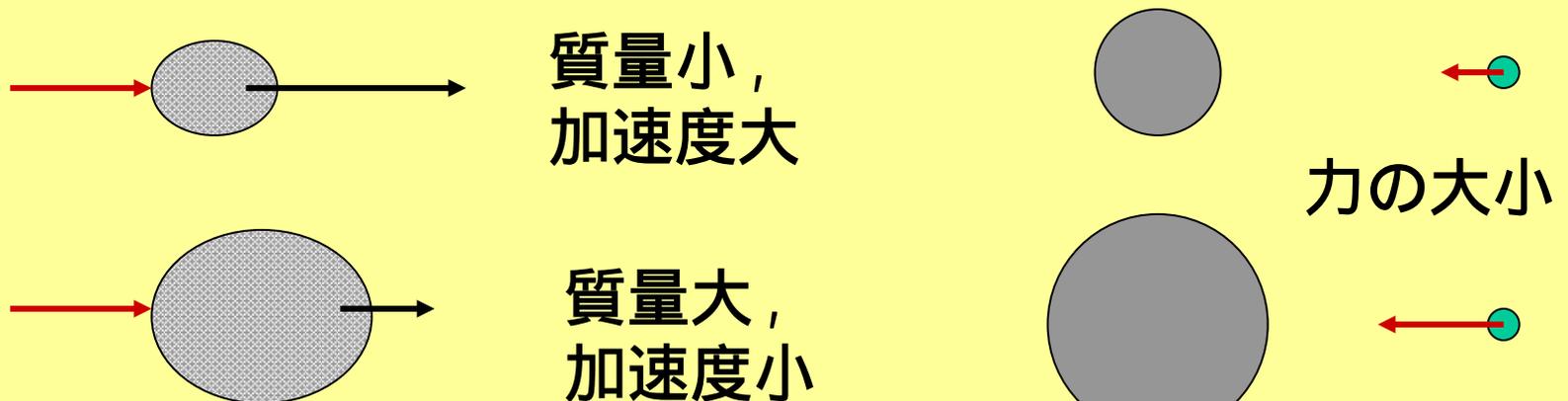
エネルギー保存則の応用 (3.2.3節)





# 慣性質量と重力質量

- 2つの質量の概念
- 慣性質量: 動かしやすさ, 動かしにくさ
- 重力質量: 重力を発生させる能力の大小



# 慣性質量と重力質量

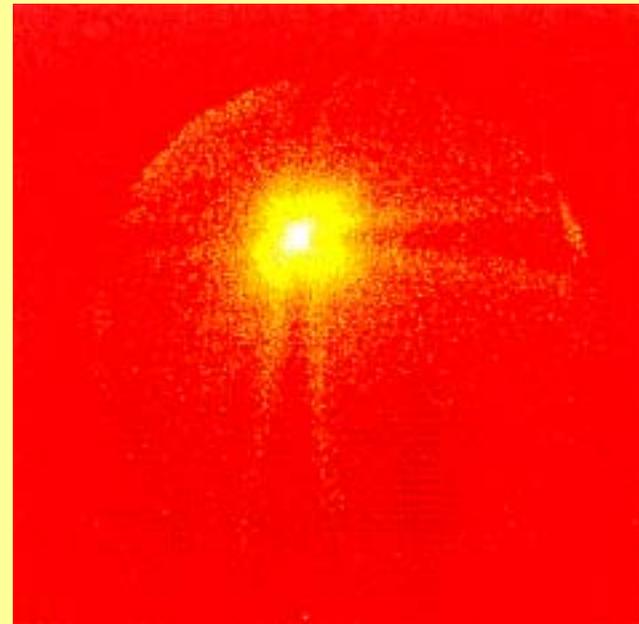
- 実験：慣性質量と重力質量は高精度で一致する
  - 何らかの自然界のからくり
- 両者の一致を基本原理とする
  - アインシュタインの重力理論（一般相対性理論）
  - ...宇宙を考察するための基本的道具

# ブラックホール

- アインシュタイン理論の帰結の1つ
- すべてのもの(光さえも)が脱出できなくなる強い重力を持つ星  
(大きさと可能性:p.78)
- 観測結果  
多数の候補  
銀河中心:巨大ブラックホールの存在

# ブラックホール

1993年に打上げた「あすか」に搭載したX線反射望遠鏡は、ブラックホールや遥か遠くの銀河団などのX線による映像を、次々と送ってきている。  
写真はブラックホール候補「はくちょう座X-1」のX線像である。



宇宙航空研究所ホームページより  
<http://www.isas.ac.jp/info/project/>