抵抗力での運動

２．５．３　抵抗力

復習(等加速度運動)

$$v = at + v_0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

地上での運動

加速度 g の等加速度運動

類題3 p.30)高さhから
地上への落下→ 速度

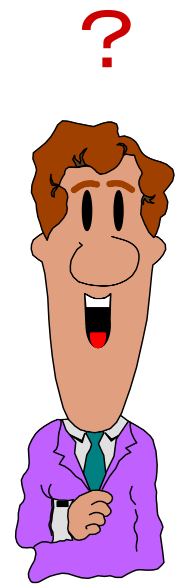
$$v = \sqrt{2gh}$$

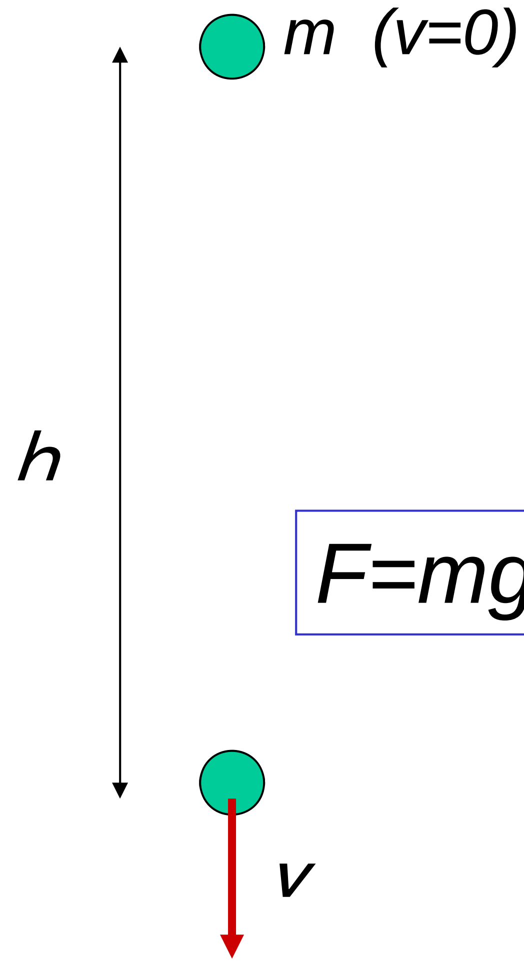
$$v = \sqrt{2gh}$$

数値的にはどうか？

$$h = 200\ \mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \quad v = 63\ \mathrm{m/s}$$





$$\boxed{F=mg}$$

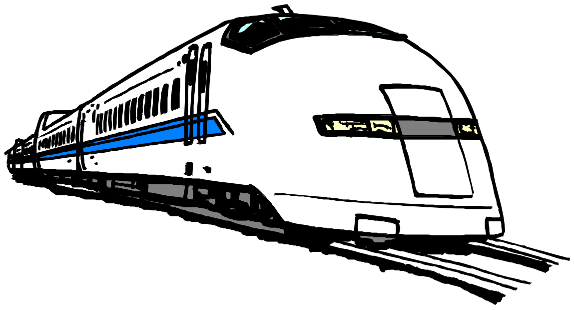
現実にはこうならない　→　空気抵抗の存在

抵抗力

- 水中や空気中を運動するときの抵抗力

  条件

- 静止:力＝0
- 運動方向と逆
- 速度とともに増える



この条件を満たす式

→　F=−bv

（b:正の定数）

- 初速度0で質点を落下させる

運動の定性的性質

1）はじめは重力で加速される

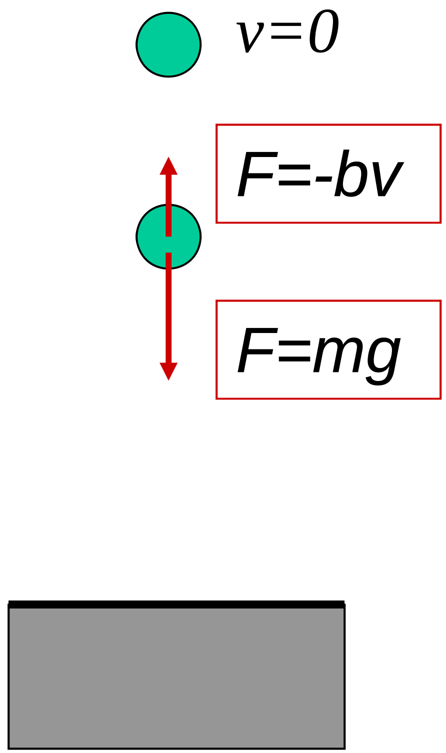
2）速度が増加，抵抗力も増加

3）両者が釣り合う

　→力＝0→等速度運動

一定の速度：終端速度

$$mg = bv \quad \Rightarrow \quad v_{\infty} = \frac{mg}{b}$$



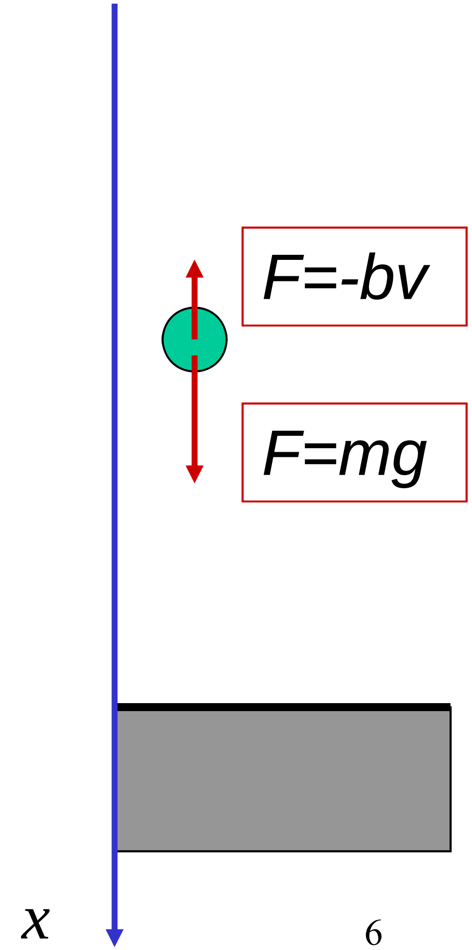
重力と抵抗力

- 正確な理解→運動方程式を解く

$$\boxed{F = ma}$$

- x軸下向き，初期位置　$x = 0$

$$mg - bv = ma$$



$$mg - bv = ma$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$mg - bv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\tau = \frac{m}{b}$$

$$v_\infty = \frac{mg}{b}$$

$$v - \frac{mg}{b} = -\frac{m}{b}\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{1}{v - v_\infty}\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \int \frac{1}{v - v_\infty}\frac{dv}{dt}dt = \int -\frac{1}{\tau}dt$$

$$\int \frac{1}{v - v_\infty}dv = \int -\frac{1}{\tau}dt$$

$$\int \frac{dv}{v - v_\infty} = \int -\frac{1}{\tau} dt$$

初期条件

t=0 → *v=0*

$$\log|v - v_\infty| = -\frac{t}{\tau} + C$$

$$C = \log v_\infty$$

$$\log(v_\infty - v) = -\frac{t}{\tau} + \log v_\infty$$

指数・対数の計算 : p.240

$$\boxed{v = v_\infty (1 - e^{-t/\tau})}$$

$$x = \int v dt = v_\infty [t + \tau(e^{-t/\tau} - 1)]$$

速度時間変化のグラフ

$$v = v_{\infty}(1 - e^{-t/\tau})$$

運動の定性的性質

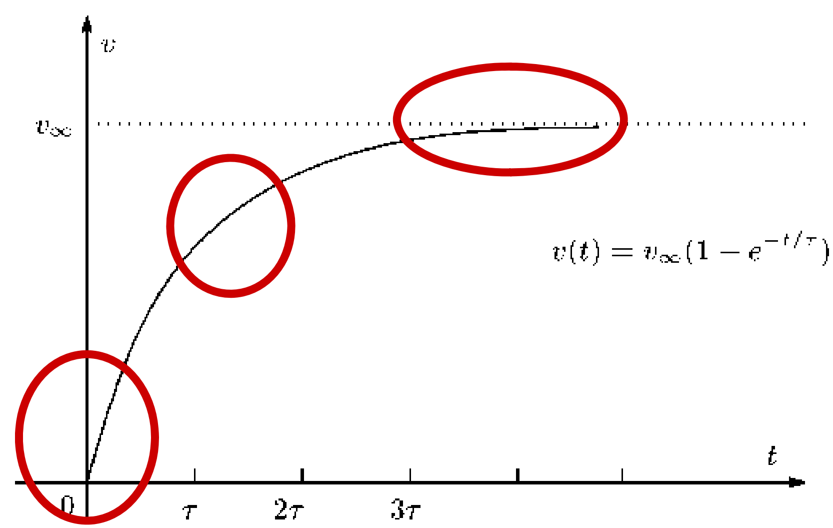
1）はじめは重力で加速される

2）速度が増加，抵抗力も増加

3）両者が釣り合う

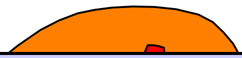
　→力＝０

→等速運動



追加

結果の点検



x	1	0.5	0.1	0.01	0.001
exp(x)	2.718282	1.648721	1.105171	1.01005	1.001001
1+x	2	1.5	1.1	1.01	1.001
1+x+x*x/2	2.5	1.625	1.105	1.01005	1.001001

抵抗力と雨滴の落下

１．　抵抗力なし→Ｖ＝６３ｍ／ｓ

２．　球状の物体の抵抗力に対するストークスの公式

$$F = 6\pi r \eta v$$

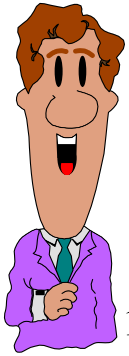
$$v_{\infty} = \frac{mg}{b}$$

$$m = V\rho = \frac{4}{3}\pi r^{3}\rho$$

$$\boxed{v_{\infty} = \frac{2r^{2}\rho g}{9\eta}}$$

$$r = 0.2\,\mathrm{mm}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\infty} = 4.8\,\mathrm{m/s}$$



!