

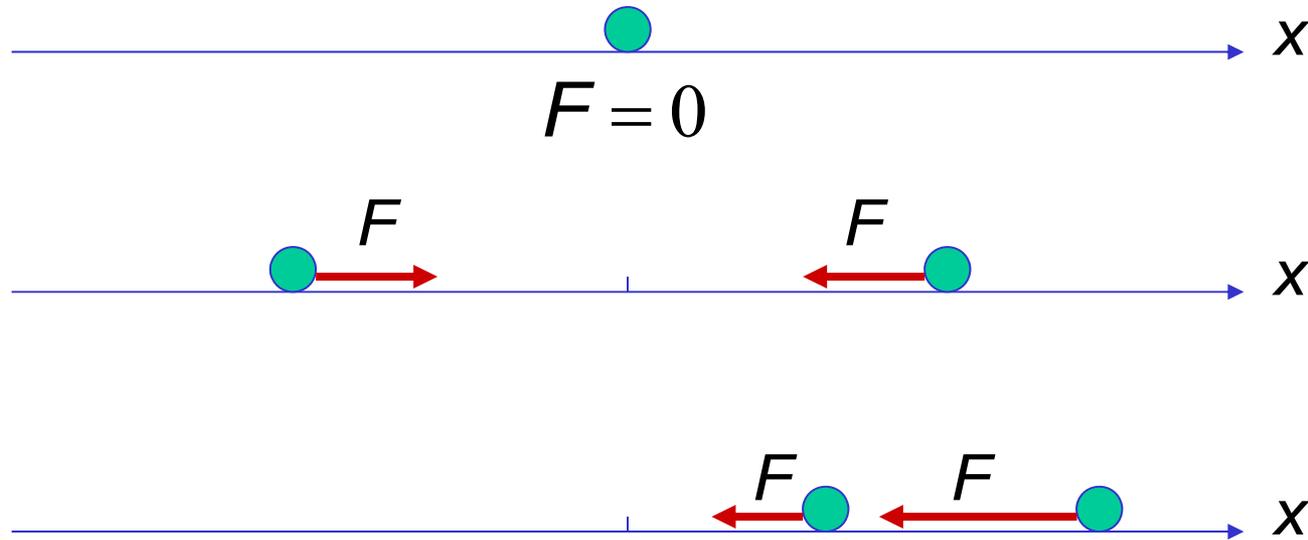
単振動

2. 5. 4 単振動

単振動を起こす力（復元力）

- 1次元の周期運動... 振動
単振動（調和振動）
- つりあいの位置（通常, $x=0$ ）
- 変位に比例した, 引き戻す力

つりあいの位置



$$F = -kx$$

復元力

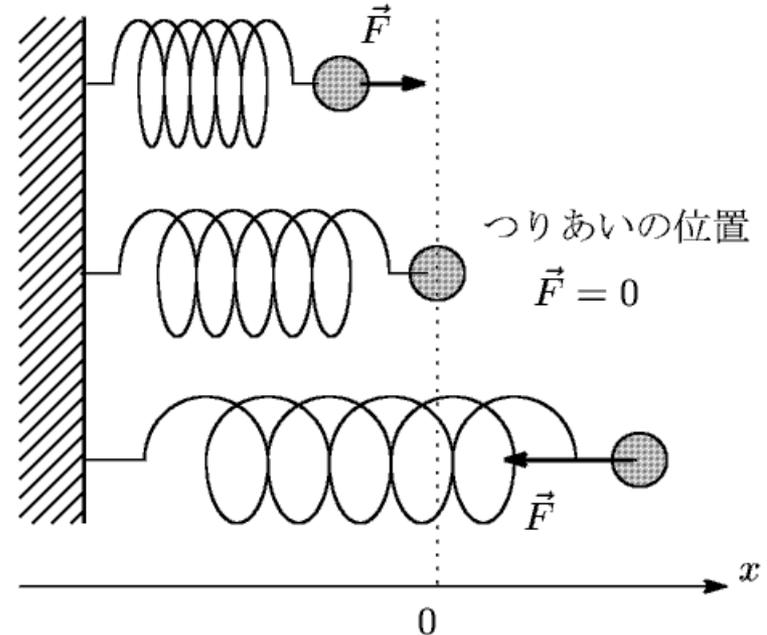
単振動：バネ

フックの法則

伸び, 縮みが
力に比例

ばね定数... k

$$F = -kx$$

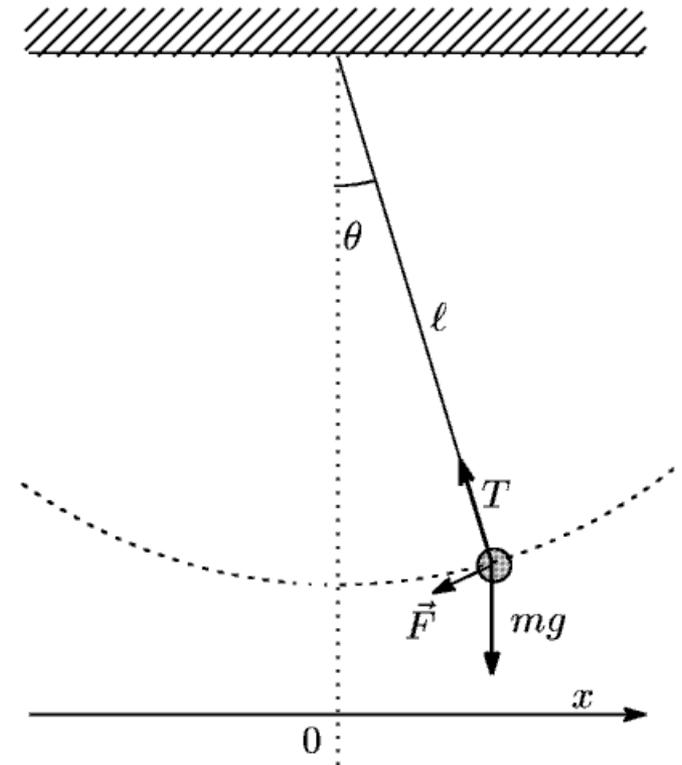


単振動：振り子

振幅が小さいという近似
> 水平方向の往復運動

$$F = - \frac{mg}{l} x$$

定数



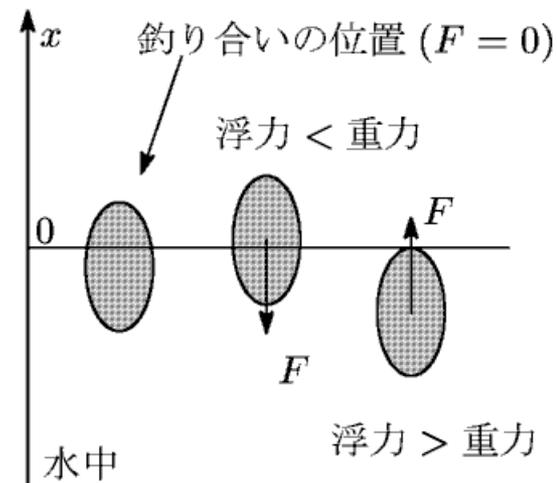
単振動：浮き

浮力と重力のバランス
で上下振動

筒型の浮き

$$F = -S\rho g x$$

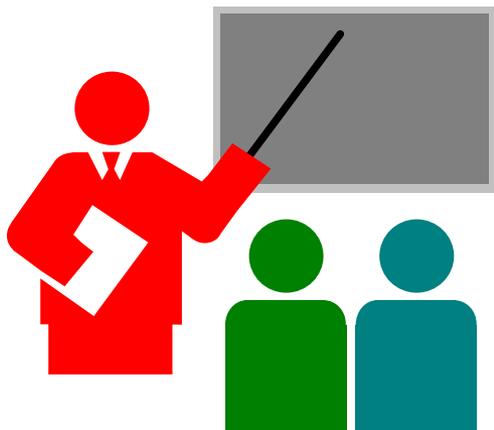
定数



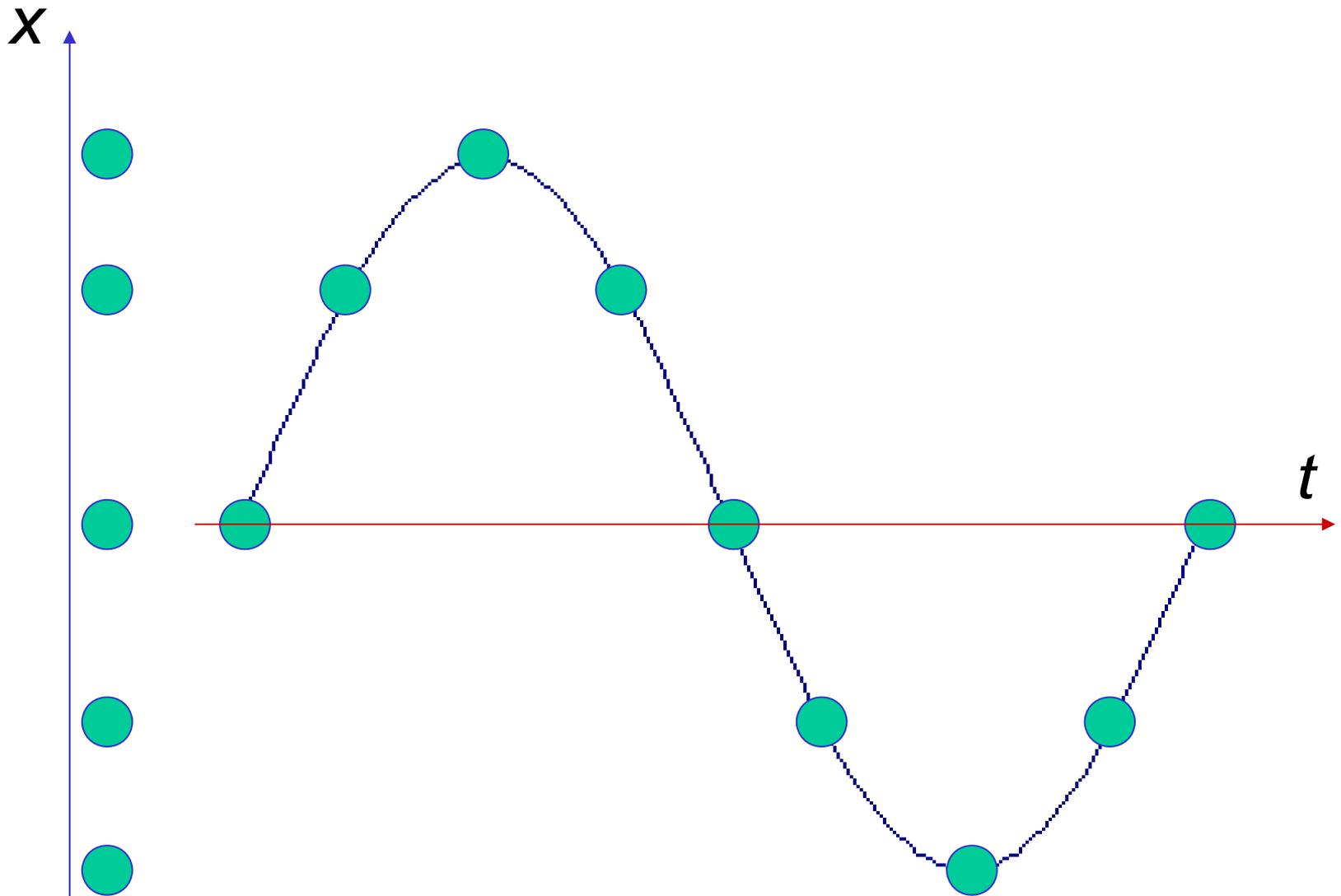
復元力

- ばね
- 振り子
- 浮き

$$F = -kx$$



実体は異なっているも、
表す方程式は同一
→ **統一的扱いが可能**



単振動：運動方程式を解く

$$F = ma \quad -kx = ma$$

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

この微分方程式の解は？
→ p.37 の計算

$$x(t) = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

積分定数 $C_1, C_2 \leftarrow$ 初期条件

加法定理(A.4)で変形
 A, ϕ が積分定数。

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

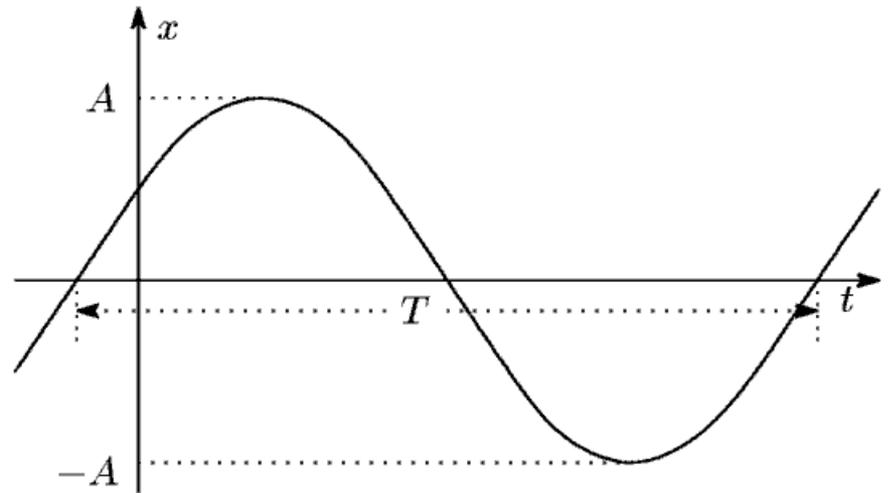
単振動

周期的な振動運動

- T : 周期 (1サイクルに要する時間)
- f : 振動数 (1sに何サイクル振動するか)

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

2π

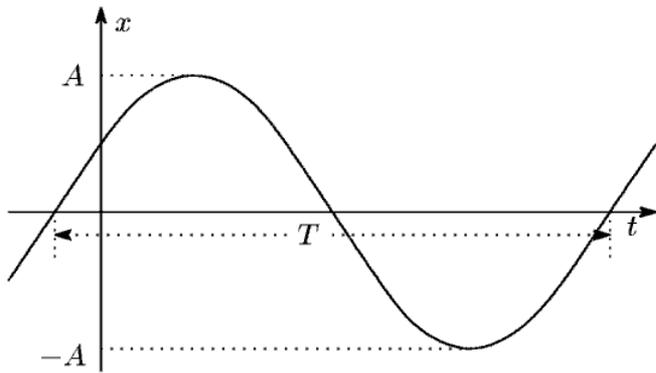


$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{1}{T}$$

単位 s

$1/s = \text{Hz}$

単振動, まとめ



初期条件

A 振幅

ϕ_0 初期位相

力の性質

T 周期

f 振動数

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$F = -kx$$



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T}$$

問2. 8

単振動：一般論

$$x = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

初期条件

$$t = 0 \quad x = 0, v = V_0$$

速度に関する初期条件をどうやって使うか？

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = C_1 \omega \cos \omega t - C_2 \omega \sin \omega t$$

$$\begin{cases} 0 = C_1 \times 0 + C_2 \times 1 \\ V_0 = C_1 \omega \times 1 - C_2 \omega \times 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t$$

$$C_1 = v_0 / \omega, C_2 = 0$$

問2.9

単振動：一般論

振り子

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$F = -\frac{mg}{l}x$$

周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

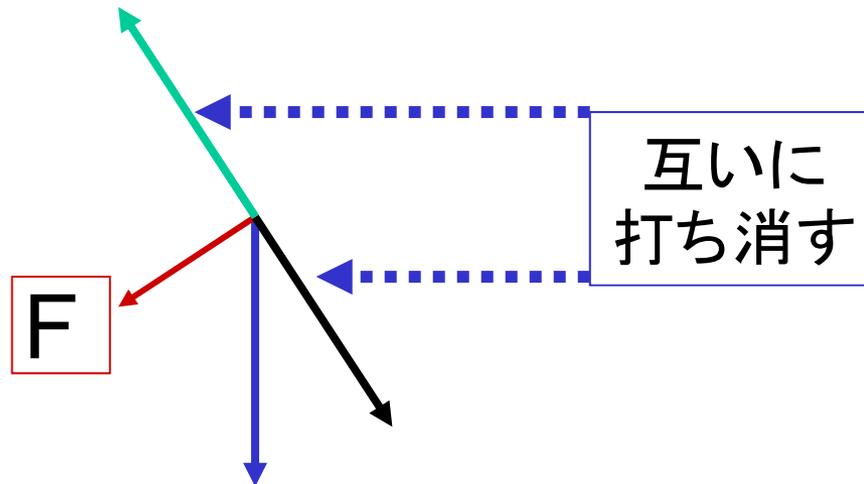
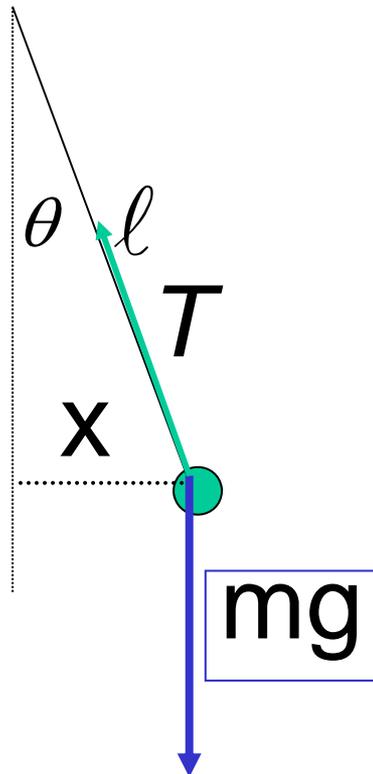
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

周期とひもの長さを測定

T

l



$$l : x = mg : F$$

重力のひもに垂直な方向の成分が振動を引き起こす。

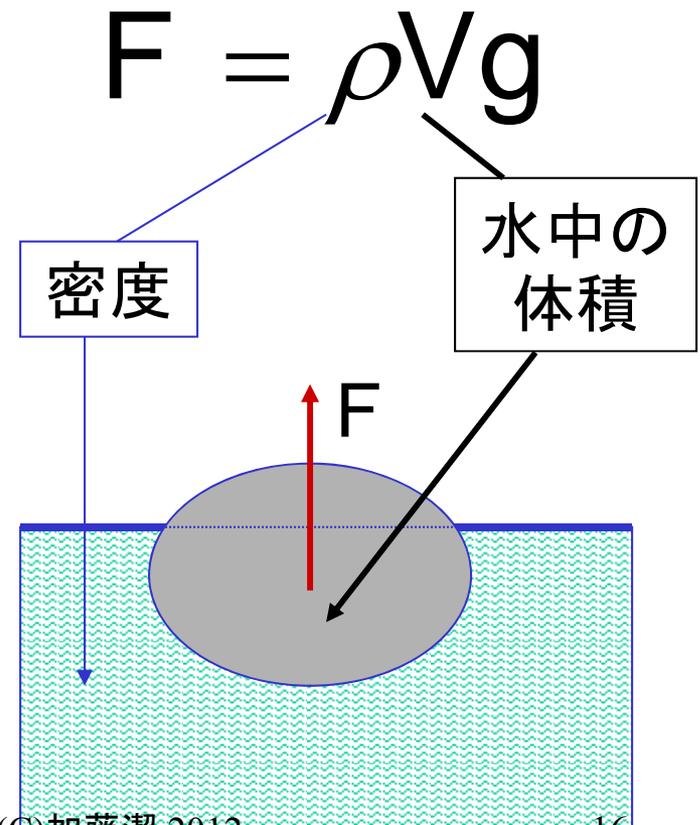
$$F = \frac{mg}{l} x$$

力の大きさ

浮力

- アルキメデスの原理

＜浮力の大きさは物体が排除した流体に働く重力と同じ＞



問2. 10

重力(mg)は常に一定

つりあって静止
浮力=重力

→ $x=0$

x

$x < 0$

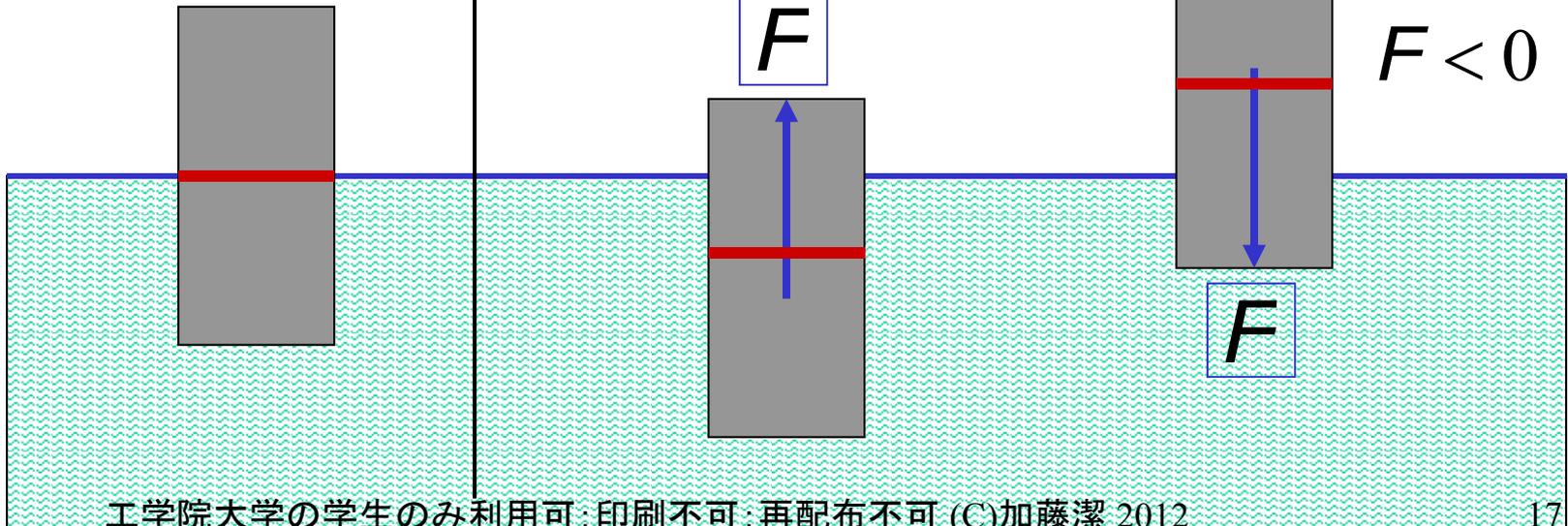
$F > 0$

F

$x > 0$

$F < 0$

F



問2. 10

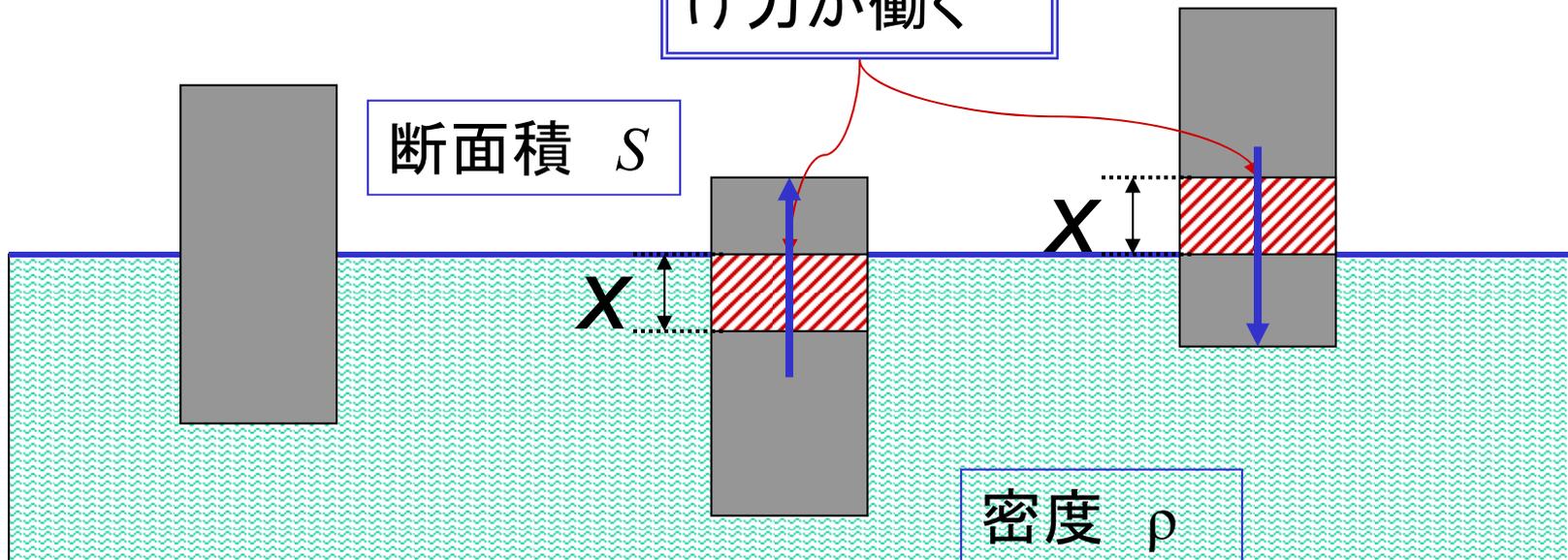
重力(mg)は常に一定

$$F = -(Sx)\rho \cdot g$$

つりあって静止
浮力=重力

→ $x=0$

この浮力の
変化した分だけ
力が働く

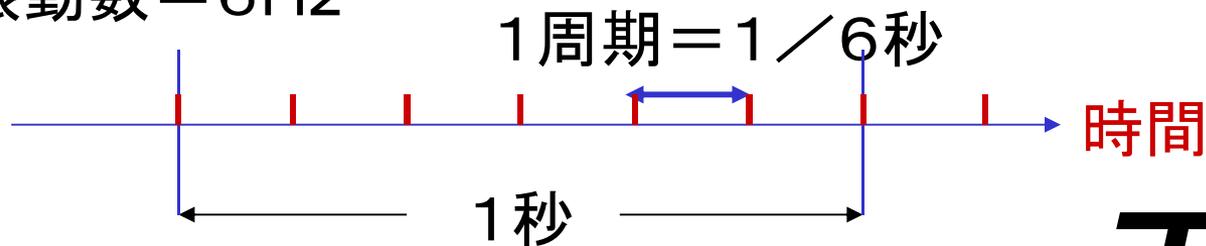


単振動

周期的な振動運動

- T : 周期 (1サイクルに要する時間)
- f : 振動数 (1sに何サイクル振動するか)

振動数 = 6Hz



$$Tf = 1$$