

いろいろな振動 等速円運動

2. 5. 5 いろいろな振動

2. 5. 6 等速円運動

前回の復習とあらすじ

- ・ $F=-kx$ の力 \Rightarrow 単振動
- 他の要素が加わった場合を検討。
(数学は難しい部分があるのでこだわらない事)
 - 1) 抵抗力が加わったとき
 - 2) 抵抗力+外部からの振動が加わったとき

復元力 + 抵抗力

振動とブレーキの競合

振動の時間 ... $T = \frac{2\pi}{\omega}$

2つの時間スケール

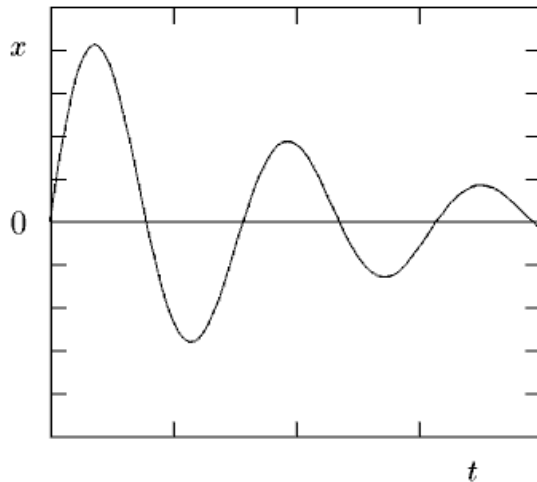
減衰の時間 ... τ

$T \ll \tau$ ⇒ 振動しながら, 徐々に減衰する

$T \gg \tau$ ⇒ ブレーキが効き, 振動は見えない

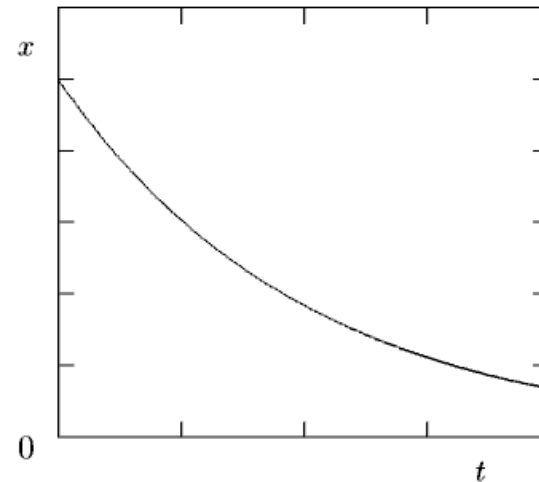
$$2\omega\tau > 1$$

減衰振動



(a) $2\omega\tau > 1$

$$2\omega\tau < 1$$



(b) $2\omega\tau < 1$

τ 小 τ 大 \Rightarrow 振動しながら, 徐々に減衰する

τ 大 τ 小 \Rightarrow ブレーキが効き, 振動は見えない

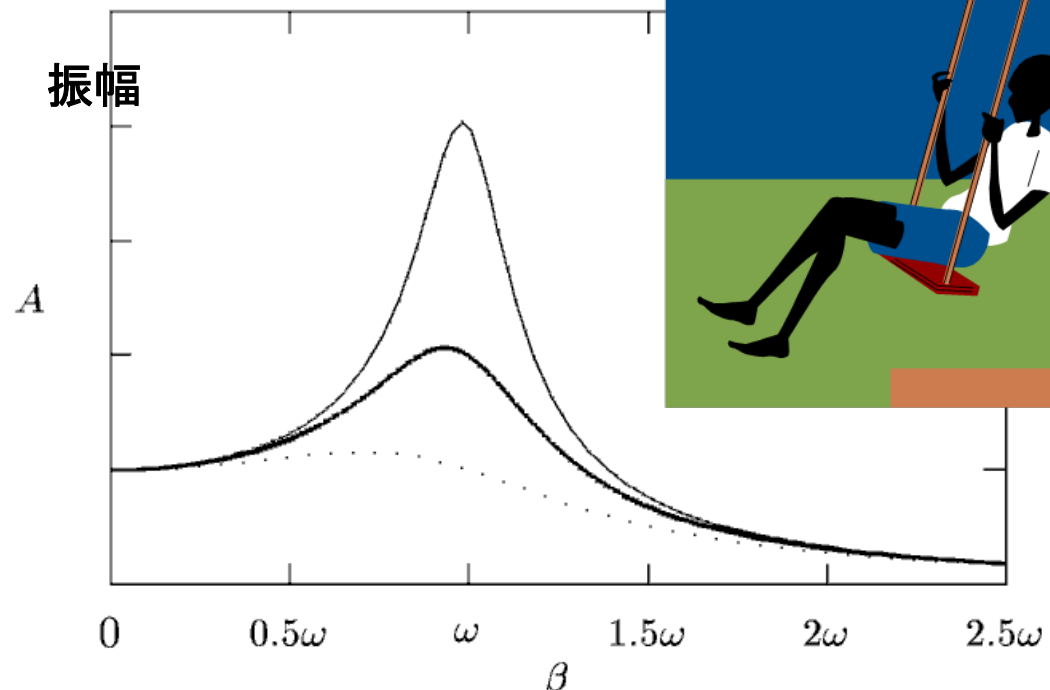
強制振動と共振

ω

復元力 + 抵抗力 + 強制力 $\longrightarrow f_0 \sin \beta t$

固有振動数 ω
と外部振動数 β が近づくと振
幅が大きくな
る

\longrightarrow 共振, 共鳴



円運動

円運動

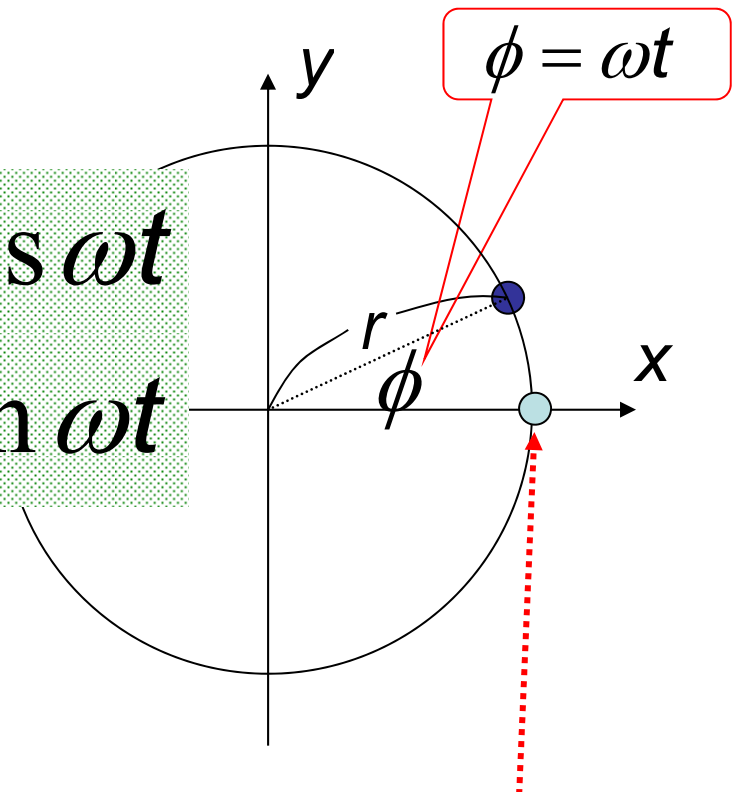
角速度： ω [rad/s]
で回転する角度

周期： T

回転数： f

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$\begin{cases} x = r \cos \omega t \\ y = r \sin \omega t \end{cases}$$



$t=0$ で x 軸上にあるとする

円運動：速度と加速度

$$\begin{cases} x = r \cos \omega t \\ y = r \sin \omega t \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

x, y 成分ごとに微分

$$\begin{cases} v_x = -r\omega \sin \omega t \\ v_y = r\omega \cos \omega t \end{cases}$$

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$v = r\omega$$

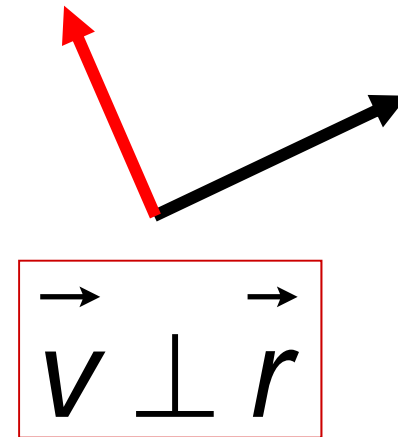
同様に $a = r\omega^2$

円運動：速度と加速度

$$\begin{cases} x = r \cos \omega t \\ y = r \sin \omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = -r\omega \sin \omega t \\ v_y = r\omega \cos \omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = -r\omega^2 \cos \omega t \\ a_y = -r\omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$



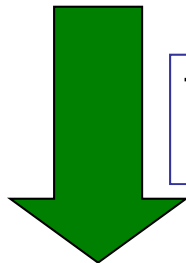
$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{v} \perp \vec{r}$$

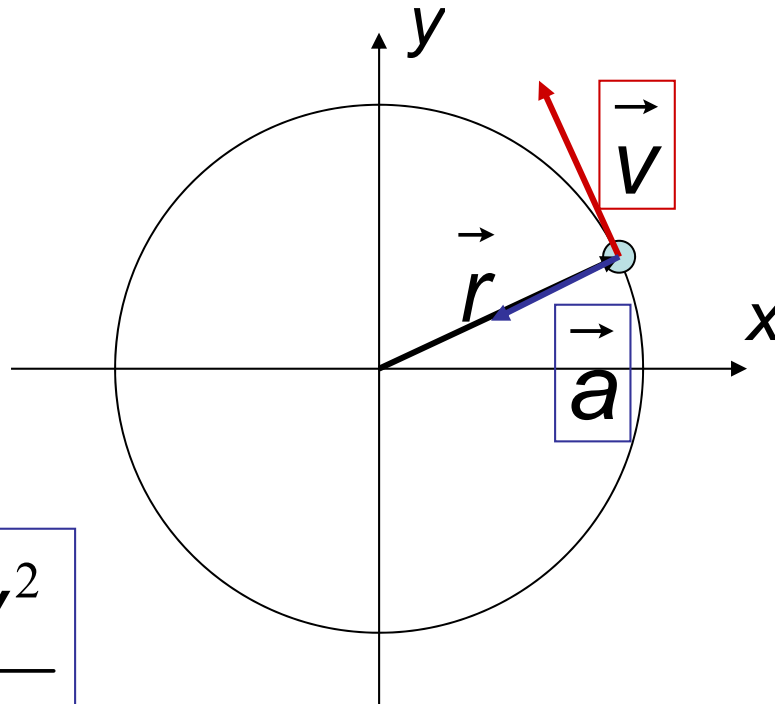
$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$$

$$v = |\vec{v}| = r\omega \quad a = |\vec{a}| = r\omega^2$$

向心力 = 円運動
を引き起こす力



$$\vec{F} = m\vec{a}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{大きさ} \quad mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r} \\ \text{向き} \quad \text{中心方向} \end{array} \right.$$

向心力

例

(青字＝向心力の実体)

- ひもにまわされた物体が円運動するとき、ひもの張力。
- 地球がまわっている物体に作用する万有引力。
- 電子が原子核のまわりを円運動するとき、電気力。
- 自動車かカーブを曲がる時、路面とタイヤ間の摩擦力。

$$F = \frac{mv^2}{r}$$