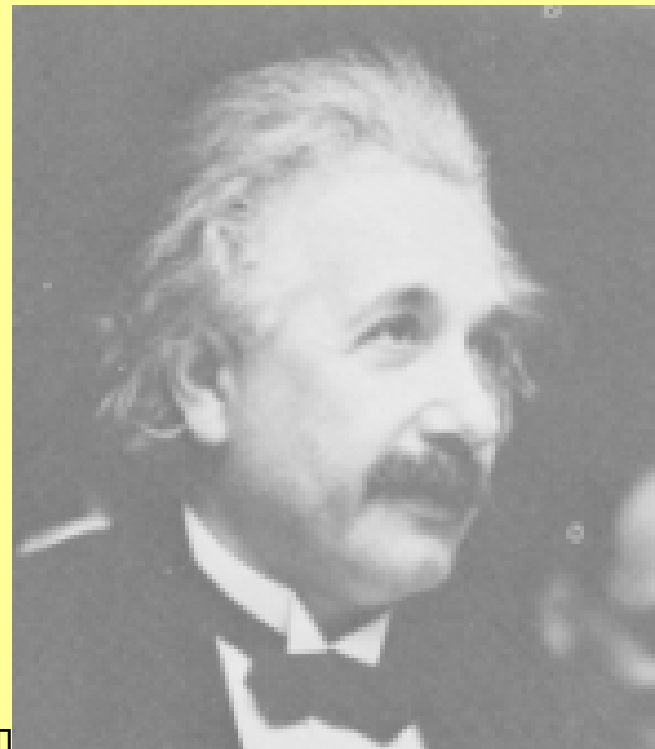


# 相対性理論

*The Relativity*



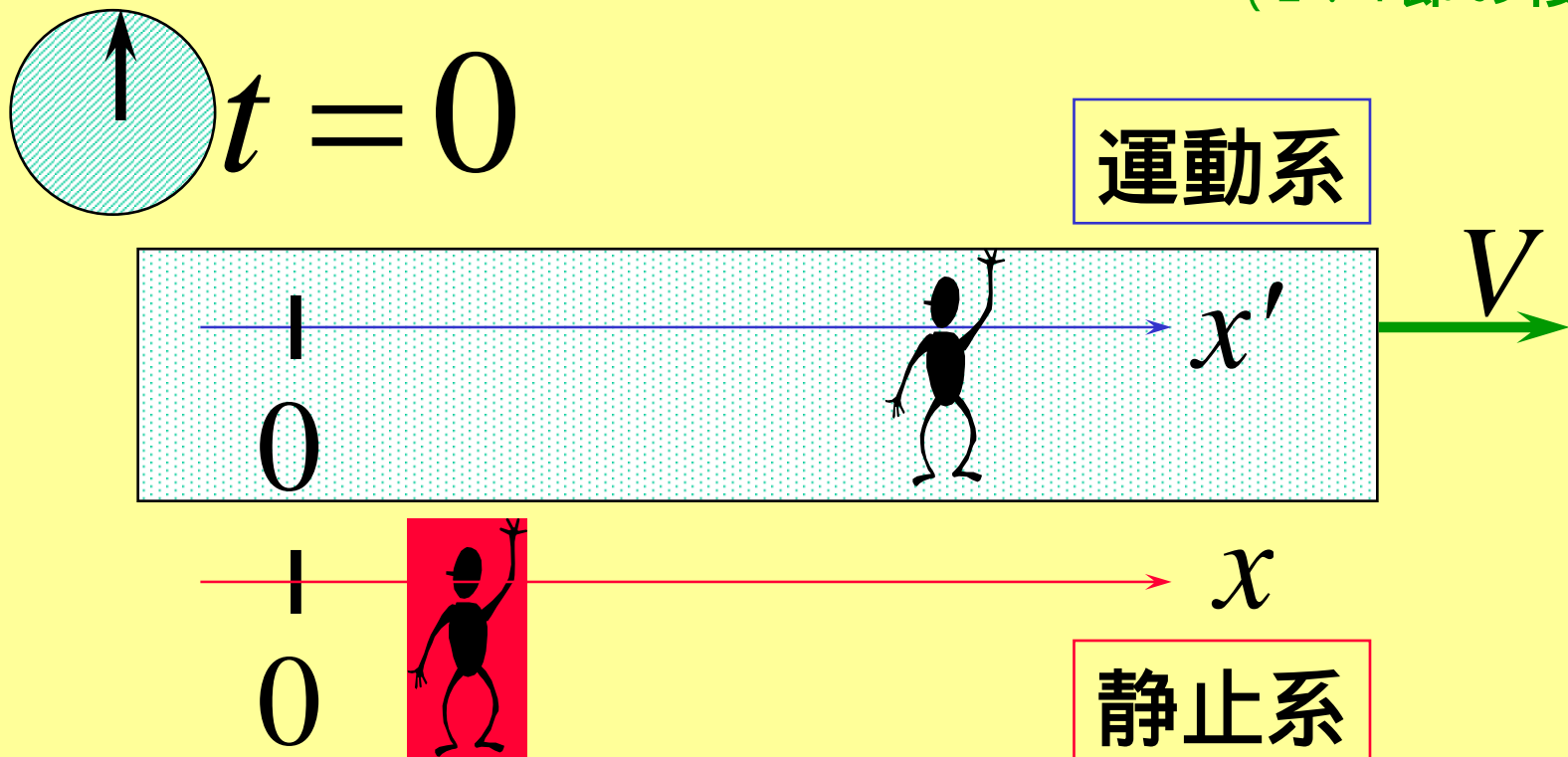
# 運動系と静止系

- 観測者の同等性  
特別な系は存在しない ... 相対性
- 物理的な記述 = 座標系
- 相互に相対速度  $V$  で運動している2人の観測者を考える。  
片方を**静止系**、他方を**運動系**と呼ぶ。  
(どちらを「静止」とするかは任意。)

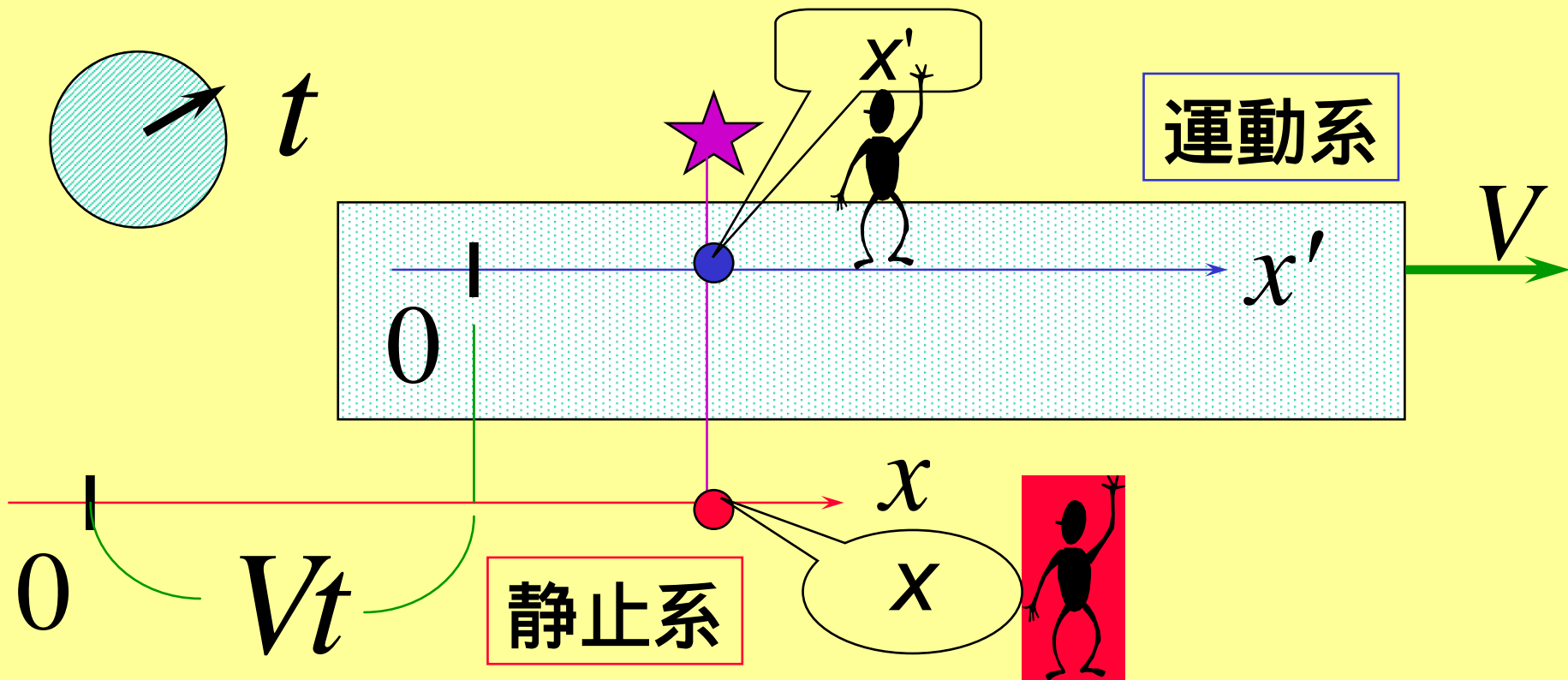
# ガリレイ変換

## Newton力学での相対性理論

(2.4節の復習)



# ガリレイ変換



$$x' = x - Vt$$

# ガリレイ変換

$$x' = x - Vt$$

この結果から、ガリレイ変換での速度の合成法則が説明される。

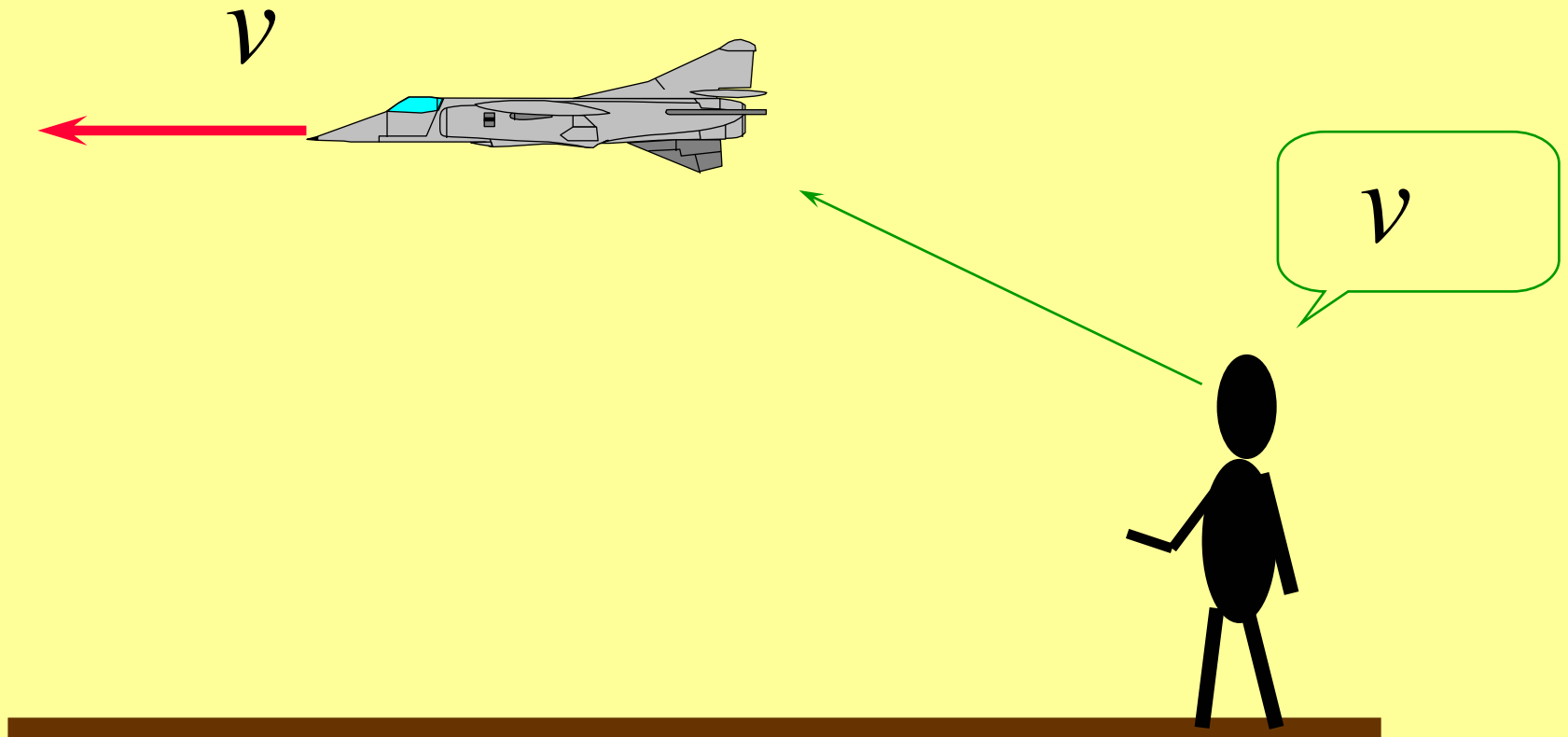
$$v' = v - V$$

運動系の人  
が観測する速度

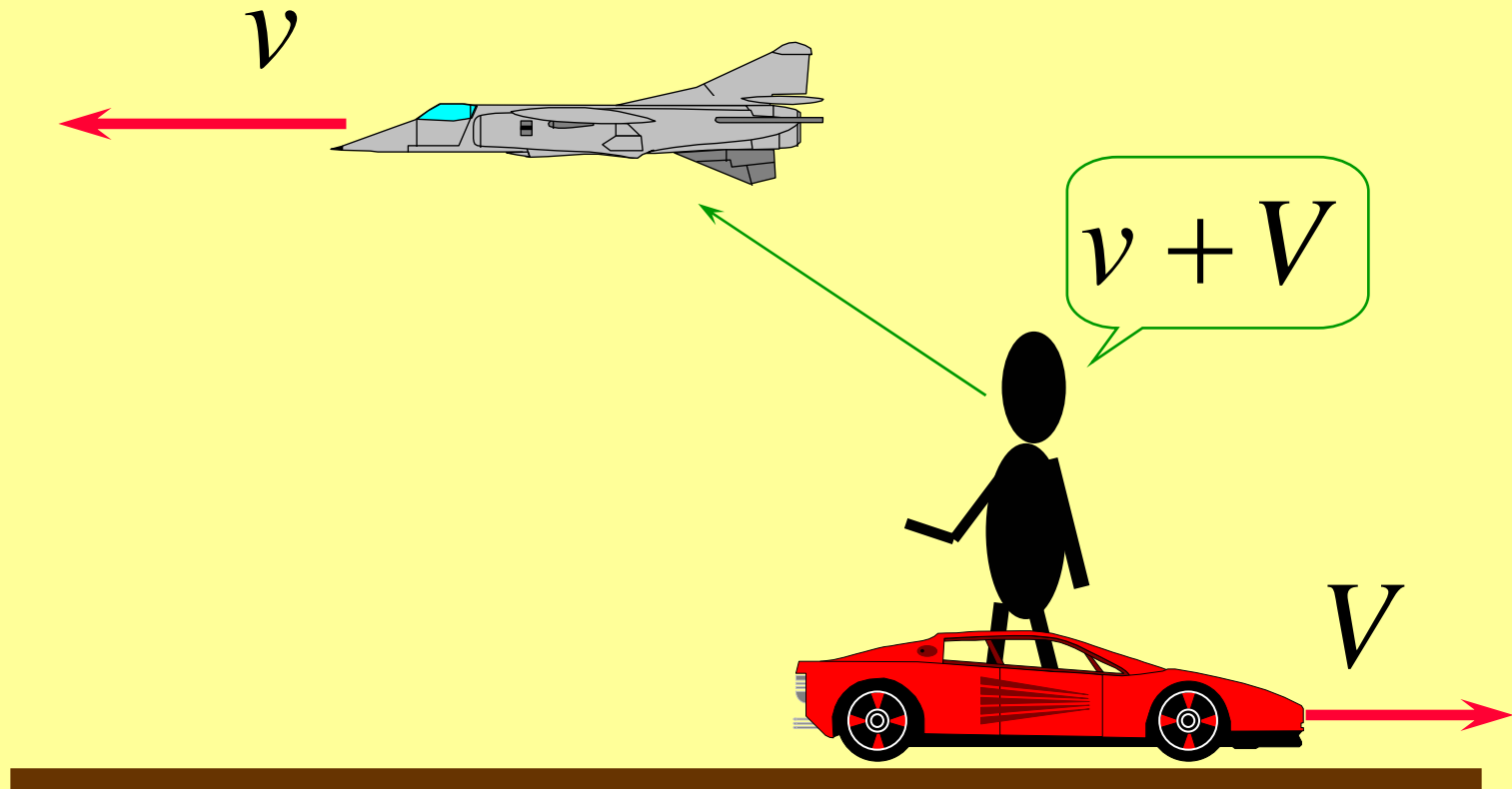
静止系の人  
が観測する速度

座標系の間  
の相対速度

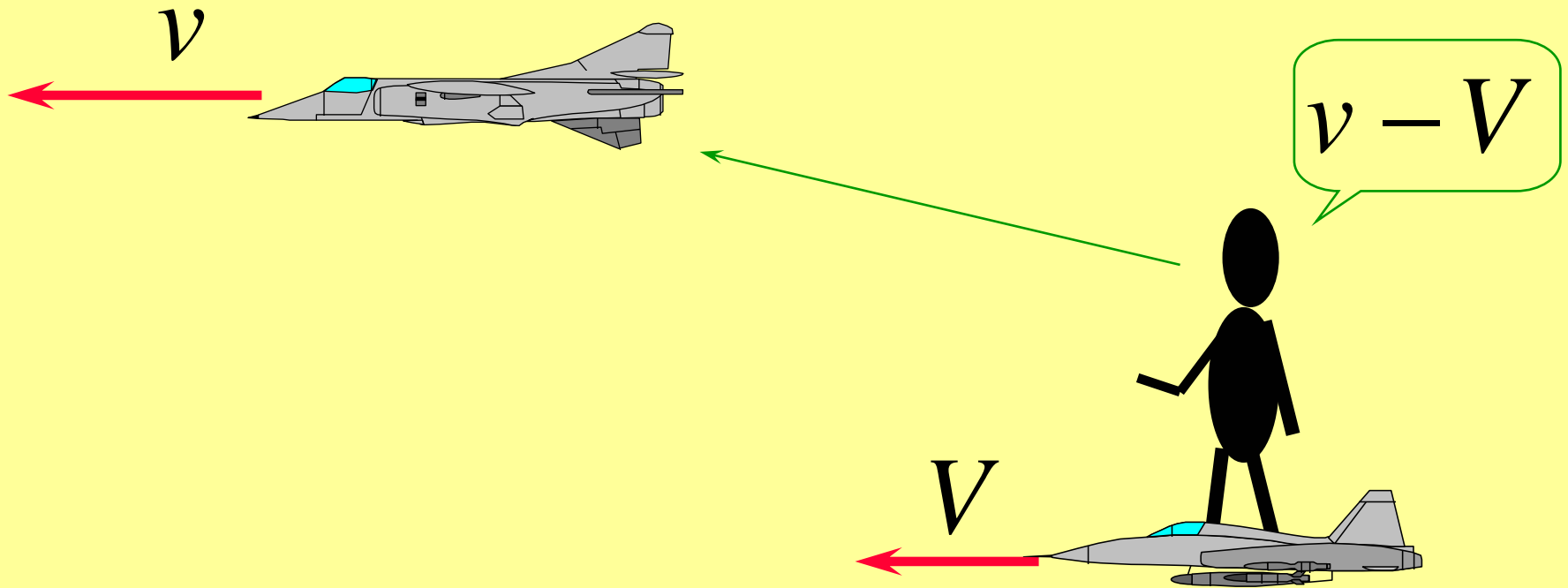
# ガリレイ変換での速度の合成



# ガリレイ変換での速度の合成



# ガリレイ変換での速度の合成





# ガリレイ変換と光

マイケルソン、モーレー

この速度の合成法則が光についても成立するかどうかを実験的に調べる(1887)

$$c = 3.0 \times 10^8 [\text{m} / \text{s}]$$

光の速度は大きい。

合成則を検証するためには、 $c - V$ 、

$c + V$ を  $c$  と区別できないといけない。

# ガリレイ変換と光

大きい速度  $V$  の乗り物  
を使った方が有利  
地球の運動を利用

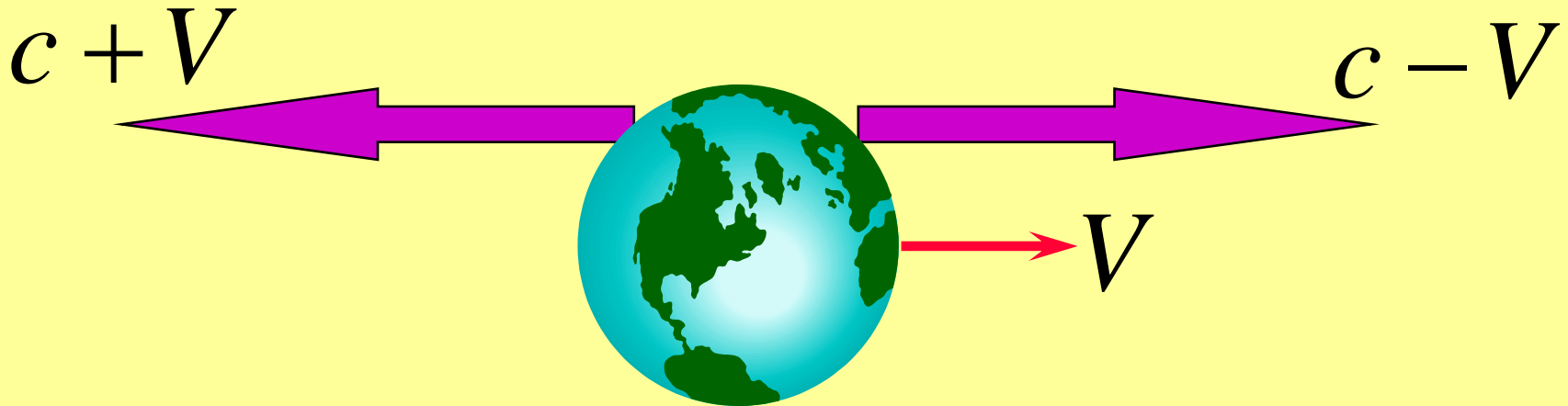


(公転速度)  $V = 3.0 \times 10^4 \text{ [m / s]}$

差が測定できるために、4桁以上の精度で  
光の速度が測れるように実験を準備。  
(実は8桁の精度が必要。)

# ガリレイ変換と光

実験：地球の運動方向に光を出す



ところが!!!

予想に反し、差は見られなかった。

# ガリレイ変換と光

矛盾！？



**自然科学**  
「常識」に反する結果でも、  
自然界の現実を優先すべき

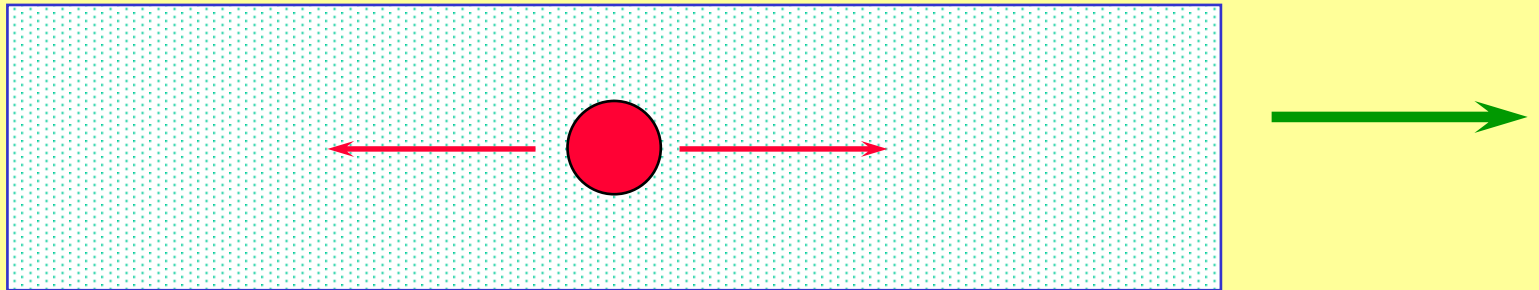
# 「同時」のパラドックス

実験結果によれば、光の速度は運動系でも静止系でも同一である。

ところが、これを前提とすると、不可解な状況が生じる。

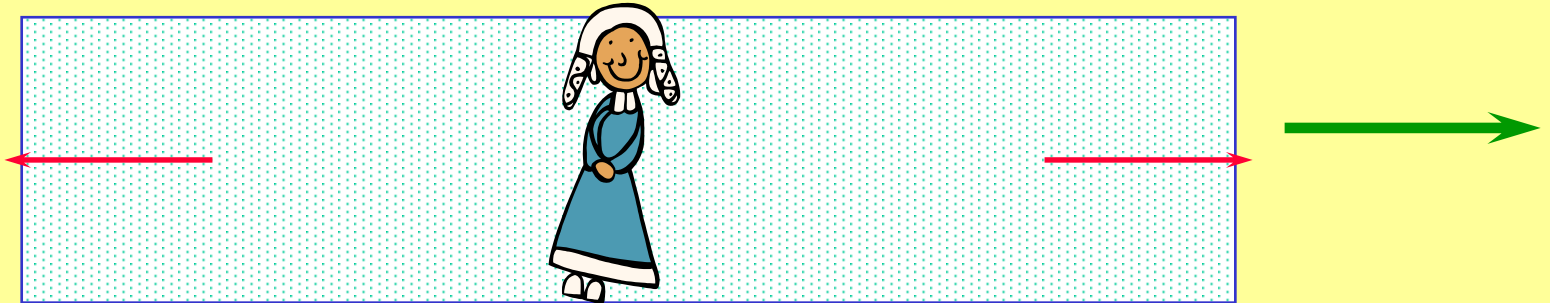
# 「同時」のパラドックス

- 動いている乗り物のちょうど中央から前方と後方に光を発射し、それが先頭と後尾に達することを観測する



# 「同時」のパラドックス

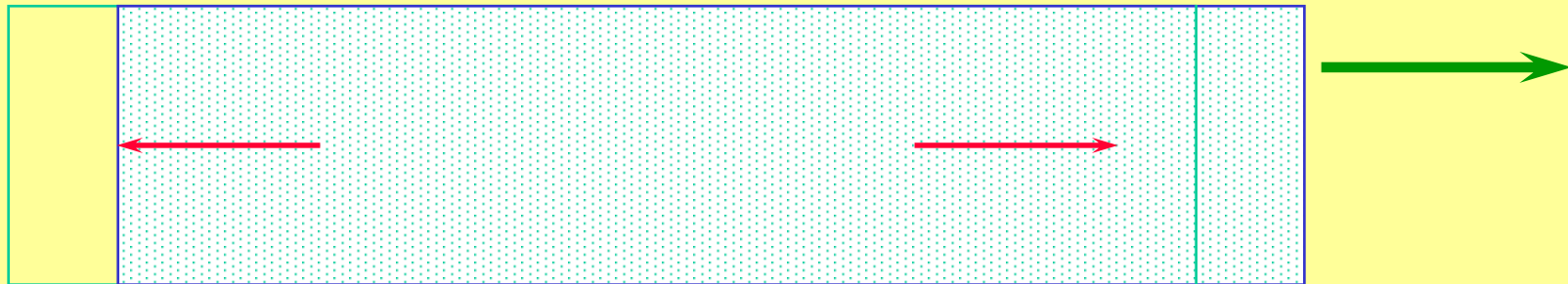
## 乗客の立場



光が同じ速度で、同じ距離を飛ぶのだから  
同時に、前部と後尾に着く。

# 「同時」のパラドックス

外の人立場



光が同じ速度で進み、乗り物は動いているので、後尾が先に光り、後で前部が光る。**同時ではない。**



# 「同時」のパラドックス



同時じゃないよ

矛盾！？  
矛盾！？  
矛盾！？



「光速度一定」  
を前提に  
すると、**同時**  
の概念が  
観測者により  
異なることにな  
る！

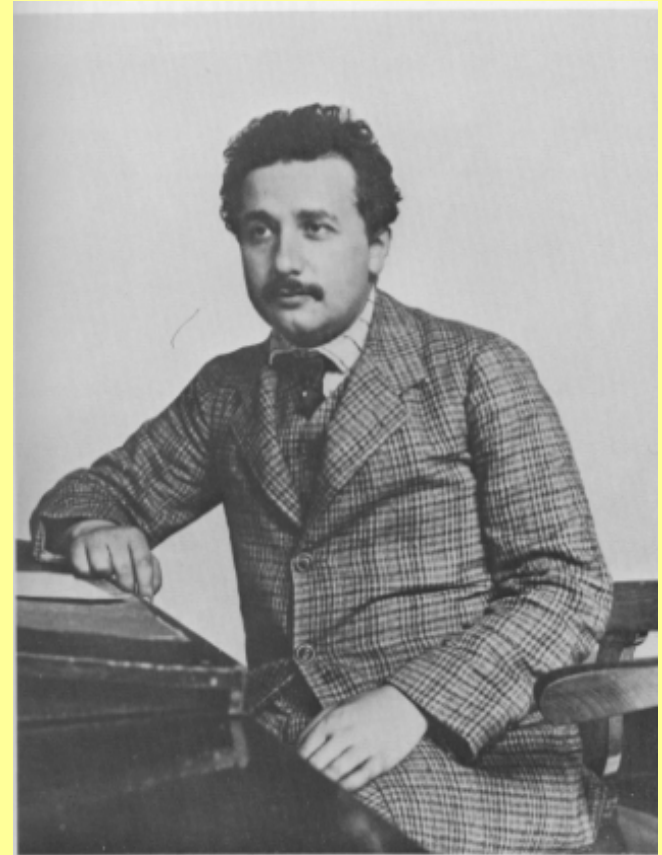
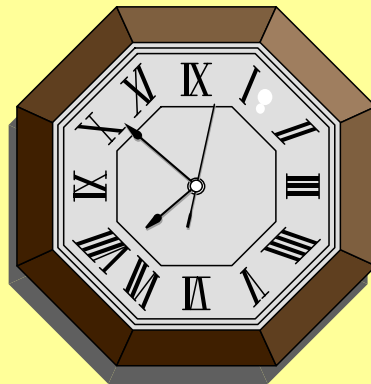
同時だよ



# アインシュタインの考え

時間とはなにか？

絶対的な時間と  
いう概念は意味  
があるのか？



I Einstein at his desk in the Patent office,  
Bern, ca. 1905.  
(Einstein Archive, Courtesy AIP Niels Bohr Library)

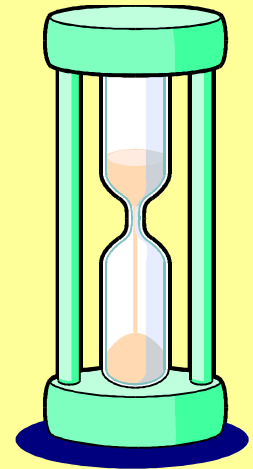
# アインシュタインの考え

我々は時間をどうやって測るか？

- 砂時計：砂の落下
- 日時計：太陽の運行
- 腕時計：水晶発振器や歯車
- 腹時計：消化(化学的变化)など

：

**測定手段はすべて物理法則に依存**



# アインシュタインの考え

時間は、物質や物理法則を超越した絶対なものではない。 (相対性理論)

時間は物理法則と共棲する存在。

系ごとに固有の時間の存在を認める。

同時性のパラドックスはパラドックスではなくなる。

# ローレンツ変換

どうやって、定式化するか。

実はローレンツが、既に電磁気学の方程式から、ある変換法則を導いていた。式(11.5)

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ t' = \gamma(t - Vx / c^2) \end{cases}$$

# ローレンツ変換

アインシュタインはローレンツ変換が  
現実の系ごとに異なる時間を記述する  
ための式だと気がついた。

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ t' = \gamma(t - Vx/c^2) \end{cases}$$

# ローレンツ変換

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ t' = \gamma(t - Vx/c^2) \end{cases}$$

ローレンツ変換:  
小さい速度では  
ガリレイ変換  
(日常の経験)と  
一致する。

$$V \ll c \Rightarrow \gamma = 1$$

ガリレイ変換

$$\begin{cases} x' = (x - Vt) \\ t' = t \end{cases}$$

# ローレンツ変換での速度の合成

$$x = vt \quad , \quad x' = v't'$$

$$\longrightarrow v, V \ll c$$

$$\Rightarrow v' = \frac{v - V}{1 - \frac{vV}{c^2}}$$

$$v' = v - V$$

「普通の」速度の合成則

静止系でみた速度 =  $v$

運動系でみた速度 =  $v'$

相対速度 =

$V$



# ローレンツ変換での速度の合成

なぜ光速度が一定なのか？

$$v' = \frac{v - V}{1 - \frac{vV}{c^2}} \quad \text{で} \quad v = c \quad \text{とおくと}$$

$$v' = \frac{c - V}{1 - \frac{cV}{c^2}} = c$$

マイケルソン・  
モーレーの実験  
の結果が理解で  
きる

運動系でも同じ速度となる

# ローレンツ変換

ローレンツ変換の式を使うことにより、以下が導かれ、実験的に確認されている。

- 時間のおくれ: 動いている時計は遅くなる

問11.3の1

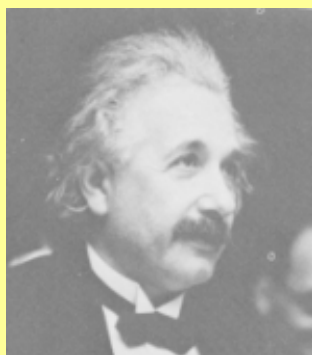
- 長さの短縮: 動いている物体は短くなる

問11.3の2

# 時空の概念

ローレンツ変換

空間 ( $x$ ) と時間 ( $t$ ) が「混ざる」



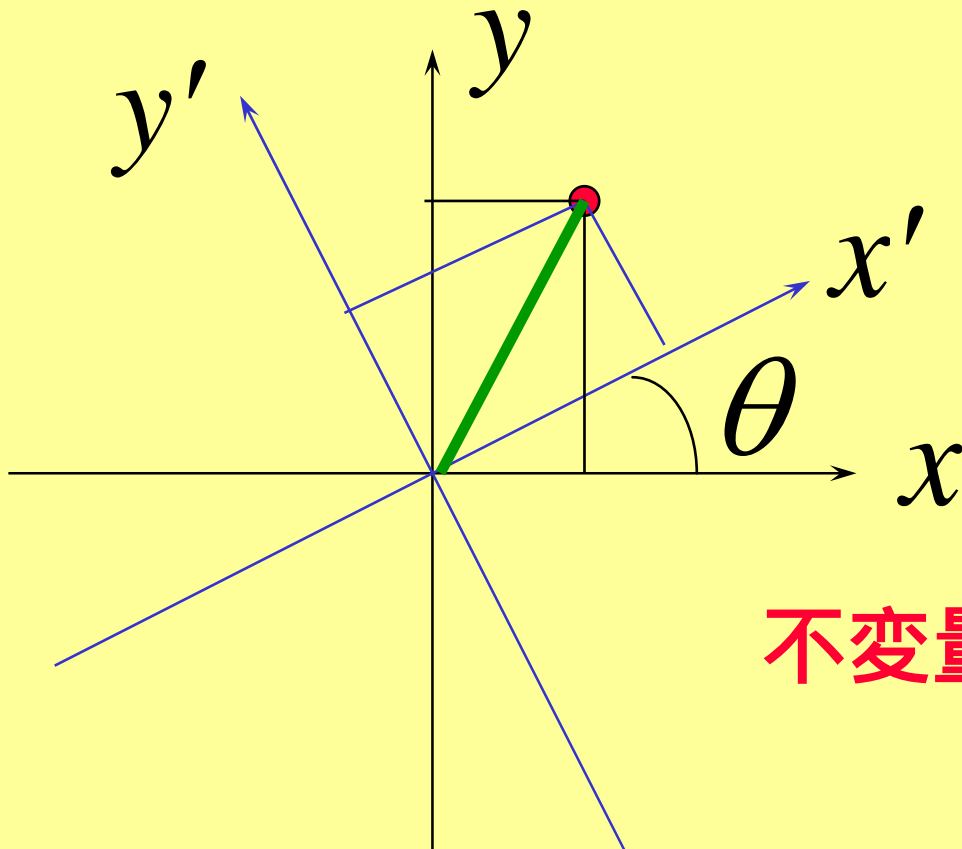
アインシュタイン

「幾何学的イメージ」でこれを解釈

4次元時空という新しい概念

# 時空の概念

## 平面(2次元空間)の回転



$$\begin{cases} x' = \cos \theta x + \sin \theta y \\ y' = -\sin \theta x + \cos \theta y \end{cases}$$

回転により座標の値は  
変化する( $x$ 、 $y$ が混ざる)

**不変量**

$$\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

# 時空の概念

ローレンツ変換

距離            時間            時間的距離 : 単位 [m]

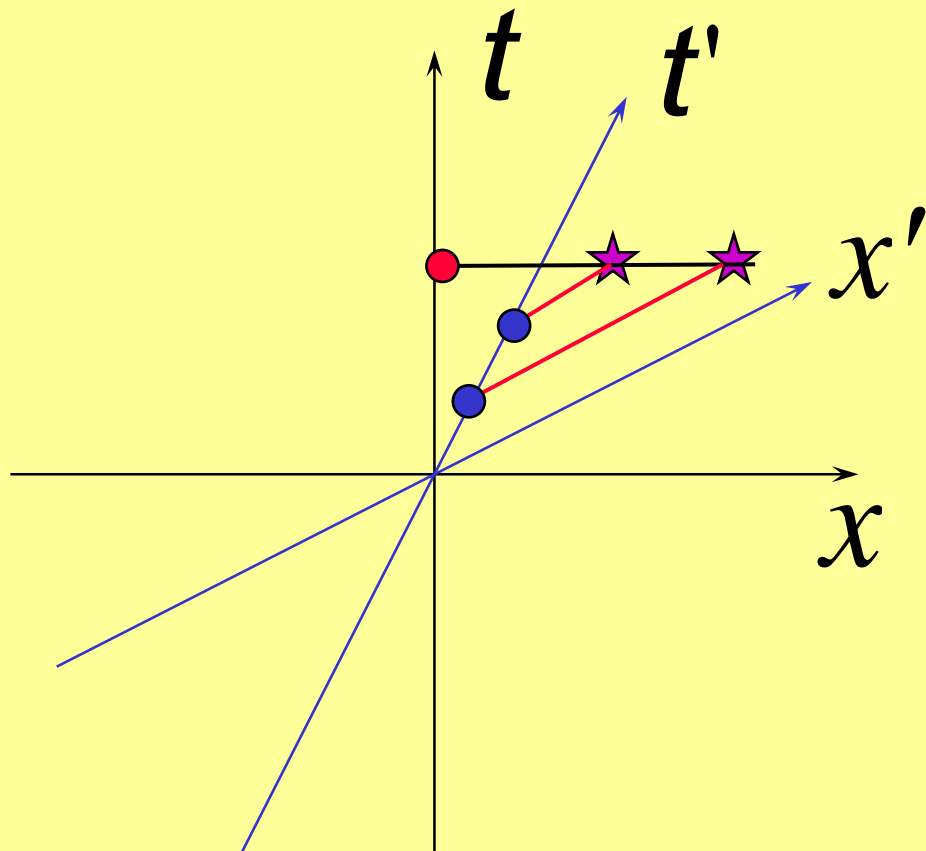
$$x \quad t \rightarrow ct$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta(ct)) \\ ct' = \gamma(-\beta x + (ct)) \end{cases}$$

**不変量**     $x^2 - (ct)^2 = x'^2 - (ct')^2$

# 時空の概念

## 同時性の「相対性」



同時だよ

$(x, t)$



$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta(ct)) \\ ct' = \gamma(-\beta x + (ct)) \end{cases}$$

同時じゃ  
ないよ

$(x', t')$



# 時空の概念

## 相対性理論

4次元空間における座標の変換論として定式化できる。

空間と時間は不可分

4次元の時空 (space-time)

4次元座標

$$(x, y, z, ct)$$

不変量

$$x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2$$

# 4次元世界

いままでの法則や物理量は  
4次元のものとして扱うことができる。

相対論的力学  
電磁気学 (元々相対論と一致)

：



# 4次元世界・力学

## エネルギーと運動量の組 4次元運動量

$$\vec{p}, E \Rightarrow cp^\mu = (cp_x, cp_y, cp_z, E)$$

不変量      質量

$$(cp_x)^2 + (cp_y)^2 + (cp_z)^2 - E^2 = -(mc^2)^2$$

# 4次元世界・力学

これから

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (c\vec{p})^2}$$

特に静止粒子では

$$E = mc^2$$

**エネルギーと質量の等価性**