

波動

- 7.1 波動現象
- 7.2 波動方程式
- 7.3 正弦波

波動

$$u(x, t)$$

空間 x 時間 t による量

- 水面の波: u は水面の変位
- 弦の振動: u は弦の変位
- 音: u は圧力や密度
- 電磁波: u は電場と磁場

波動

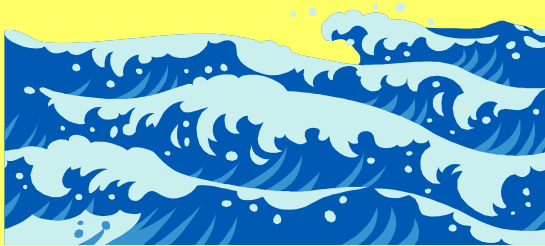
- **媒質**: 波動を担う物質
- **横波と縦波**
横波... 弦の振動など
縦波... 音



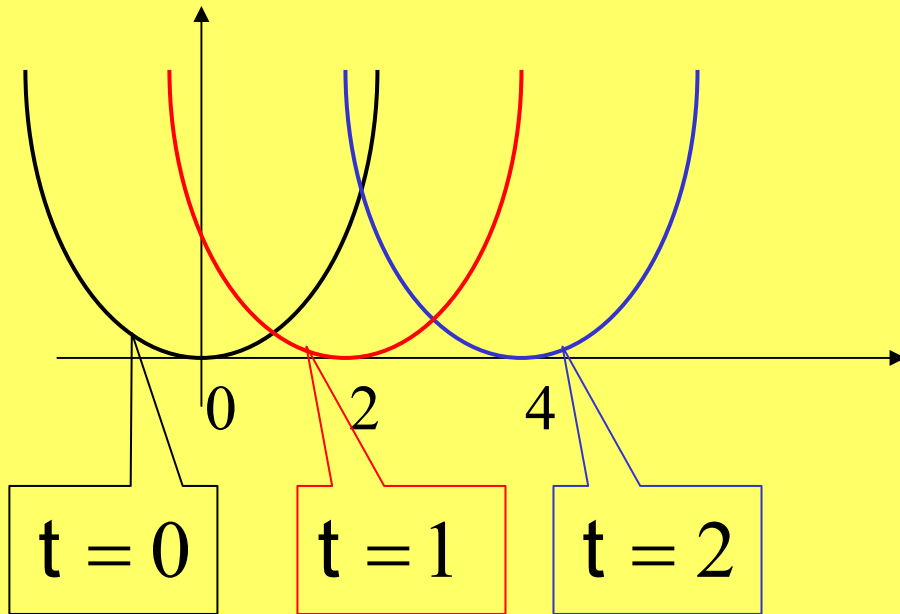
波動方程式

- 空間をある「パターン」が伝わる

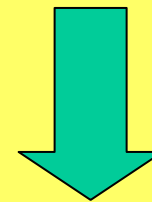
$$u(x, t)$$



式の形に対する
「条件」



これは $u=x^2$ というパターンが速度2で伝わっていく様子である。

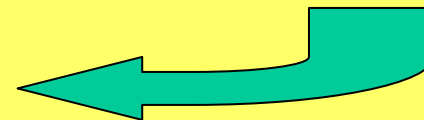


$$u = x^2 \quad u = (x - 2)^2 \quad u = (x - 4)^2$$

1つの式でまとめて表すと

速度は2

$$u = (x - 2t)^2$$



波動を表す式

- あるパターン $f(x)$ が速度 v で伝わる

$$u(x, t) = f(x - vt)$$

- あるパターン $f(x)$ が速度 $-v$ で伝わる

$$u(x, t) = f(x + vt)$$

波動方程式

- 波動の式が満たすべき微分方程式

$$u(x, t) = f(x - vt)$$

xで微分すると

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f'$$

tで微分すると

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -vf'$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

波動方程式

- 波動の式が満たすべき微分方程式

$$u(x, t) = f(x - vt)$$

$$u(x, t) = f(x + vt)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

ここに現れる係数が速度を示す

各種の波動の速度

- ひもの振動 (横波)

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

T:張力 ρ:線密度

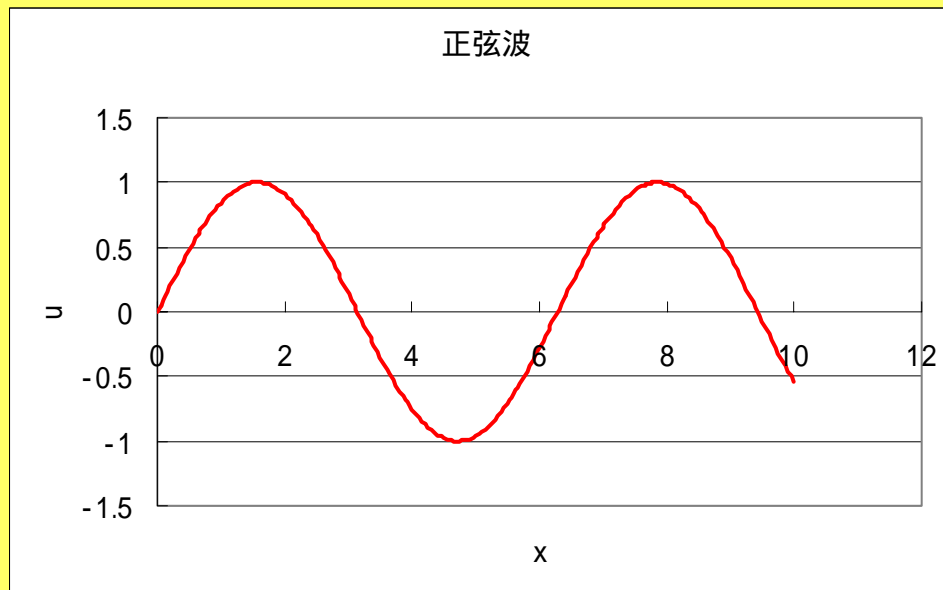
- 固体の振動 (横波, 縦波)

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

E:ヤング率
G:ずれ弾性率
ρ:密度

正弦波

$$u(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_0)$$



振幅

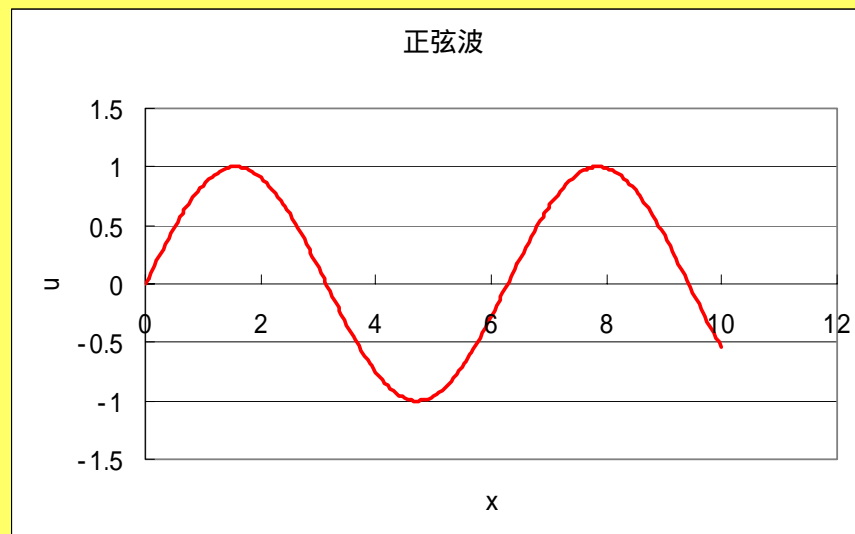
位相

$$u(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_0)$$

波数

角振動数

初期位相



位相

$$u(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_0)$$

位相が「空間的に」2
変化する長さ = **波長**

$$= \frac{2}{k}$$

位相が「時間的に」2
変化する時間 = **周期**

$$T = \frac{2}{\omega}$$

1秒間に何周期あるか
= **振動数**

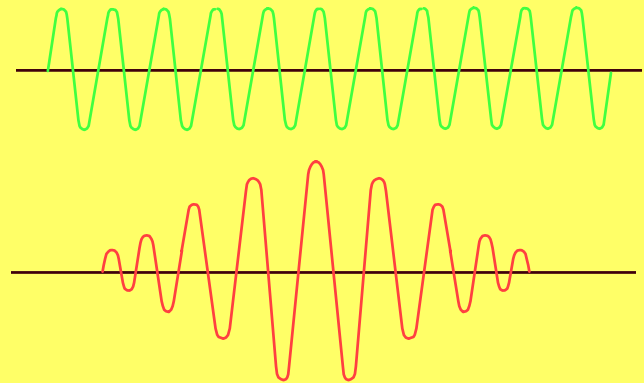
$$= \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$u(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_0)$$

波の速度 $\omega = vk$

$$v = \lambda \nu$$

$$\text{速度} = \text{波長} \times \text{振動数}$$



波の干渉

- 波動：重ね合わせの原理が成り立つ

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t)$$

- 同じ振幅の波動を合成：三角関数の公式

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 &= A \sin \theta_1 + A \sin \theta_2 \\ &= 2A \sin \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) \cos \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \end{aligned}$$

波の干渉：同じkと

振幅は，位相のずれにより変化する。

$$A+A \quad 0 \sim 2A$$

波の特徴(干渉)

1 + 1が0にも2にもなる！

波の干渉：うなり

- ごくわずかに振動数や波数が異なる波の合成
うなりが生じる
- うなりの振動数

$$\nu(\text{うなり}) = |\nu_1 - \nu_2|$$

波の干渉：定在波

- 同じ速度で逆向きの波の合成
定在波 (定常波)
(例：弦の振動)

$$u_1 + u_2 = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

空間変化

時間変化