

略解

x 軸上を運動している質点がある。その加速度は $a = At^2 + Bt$ である (A, B は定数)。この質点は $t = 0$ での位置と速度が $x = x_0, v = 0$ である。時刻 t での位置と速度を求めよ。

導出がいい加減な方がおります。答えだけあっても駄目。

計算過程

(速度)

$$v = \int a dt = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + C$$

初期条件 $t = 0 \rightarrow v = 0$ から積分定数を C を定める。

$$0 = 0 + 0 + C \rightarrow C = 0$$

C を置き換えて以下となる。

$$v = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2$$

(位置)

$$x = \int v dt = \frac{1}{3}A \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{2}B \frac{1}{3}t^3 + C = \frac{1}{12}At^4 + \frac{1}{6}Bt^3 + C$$

初期条件 $t = 0 \rightarrow x = x_0$ から積分定数を C を定める。

$$x_0 = 0 + 0 + C \rightarrow C = x_0$$

C を置き換えて以下となる。

$$v = \frac{1}{12}At^4 + \frac{1}{6}Bt^3 + x_0$$