

略解

高さが 1.96 m の窓がある。上の階から、初速度 0 でボールが落とされた。室内から見てみると、0.4 s の間ボールが見えた。ボールが落とされた位置は窓の上辺の何 m 上か。重力加速度の大きさは  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  とする。

(計算過程)

(図)

座標軸を  $x$  軸とし、下 向きにとる。そして、ボールが落下を開始する位置を  $x = \underline{0}$  とする。

図については講義で説明したので略す。

すると、時刻  $t$  におけるボールの座標は基本公式から

$$x = \underline{4.9t^2} \dots(*) \text{ となる。}$$

ボールが  $x = x_1$  の窓の上の辺を通る時刻を  $t = t_1$  とし、ボールが  $x = x_2$  の窓の下の方の辺を通る時刻を  $t = t_2$  とする。すると、(\*) を使って、 $x_1$  と  $t_1$  の間の関係式は  $\underline{x_1 = 4.9t_1^2}$ 、 $x_2$  と  $t_2$  の間の関係式は  $\underline{x_2 = 4.9t_2^2}$  となる。

また、問題文にある条件から  $x_2 - x_1 = \underline{1.96}$ 、

$t_2 - t_1 = \underline{0.4}$  である。

そして、題意により、 $\underline{x_1}$  の値を求めることができればそれが解である。

以上の条件を組み合わせて計算すると以下のようになる。

$$x_2 - x_1 = 4.9t_2^2 - 4.9t_1^2 = 1.96$$

なので、

$$t_2^2 - t_1^2 = 0.4$$

となる。因数分解し  $t_2 - t_1 = 0.4$  を使うと

$$(t_2 + t_1)(t_2 - t_1) = 0.4 \quad \rightarrow \quad t_2 + t_1 = 1.0$$

となる。連立方程式

$$\begin{cases} t_2 + t_1 = 1.0 \\ t_2 - t_1 = 0.4 \end{cases}$$

を解くと

$$t_2 = 0.7, \quad t_1 = 0.3$$

を得る。これから

$$x_1 = 4.9t_1^2 = 0.441 \text{ m}$$

がボールの落下し始めた位置と窓の上辺の間の距離となる。