

略解

質点に力 $\vec{F} = (4x + 2y, 2x + y)$ が働いている。質点が P(1, 2) から Q(5, 2) まで x 軸に平行に動き、さらに R(5, 4) まで y 軸に平行に動くときの仕事を求めよ。

P から Q まで

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy$$

$$W = \int_1^5 F_x dx + \int_2^2 F_y dy$$

第2項は0となる。

$$W = \int_1^5 (4x + 2y) dx$$

ここで経路上で $y = 2$ となる。

$$W = \int_1^5 (4x + 4) dx$$

計算する。

$$W = [2x^2 + 4x]_1^5 = (2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5) - (2 \cdot 1 + 4 \cdot 1) = 64$$

Q から R まで

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy$$

$$W = \int_5^5 F_x dx + \int_2^4 F_y dy$$

第1項は0となる。

$$W = \int_2^4 (2x + y) dy$$

ここで経路上で $x = 5$ となる。

$$W = \int_2^4 (10 + y) dy$$

計算する。

$$W = \left[10y + \frac{1}{2}y^2 \right]_2^4 = (10 \cdot 4 + \frac{1}{2}4^2) - (10 \cdot 2 + \frac{1}{2}2^2) = 26$$